

Верификация программ на моделях

Лекция №5

Графы программ. Системы с каналами
взаимодействия. Синхронный и
асинхронный параллелизм

Константин Савенков (лектор)

План лекции

- Alternating Bit Protocol
- Графы программ
- Операционная семантика графов программ:
 - последовательные процессы,
 - чередование,
 - разделяемые переменные,
 - синхронная и асинхронная передача сообщений

Alternating Bit Protocol

(Bartlett и др., 1969)

- Два процесса, отправитель и получатель;
- К каждому сообщению добавляется один *бит*;
- Получатель сообщает о доставке сообщения, возвращая бит отправителю;
- Если отправитель убедился в доставке сообщения, он отправляет новое, изменяя значение бита;
- Если значение бита не изменилось, получатель считает, что идёт повтор сообщения.

Функция eval()

Отображает текущее значение x на константу, которая служит ограничением для принимаемых сообщений

```
ch!msg(12)  
ch?msg(eval(x))
```

Сообщение будет принято, если значение переменной x равно 12

Модель на Promela

```
mtype = {msg, ack};  
chan s_r = [2] of {mtype, bit};  
chan r_s = [2] of {mtype, bit};
```

```
active proctype sender()
```

```
{ bit seqno;
```

```
  do
```

```
    :: s_r!msg,seqno ->
```

```
      if
```

```
        :: r_s?ack,eval(seqno) ->
```

```
          seqno = 1 - seqno;
```

```
        :: r_s?ack,eval(1-seqno)
```

```
      fi
```

```
  od
```

```
}
```

```
active proctype receiver()
```

```
{ bit expect, seqno;
```

```
  do
```

```
    :: s_r?msg,seqno ->
```

```
      r_s!ack,seqno;
```

```
    if
```

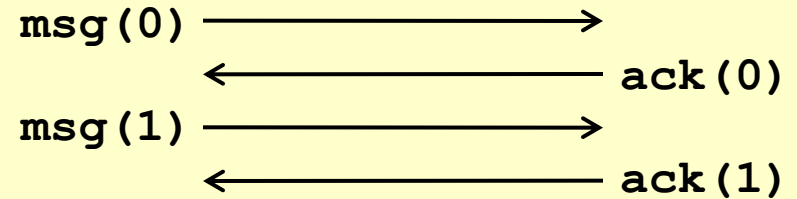
```
      :: seqno == expect;
```

```
        expect = 1 - expect
```

```
    ::else
```

```
    fi
```

```
  od
```



Считываем новое сообщение

Сохраняем сообщение

Игнорируем сообщение

Запускаем моделирование

```
> ./spin -u20 -c abp.pml
proc 0 = sender
proc 1 = receiver
q\p  0  1
  1  s_r!msg,0
  1  .   s_r?msg,0
  2  .   r_s!ack,0
  2  r_s?ack,0
  1  s_r!msg,1
  1  .   s_r?msg,1
  2  .   r_s!ack,1
  2  r_s?ack,1
-----
depth-limit (-u20 steps) reached
-----
final state:
-----
#processes: 2
                queue 1 (s_r):
                queue 2 (r_s):
 20:   proc 1 (receiver) line 19 "abp.pml"
(state 7)
 20:   proc 0 (sender) line  7 "abp.pml"
(state 7)
2 processes created
>
```

Моделируем первые 20 шагов

Верификация по умолчанию

```
>./spin -a abp.pml
> gcc -o pan pan.c
>./pan
(Spin Version 5.1.4 -- 27 January 2008)
  + Partial Order Reduction

Full statespace search for:
  never claim           - (none specified)
  assertion violations  +
  acceptance cycles    - (not selected)
  invalid end states   +

State-vector 44 byte, depth reached 13, errors: 0
  14 states, stored
  1 states, matched
  15 transitions (= stored+matched)
  0 atomic steps

hash conflicts:          0 (resolved)

  2.501      memory usage (Mbyte)

unreached in proctype sender
  line 15, state 10, "-end-"
  (1 of 10 states)
unreached in proctype receiver
  line 27, state 10, "-end-"
  (1 of 10 states)
>
```

Чем и как проверяем?

Какие свойства?

Проделанная работа

Используемая память

Обнаружен
недостижимый код
(процессы не
завершаются)

Пространства состояний в SPIN («отладка» процесса верификации)

Полезные инструменты

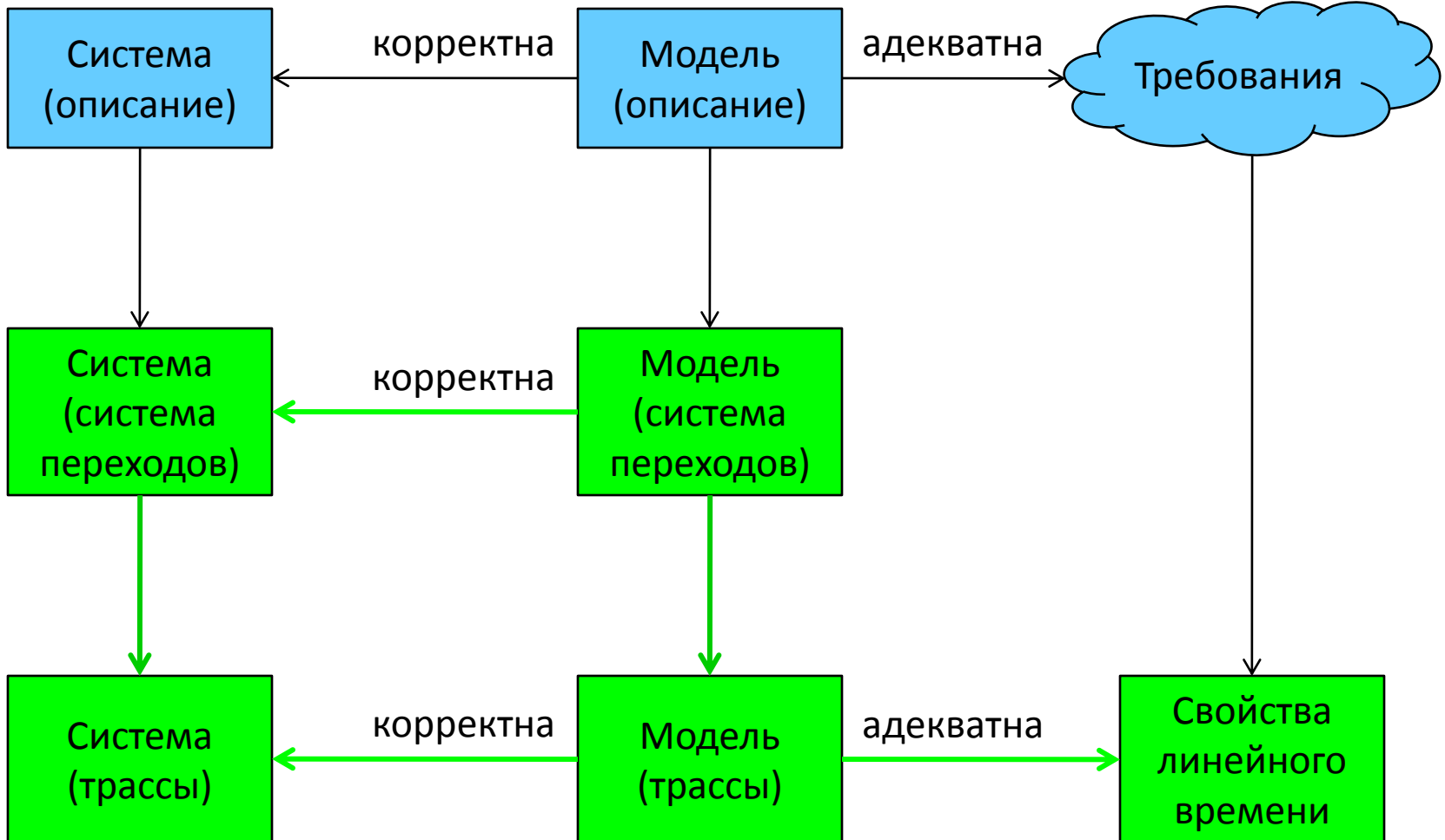
- Просмотр пространства состояний:
 - параметры компиляции `rap.c`:
 - `-DCHECK` – выводить порядок обхода пространства состояний
 - `-DVERBOSE -DSDUMP` – выводить вектора состояний
 - `-DBFS` – обход в ширину (удобнее для анализа)
 - параметры запуска `rap`:
 - `-d` – вывод графов процессов (`state` – номер оператора)
- Отключение оптимизаций:
 - параметры `spin`:
 - `-o1` – отключение оптимизации потока данных,
 - `-o2` – отключение удаления мертвых переменных,
 - `-o3` – отключение слияния состояний
 - параметры компиляции `rap.c`:
 - `-DNOREDUCE` – отключение редукции частичных порядков

Обратите внимание:

- инициализация переменной (`int x = 1`) не считается действием;
- порождение (`run`) и завершение процесса – действия,
 - при использовании `active` в начальном состоянии процесс уже запущен,
 - не только терминальное состояние, но и терминальное действие `-end-`;
- процессы порождаются в случайном порядке, но завершаются в только порядке, обратном порядку порождения (LIFO);
- проверка стража ветвления – действие.

Графы программ

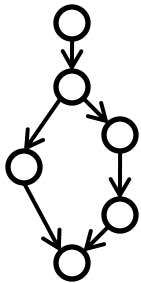
Схема понятий



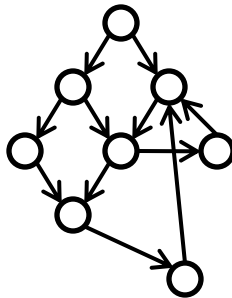
Различные представления программы

```
int
main() {
  printf(
}
```

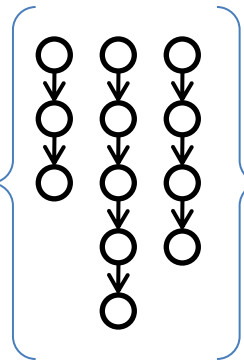
Исходный код программы



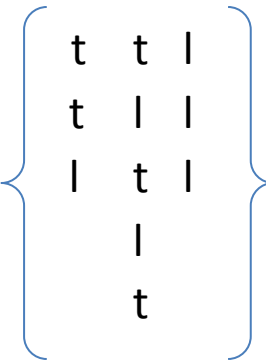
Граф программы (ACFG)



Размеченная система переходов



Множество вычислений



Множество трасс

Взлетает,
не падает,
приземляется

Требования



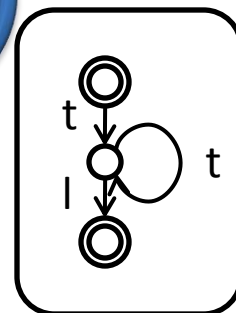
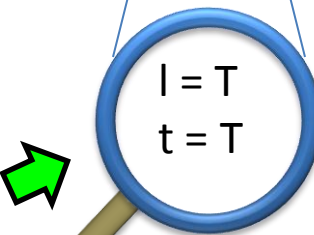
□ (
 TAKEOFF
 → (! FALL)
 U (LANDED)
)

Спецификация (линейного времени)



			t
	t	t	

Допустимые последовательности атомарных высказываний



Язык допустимых трасс

Размеченные системы переходов

(напоминание)

- описывают поведение системы;
- ориентированный граф: узлы – состояния, дуги – переходы;
- **состояние** – счётчик управления + значения переменных программы;
- **переход** (изменение состояния) – выполнение оператора программы.

Размеченные системы переходов

(напоминание)

$$TS = \langle S, Act, \xrightarrow{a}, I, AP, L \rangle$$

- S – множество состояний,
- Act – множество действий, τ – невидимое действие,
- $\xrightarrow{a} = S \times Act \times S$ – **тотальное** отношение переходов,
- $I \subseteq S$ – **множество** начальных состояний,
- AP – множество атомарных высказываний,
- $L: S \rightarrow 2^{AP}$ – функция разметки.

Формальное представление программы

- LTS – всевозможные состояния программы и переходы между ними;
- Однако модель строится в виде программы на специальном языке;
- Рассуждения о корректности необходимо перенести на текст программы-модели;
- Для этого понятие описания программы необходимо формализовать;
- Формальное представление программы: граф программы и его семантика.

Формальное представление программы

1. **граф**, задающий структуру программы;
2. **статическая семантика** – набор ограничений, которым должна удовлетворять структура;
3. **операционная семантика** – понятие состояния программы и изменение состояния в ходе работы программы.

(то, как по графу строится LTS)

Вспомогательные определения

- D_P – единый абстрактный домен данных

```
bool z;  
mtype {M1,M2} m = M1;  
  
proctype EQ(byte x, byte y)  
{  
    if  
    :: (x == y) -> z = true  
    :: else -> z = false  
    fi  
}
```

$D_P \equiv \text{int}$

$\text{bool} \subset \text{int}$

$\text{byte} \subset \text{int}$

$\text{mtype} \subset \text{int}$

Вспомогательные определения

- $V_P \in Var$ – множество переменных (последовательной) программы P ,
- $\forall v \in V_P, dom(v) = D_P^v \subseteq D_P$

```
bool z;  
mtype {M1,M2} m = M1;  
  
proctype EQ(byte x, byte y)  
{  
  if  
  :: (x == y) -> z = true  
  :: else -> z = false  
  fi  
}
```

$$V_{EQ} = \{z, m, x, y\}$$

Вспомогательные определения

- Функция означивания переменной:

$$\eta : V_P \rightarrow D_P, \forall v \in V_P, \eta(v) \in D_P^v$$

```
bool z;  
mtype {M1,M2} m = M1;  
  
proctype EQ(byte x, byte y)  
{  
  if  
  :: (x == y) -> z = true  
  :: else -> z = false  
  fi  
}
```

Примеры:

$$\eta(m) = M1 \in mtype$$

$$\eta(x) = 3 \in byte$$

$$\eta(z) = true \in bool$$

Вспомогательные определения

• $Cond(V_P)$ – набор булевых условий над V_P

– формулы пропозициональной логики

$$\left(p1 \wedge p2 \vee p3 \right)$$

– используются высказывания вида $\bar{x} \in \bar{X}$

$$\left(\begin{array}{l} p1 \equiv -3 < x \leq 5 \\ p2 \equiv m = M2 \\ p3 \equiv y < 2 * x \end{array} \right)$$

Вспомогательные определения

- Эффект операторов формализуется как отображение

$$\textit{Effect} : \textit{Act} \times \textit{Eval}(\textit{Var}) \rightarrow \textit{Eval}(\textit{Var})$$

```
...  
x = 17;  
if  
  :: y = -2  
  :: y = 3  
fi;  
...  
x = y + 5;  
...
```

Пусть $\alpha \equiv x = y + 5$,

$$\eta_{1,2}(x) = 17, \eta_1(y) = -2, \eta_2(y) = 3$$

Тогда

$$\textit{Effect}(\alpha, \eta_1)(x) = \eta_1(y) + 5 = 3$$

$$\textit{Effect}(\alpha, \eta_1)(y) = \eta_1(y) = -2$$

$$\textit{Effect}(\alpha, \eta_2)(x) = \eta_2(y) + 5 = 8$$

$$\textit{Effect}(\alpha, \eta_2)(y) = \eta_2(y) = 3$$

Графы программ

(статическая семантика)

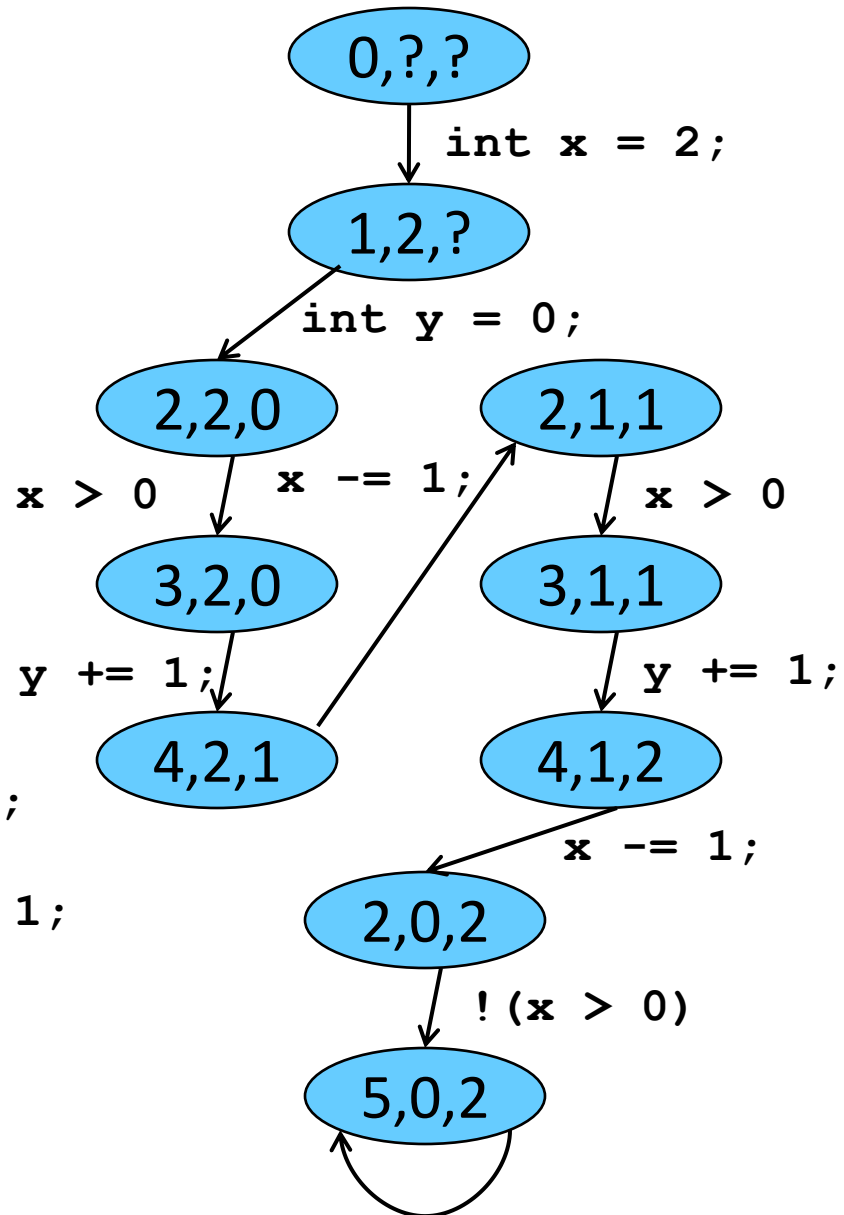
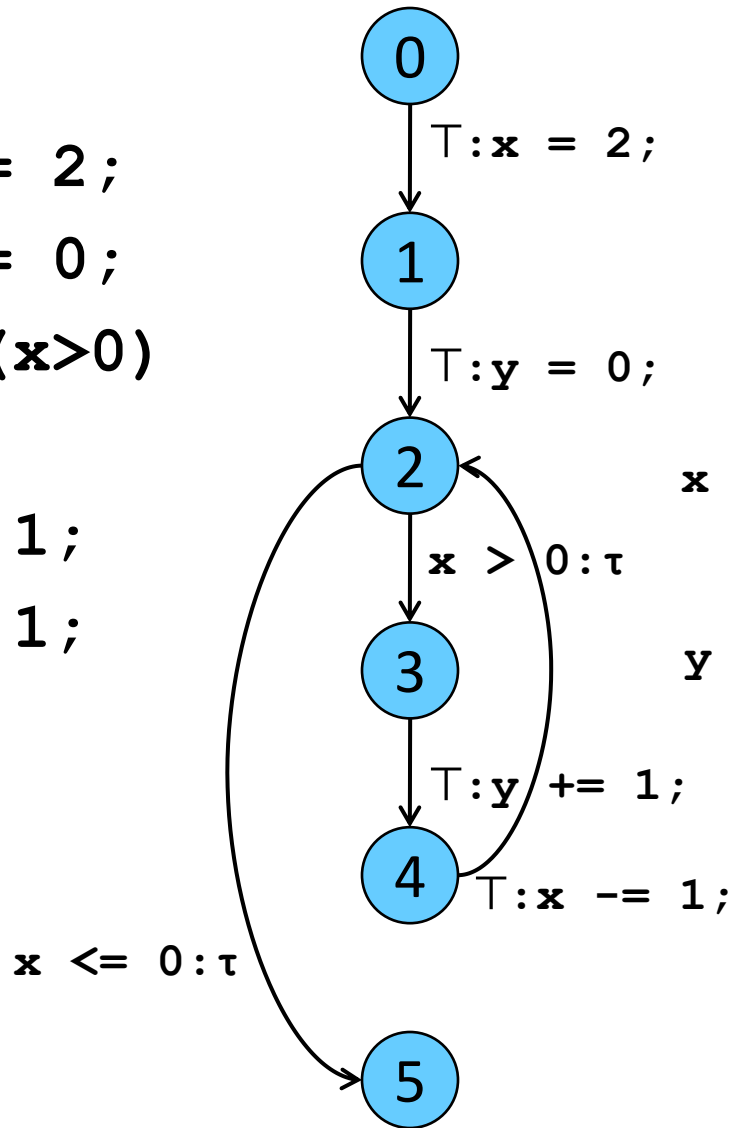
$$PG = \langle Loc, Act, Effect, \rightarrow, Loc_0, g_0 \rangle$$

- Loc – множество точек, исходные точки $Loc_0 \subseteq Loc$,
- Act – множество действий,
- $Effect : Act \times Eval(Var) \rightarrow Eval(Var)$ – функция эффекта,
- $\rightarrow \subseteq Loc \times (Cond(V_P) \times Act) \times Loc$ – отношение перехода,
- $g_0 \in Cond(V_P)$ – начальное условие,

Нотация: $l \xrightarrow{g:\alpha} l'$ обозначает $\langle l, g, \alpha, l' \rangle \in \rightarrow$

Пример графа программы

```
0: int x = 2;  
1: int y = 0;  
2: while (x>0)  
{  
3:   y += 1;  
4:   x -= 1;  
5: }
```

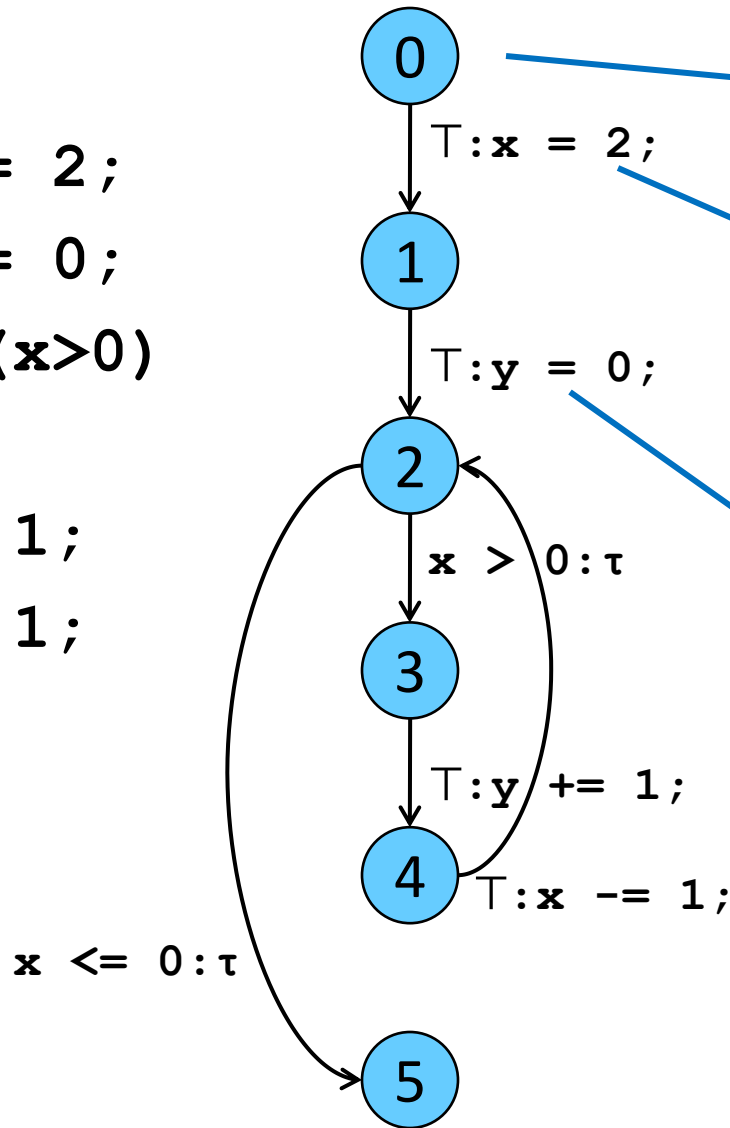


Пример графа программы

```

0: int x = 2;
1: int y = 0;
2: while (x>0)
{
3:   y += 1;
4:   x -= 1;
}
5:

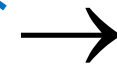
```



Loc
 $[0, 1, 2, 3, 4, 5]$

Act
 $[$ "x=2", "y=0",
 "y+=1", "x-=1", τ $]$

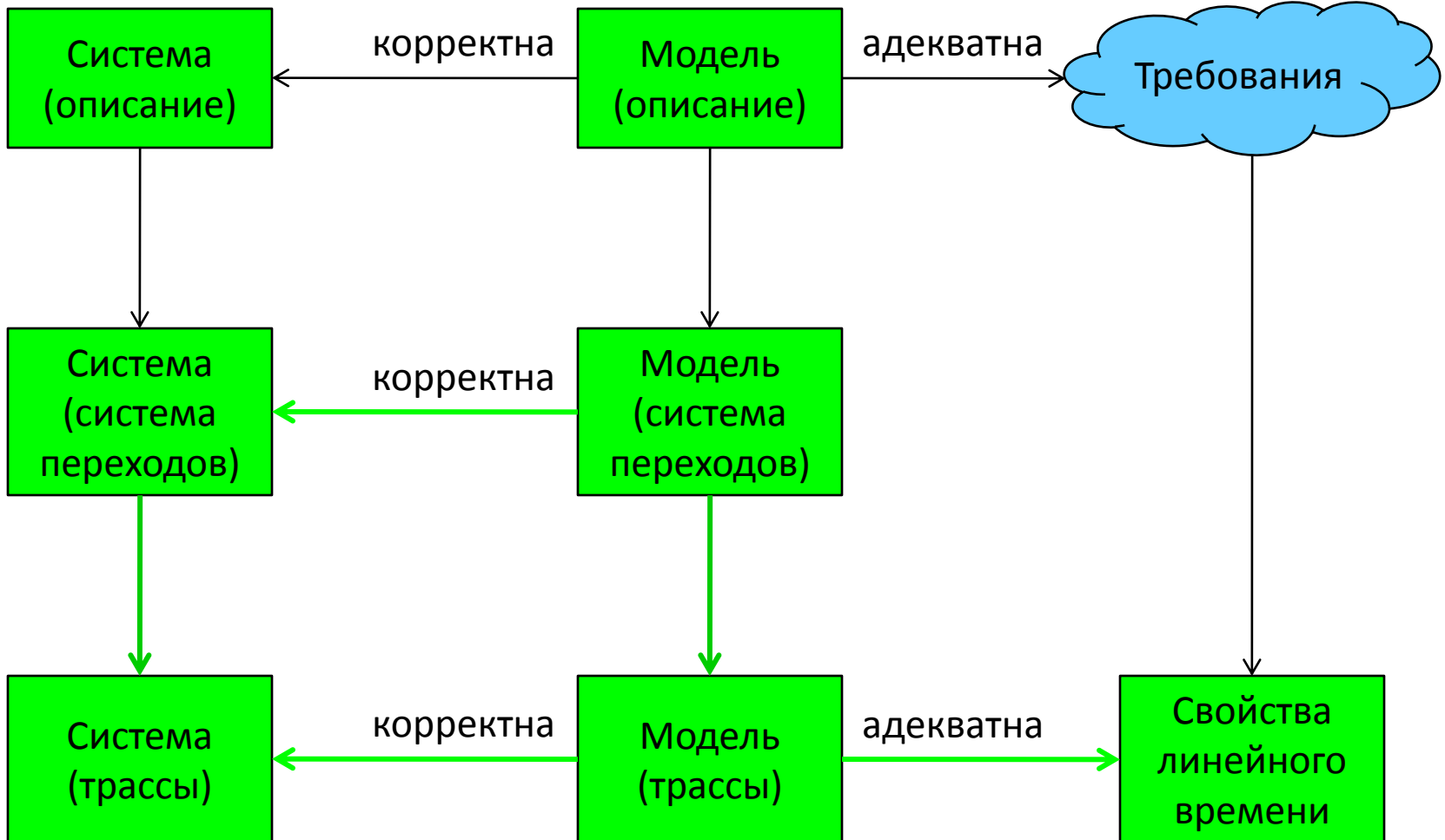
Effect



$Loc_0 = "0"$

$g_0 = (x = \#) \wedge (y = \#)$

Схема понятий



Как из PG получить TS?

- Основная идея – *раскрутка*
 - состояние: точка l + значение данных η
 - начальное состояние: начальная точка + все значения данных, удовлетворяющие g_0 ;
- Атомарные высказывания и разметка:
 - высказывания вида: “в l ” и “ $x \in D$ ”, где $D \subseteq \text{dom}(x)$;
 - состояние $\langle l, \eta \rangle$ размечается высказыванием “в l ” и всеми высказываниями, истинными в η ;
- Если $l \xrightarrow{g:\alpha} l'$ и g истинно в η , то

$$\langle l, \eta \rangle \xrightarrow{\alpha} \langle l', \text{Effect}(\alpha, \eta) \rangle$$

Структурированная операционная семантика

Нотация $\frac{\text{посылка}}{\text{следствие}}$ *означает:*

- если посылка истинная, то *следствие* также истинно;
- это т.н. *правило вывода*;
- если посылка тождественно равна истине, то следствие – *аксиома*.

Системы переходов графов программ

- Система переходов $TS(PG)$ графа программы

$$PG = \langle Loc, Act, Effect, \rightarrow, Loc_0, g_0 \rangle$$

над переменными V_P описывается сигнатурой

$$TS(PG) = \langle S, Act, \rightarrow, I, AP, L \rangle, \text{ где}$$

$$S = Loc \times Eval(V_P)$$

(«состояние: точка l + значение данных η »)

Системы переходов графов программ

- Система переходов $TS(PG)$ графа программы

$$PG = \langle Loc, Act, Effect, \rightarrow, Loc_0, g_0 \rangle$$

над переменными V_P описывается сигнатурой

$$TS(PG) = \langle S, Act, \rightarrow, I, AP, L \rangle, \text{ где}$$

$$I = \{ \langle l, \eta \rangle \mid l \in Loc_0, \eta \models g_0 \}$$

«начальное состояние: начальная точка +
все значения данных, удовлетворяющие g_0 »

Системы переходов графов программ

- Система переходов $TS(PG)$ графа программы

$$PG = \langle Loc, Act, Effect, \rightarrow, Loc_0, g_0 \rangle$$

над переменными V_P описывается сигнатурой

$$TS(PG) = \langle S, Act, \rightarrow, I, AP, L \rangle, \text{ где}$$

$$AP = Loc \cup Cond(V_P)$$

«высказывания вида: “в l ” и “ $x \in D$ ”, где $D \subseteq \text{dom}(x)$;»

Системы переходов графов программ

- Система переходов $TS(PG)$ графа программы

$$PG = \langle Loc, Act, Effect, \rightarrow, Loc_0, g_0 \rangle$$

над переменными V_P описывается сигнатурой

$$TS(PG) = \langle S, Act, \rightarrow, I, AP, L \rangle, \text{ где}$$

$$L(\langle l, \eta \rangle) = \{l\} \cup \{g \in Cond(V_P) \mid \eta \models g\}$$

«состояние $\langle l, \eta \rangle$ размечается высказыванием “в l ”
и всеми высказываниями, истинными в η »

Системы переходов графов программ

- Система переходов $TS(PG)$ графа программы

$$PG = \langle Loc, Act, Effect, \rightarrow, Loc_0, g_0 \rangle$$

над переменными V_P описывается сигнатурой

$$TS(PG) = \langle S, Act, \rightarrow, I, AP, L \rangle, \text{ где}$$

$$\rightarrow \subseteq S \times Act \times S \text{ задано правилом } \frac{l \xrightarrow{g:\alpha} l' \wedge \eta \models g}{\langle l, \eta \rangle \xrightarrow{\alpha} \langle l', Effect(\alpha, \eta) \rangle}$$

«Если $l \xrightarrow{g:\alpha} l'$ и g истинно в η , то
 $\langle l, \eta \rangle \xrightarrow{\alpha} \langle l', Effect(\alpha, \eta) \rangle$ »

Системы переходов графов программ

- Система переходов $TS(PG)$ графа программы

$$PG = \langle Loc, Act, Effect, \rightarrow, Loc_0, g_0 \rangle$$

над переменными V_P описывается сигнатурой

$$TS(PG) = \langle S, Act, \rightarrow, I, AP, L \rangle, \text{ где}$$

- $S = Loc \times Eval(V_P)$

- $\rightarrow \subseteq S \times Act \times S$ задано правилом
$$\frac{l \xrightarrow{g:\alpha} l' \wedge n \models g}{\langle l, \eta \rangle \xrightarrow{\alpha} \langle l', Effect(\alpha, \eta) \rangle}$$

- $I = \{ \langle l, \eta \rangle \mid l \in Loc_0, n \models g_0 \}$

- $AP = Loc \cup Cond(V_P)$

- $L(\langle l, \eta \rangle) = \{l\} \cup \{g \in Cond(V_P) \mid n \models g\}$

Параллелизм

Чередование (интерливинг) (напоминание)

- Абстрагируемся от того, что система состоит из множества компонентов;
- Действия независимых компонентов чередуются:
 - доступен один процессор, выполнение одного действия блокирует другие;
- Порядок выполнения процессов неизвестен
 - Возможные порядки выполнения независимых процессов P и Q:

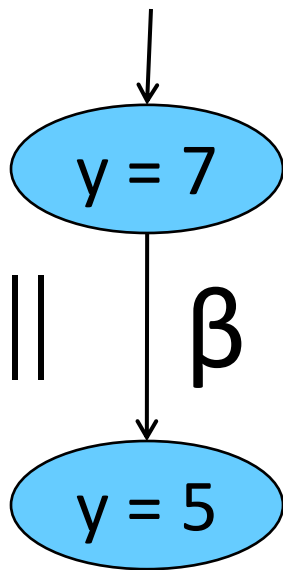
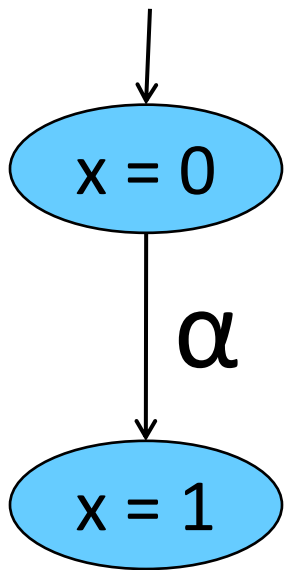
P	Q	P	Q	P	Q	Q	Q	P	.	.	.
P	P	Q	P	P	Q	P	P	Q	.	.	.
P	Q	P	P	Q	P	P	P	Q	.	.	.

Чередование (интерливинг)

- Обоснование чередования:
эффект от параллельного выполнения независимых действий α и β равен эффекту от последовательного выполнения действий α и β в произвольном порядке;
- Символьная запись:
$$Effect(\alpha \parallel \beta, \eta) = Effect((\alpha; \beta) + (\beta; \alpha), \eta)$$
 - « \parallel » – бинарный оператор чередования,
 - « $;$ » – оператор последовательного выполнения,
 - « $+$ » – оператор недетерминированного выбора.

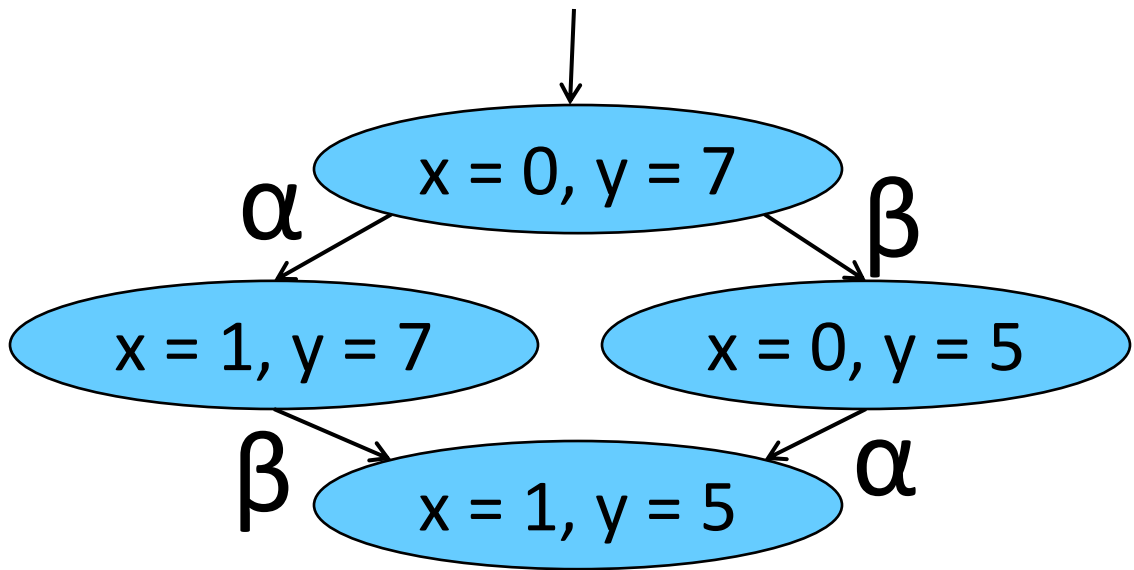
Чередование (интерливинг)

$$\underbrace{x = x + 1}_{\alpha} \quad ||| \quad \underbrace{y = y - 2}_{\beta}$$



|||

=



Чередование систем переходов

- Пусть $TS_i = \langle S_i, Act_i, \rightarrow_i, I_i, AP_i, L_i \rangle, i = 1, 2$

– две системы переходов

- Система переходов $TS_1 ||| TS_2$ определяется как

$\langle S_1 \times S_2, Act_1 \cup Act_2, \rightarrow, I_1 \times I_2, AP_1 \cup AP_2, L \rangle$, где

- $L(\langle s_1, s_2 \rangle) = L_1(s_1) \cup L_2(s_2)$,
- отношение перехода \rightarrow определяется правилами:

$$\frac{s_1 \xrightarrow{\alpha}_1 s_1'}{\langle s_1, s_2 \rangle \xrightarrow{\alpha} \langle s_1', s_2 \rangle} \quad \text{и} \quad \frac{s_2 \xrightarrow{\alpha}_2 s_2'}{\langle s_1, s_2 \rangle \xrightarrow{\alpha} \langle s_1, s_2' \rangle}$$

Чередование графов программ

- Для графов программ PG_1 (над V_1) и PG_2 (над V_2) без разделяемых переменных (т.е. $V_1 \cap V_2 = \emptyset$), формула

$$TS(PG_1) \parallel\parallel TS(PG_2)$$

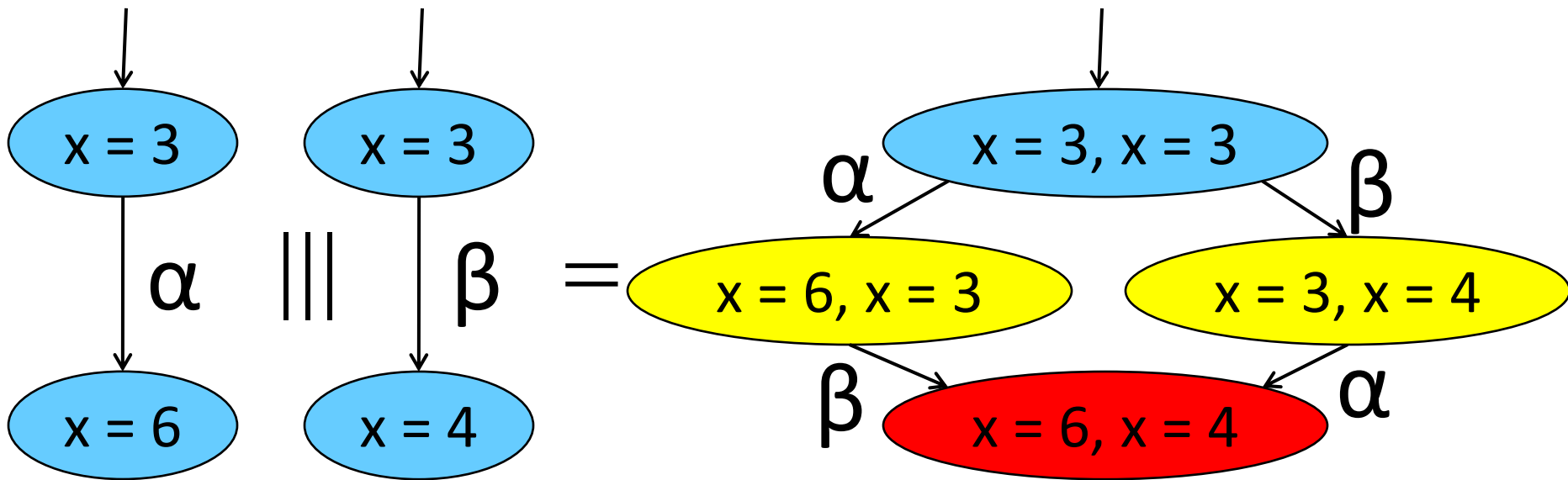
достоверно описывает параллельную композицию PG_1 и PG_2

а если разделяемые переменные есть?

Разделяемые переменные

(пытаемся сначала раскручивать, затем чередовать)

$$\underbrace{x = x * 2}_{\alpha} \quad ||| \quad \underbrace{x = x + 1}_{\beta} \quad (\text{в начале } x = 3)$$



Чередование графов программ

- Пусть $PG_i = \langle Loc_i, Act_i, Effect_i, \rightarrow_i, Loc_{0,i}, g_{0,i} \rangle, i = 1, 2$
- Граф $PG_1 \parallel PG_2$ над $V_1 \cup V_2$ определяется так

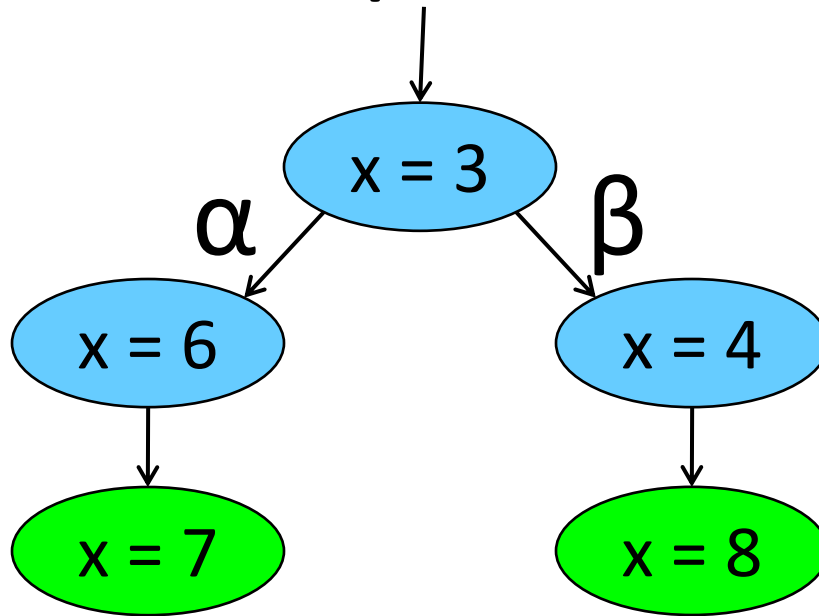
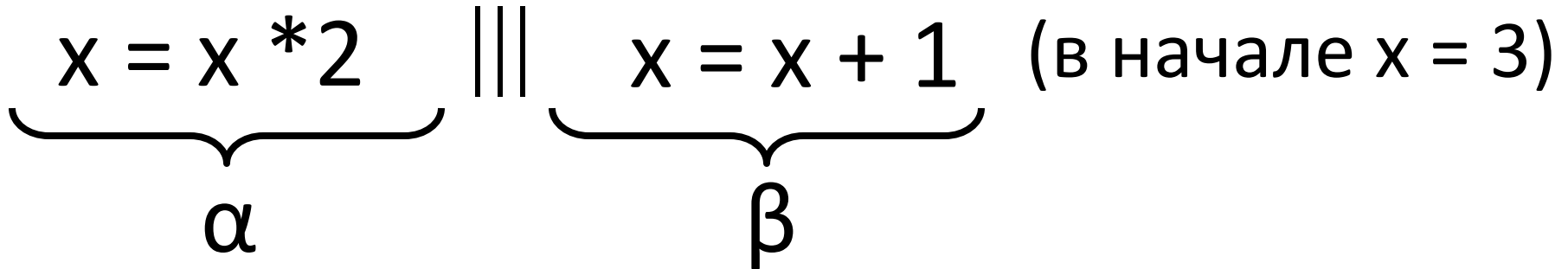
$$\langle Loc_1 \times Loc_2, Act_1 \cup Act_2, \rightarrow, Effect, Loc_{0,1} \times Loc_{0,2}, g_{0,1} \wedge g_{0,2} \rangle$$

где отношение перехода \rightarrow определяется правилами

$$\frac{l_1 \xrightarrow{g:\alpha}_1 l_1'}{\langle l_1, l_2 \rangle \xrightarrow{g:\alpha} \langle l_1', l_2 \rangle} \quad \text{и} \quad \frac{l_2 \xrightarrow{g:\alpha}_2 l_2'}{\langle l_1, l_2 \rangle \xrightarrow{g:\alpha} \langle l_1, l_2' \rangle}$$

и $Effect(\alpha, \eta) = Effect_i(\alpha, \eta)$, если $\alpha \in Act_i$.

Пример



$$TS(PG_1) \equiv \equiv \equiv TS(PG_2) \neq TS(PG_1 \equiv \equiv \equiv PG_2)$$

Параллелизм и рандеву

- Распределённые программы выполняются параллельно;
- Для моделирования взаимодействия необходимо придумать подходящий механизм;
- В распределённой программе разделяемых переменных нет;

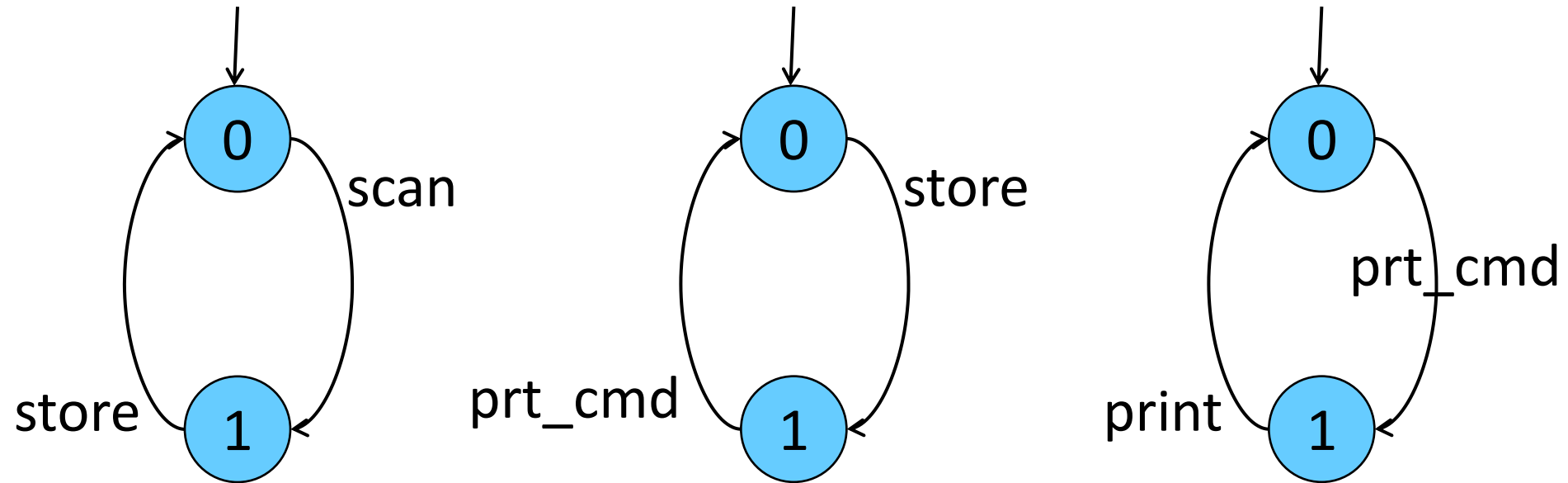
Передача сообщений:

- синхронная передача сообщений (рандеву),
- асинхронная передача сообщений (каналы).

Рандеву

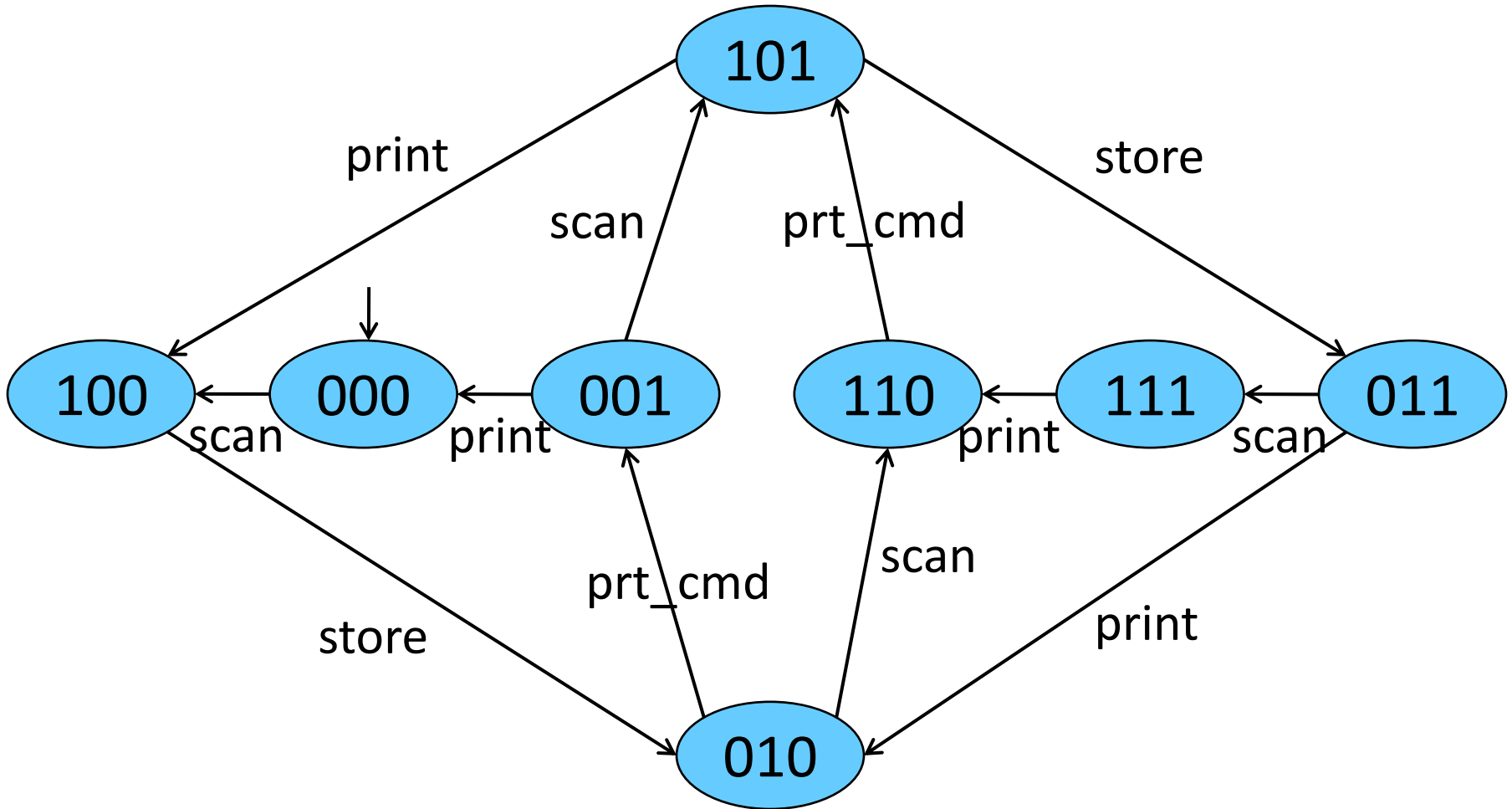
- Распределённые процессы, взаимодействующие при помощи синхронного обмена сообщениями
 - процессы вместе выполняют синхронизированные действия,
 - взаимодействие обоих процессов происходит одновременно,
 - происходит “рукопожатие”;
- Абстрагируемся от передаваемой информации;
- H – набор синхронизированных действий:
 - действия, не принадлежащие H , независимы и чередуются,
 - действия из H должны быть синхронизированы.

Пример рандеву



$A \parallel_H B \parallel_H \text{Printer}$

Параллельная композиция



Рандеву систем переходов

- Пусть $TS_i = \langle S_i, Act_i, \rightarrow_i, I_i, AP_i, L_i \rangle, i = 1, 2$ и $H \subseteq Act_1 \cap Act_2$
- Тогда $TS_1 \parallel_H TS_2$ определяется как $\langle S_1 \times S_2, Act_1 \cup Act_2, \rightarrow, I_1 \times I_2, AP_1 \cup AP_2, L \rangle$, где
- $L(\langle s_1, s_2 \rangle) = L_1(s_1) \cup L_2(s_2)$,
- отношение перехода \rightarrow определяется правилами:

$$\begin{array}{c}
 \frac{s_1 \xrightarrow{\alpha} {}_1 s_1'}{\langle s_1, s_2 \rangle \xrightarrow{\alpha} \langle s_1', s_2 \rangle} \quad \text{и} \quad \frac{s_2 \xrightarrow{\alpha} {}_2 s_2'}{\langle s_1, s_2 \rangle \xrightarrow{\alpha} \langle s_1, s_2' \rangle} \quad \text{для } \alpha \notin H \\
 \\
 \frac{s_1 \xrightarrow{\alpha} {}_1 s_1' \wedge s_2 \xrightarrow{\alpha} {}_2 s_2'}{\langle s_1, s_2 \rangle \xrightarrow{\alpha} \langle s_1', s_2' \rangle} \quad \text{для } \alpha \in H \quad \left[\begin{array}{l} \text{интерливинг} \\ \text{рандеву} \end{array} \right]
 \end{array}$$

Заметим, что $TS_1 \parallel_H TS_2 = TS_2 \parallel_H TS_1$, но $(TS_1 \parallel_{H_1} TS_2) \parallel_{H_2} TS_3 \neq TS_1 \parallel_{H_1} (TS_2 \parallel_{H_2} TS_3)$

Попарное рандеву

- Пусть $TS_1 \parallel \dots \parallel TS_n$ для $H_{i,j} \subseteq Act_i \cap Act_j$ с $H_{i,j} \cap Act_k = \emptyset$ для $k \neq i, j$
- Пространство состояний $TS_1 \parallel \dots \parallel TS_n$ – это декартово произведение множеств состояний TS_i

- для $\alpha \in Act_i \setminus (\bigcup_{0 < j \leq n \wedge i \neq j} H_{i,j})$ и $0 < i \leq n$

$$\frac{S_i \xrightarrow{\alpha} S_i'}{\langle S_1, \dots, S_i, \dots, S_n \rangle \xrightarrow{\alpha} \langle S_1, \dots, S_i', \dots, S_n \rangle}$$

- для $\alpha \in H_{i,j}$ и $0 < i < j \leq n$

$$\frac{S_i \xrightarrow{\alpha} S_i' \wedge S_j \xrightarrow{\alpha} S_j'}{\langle S_1, \dots, S_i, \dots, S_j, \dots, S_n \rangle \xrightarrow{\alpha} \langle S_1, \dots, S_i', \dots, S_j', \dots, S_n \rangle}$$

Синхронный параллелизм

Пусть $TS_i = \langle S_i, Act_i, \rightarrow_i, I_i, AP_i, L_i \rangle, i = 1, 2$ и

$\exists Act \times Act \rightarrow Act, (\alpha, \beta) \rightarrow \alpha * \beta$

$TS_1 * TS_2 = \langle S_1 \times S_2, Act_1 \cup Act_2, \rightarrow, I_1 \times I_2, AP_1 \cup AP_2, L \rangle$

где $L(\langle s_1, s_2 \rangle) = L_1(s_1) \cup L_2(s_2)$ и \rightarrow определяется так:

$$\frac{s_1 \xrightarrow{\alpha} {}_1 s_1' \wedge s_2 \xrightarrow{\beta} {}_2 s_2'}{\langle s_1, s_2 \rangle \xrightarrow{\alpha * \beta} \langle s_1', s_2' \rangle} \left(\begin{array}{l} \text{chan ch}[0]=\{\text{int}\} \\ \text{ch!M1} - \alpha \\ \text{ch?m} - \beta \end{array} \right)$$

Асинхронный параллелизм

- Процессы взаимодействуют при помощи каналов ($c \in Chan$),
- Каналы типизированы по передаваемым сообщениям ($dom(c)$),
- Каналы – FIFO буфера, хранящие сообщения (соотв. типа),
- Емкость канала $cap(c)$ – максимальное число сообщений, которое может буферизовать канал,
- $cap(c) = 0$ – взаимодействие сводится к рандеву.

Каналы

- Процесс P_i = граф программы PG_i + действия обмена сообщениями $Comm$:

$c!v$ – передача значения v по каналу c

$c?x$ – приём сообщения по каналу c и присвоение его переменной x

$$Comm = \{c!v, c?x \mid c \in Chan, v \in dom(c), x \in V_P, dom(x) \subseteq dom(c)\}$$

- Отправка и приём сообщений:
 - $c!v$ помещает значение v в конец буфера c (если c не полон),
 - $c?x$ забирает первый элемент буфера и присваивает его значение x (если c не пуст),
 - $cap(c) = 0$ – у канала c нет буфера, отправка и приём производятся одновременно (*рандеву*),
 - $cap(c) > 0$ – отправка и приём никогда **не происходят одновременно** (асинхронная передача сообщений).

Системы с каналами

- Граф программы PG над $(Var, Chan)$ задаётся сигнатурой

$$PG = \langle Loc, Act, Effect, \rightarrow, Loc_0, g_0 \rangle$$

где

$$\rightarrow \subseteq Loc \times (Cond(V_P) \times Act) \times Loc \quad \cup \quad Loc \times Comm \times Loc$$

- Система с каналами CS над $(\bigcup_{0 < i \leq n} Var_i, Chan)$ задаётся как

$$CS = [PG_1 \mid \dots \mid PG_n]$$

где PG_i – графы программ над $(Var_i, Chan)$

Взаимодействие

- Рандеву

- если $cap(c)=0$, то процесс P_i может выполнить $l_i \xrightarrow{c!v} l_i'$
- ... только если P_j может выполнить $l_j \xrightarrow{c?x} l_j'$
- эффект соответствует распределённому $x = v$

- Асинхронная передача сообщений

- если $cap(c) > 0$, то процесс P_i может выполнить $l_i \xrightarrow{c!v} l_i'$
- ... только если в c хранится меньше $cap(c)$ сообщений,
- P_j может выполнить $l_j \xrightarrow{c?x} l_j'$, только если c не пуст
- ... после чего первый элемент v извлекается из c и присваивается x (атомарно)

	Выполнимо, если	Эффект
$c!v$	c не полон	$\text{Enqueue}(c,v)$
$c?x$	c не пуст	$\langle x=\text{Front}(c);\text{Dequeue}(c); \rangle$

Модель на Promela

```
mtype = {msg, ack};  
chan s_r = [2] of {mtype, bit};  
chan r_s = [2] of {mtype, bit};
```

```
active proctype sender()
```

```
{ bit seqno;
```

```
  do
```

```
    :: s_r!msg,seqno ->
```

```
      if
```

```
        :: r_s?ack,eval(seqno) ->
```

```
          seqno = 1 - seqno;
```

```
        :: r_s?ack,eval(1-seqno)
```

```
      fi
```

```
  od
```

```
}
```

```
active proctype receiver()
```

```
{ bit expect, seqno;
```

```
  do
```

```
    :: s_r?msg,seqno ->
```

```
      r_s!ack,seqno;
```

```
    if
```

```
      :: seqno == expect;
```

```
        expect = 1 - expect
```

```
    ::else
```

```
    fi
```

```
  od
```

msg(0) →

← ack(0)

msg(1) →

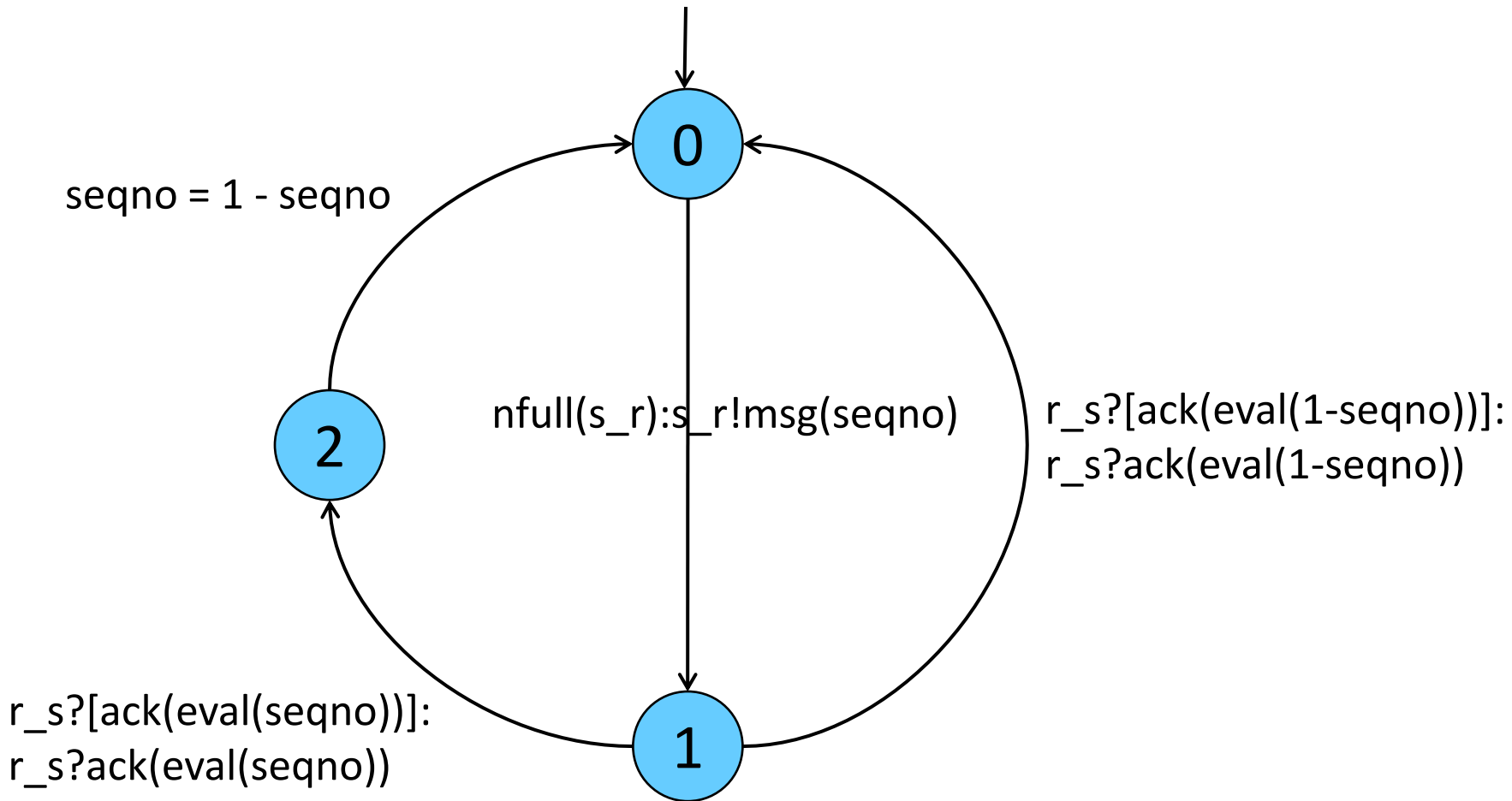
← ack(1)

Считываем новое сообщение

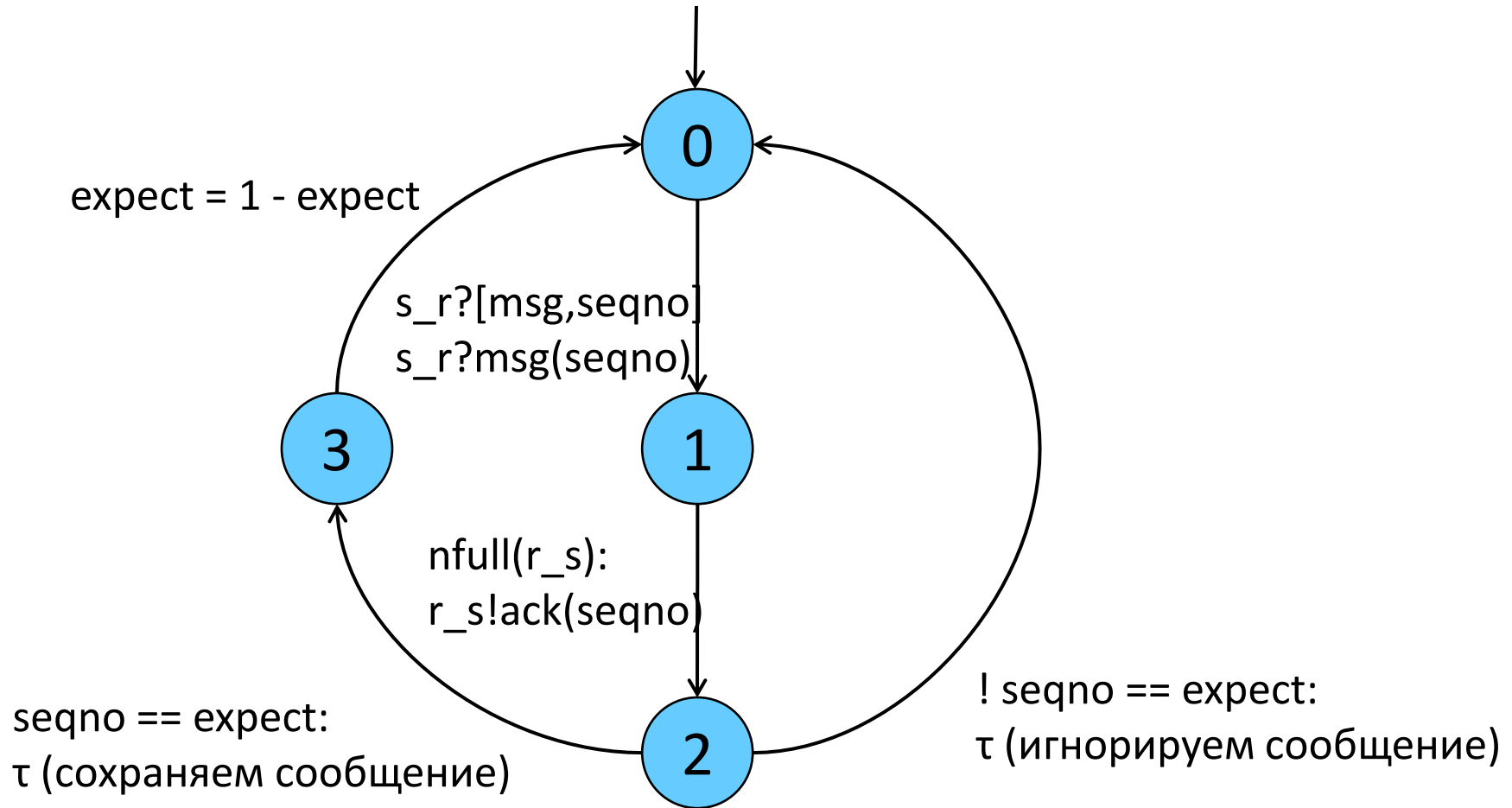
Сохраняем сообщение

Игнорируем сообщение

Alternating Bit Protocol (отправитель)



Alternating Bit Protocol (получатель)



Значение канала

- Оценка ξ значения канала c – это
 - отображение канала на последовательность значений:

$$\xi : Chan \rightarrow dom(c)^*$$

- такое, что длина последовательности не превосходит ёмкости канала:

$$len(\xi(c)) \leq cap(c)$$

- при этом $\xi(c) = v_1 v_2 \dots v_k$ означает, что v_1 – верхнее сообщение в буфере

- Исходная оценка $\xi_0(c) = \varepsilon \quad \forall c \in Chan$

Операционная семантика системы с каналами

- Пусть $CS = [PG_1 \mid \dots \mid PG_n]$ – система с каналами над $(Chan, Var)$, и

$$PG_i = \langle Loc_i, Act_i, Effect_i, \rightarrow_i, Loc_{0,i}, g_{0,i} \rangle, i = \overline{1, n}$$

- Система переходов $TS(CS)$ описывается сигнатурой

$$TS(CS) = \langle S, Act, \rightarrow, I, AP, L \rangle, где$$

- $S = (Loc_1 \times \dots \times Loc_n) \times Eval(Var) \times Eval(Chan)$
- $Act = (\bigcup_{0 < i \leq n} Act_i) \cup \tau$
- \rightarrow определяется правилами вывода на сл. слайдах
- $I = \{ \langle l_1, \dots, l_n, \eta, \xi \rangle \mid \forall i (l_i \in Loc_{0,i} \wedge \eta \models g_{0,i}) \wedge \forall c (\xi_0(c) = \varepsilon) \}$
- $AP = (\bigcup_{0 < i \leq n} Loc_i) \cup Cond(Var)$
- $L(\langle l_1, \dots, l_n, \eta, \xi \rangle) = \{l_1, \dots, l_n\} \cup \{g \in Cond(Var) \mid \eta \models g\}$

Правила вывода (I)

- Интерливинг для $\alpha \in Act_i$

$$\frac{l_i \xrightarrow{g:\alpha} l_i' \wedge \eta \models g}{\langle l_1, \dots, l_i, \dots, l_n, \eta, \xi \rangle \xrightarrow{\alpha} \langle l_1, \dots, l_i', \dots, l_n, \eta', \xi \rangle}$$

- Синхронная передача сообщений через $c \in Chan$, $cap(c) = 0$

$$\frac{l_i \xrightarrow{c?x} l_i' \wedge l_j \xrightarrow{c!v} l_j' \wedge i \neq j}{\langle l_1, \dots, l_i, \dots, l_j, \dots, l_n, \eta, \xi \rangle \xrightarrow{\tau} \langle l_1, \dots, l_i', \dots, l_j', \dots, l_n, \eta', \xi \rangle}$$

где $\eta = \eta[x = v]$.

Правила вывода (II)

- Асинхронная передача сообщений через $c \in Chan, cap(c) \neq 0$

– получить значение по каналу c и присвоить переменной x :

$$\frac{l_i \xrightarrow{c?x} l_i' \wedge len(\xi(c)) = k > 0 \wedge \xi(c) = v_1 \dots v_k}{\langle l_1, \dots, l_i, \dots, l_n, \eta, \xi \rangle \xrightarrow{c?x} \langle l_1, \dots, l_i', \dots, l_n, \eta', \xi' \rangle}$$

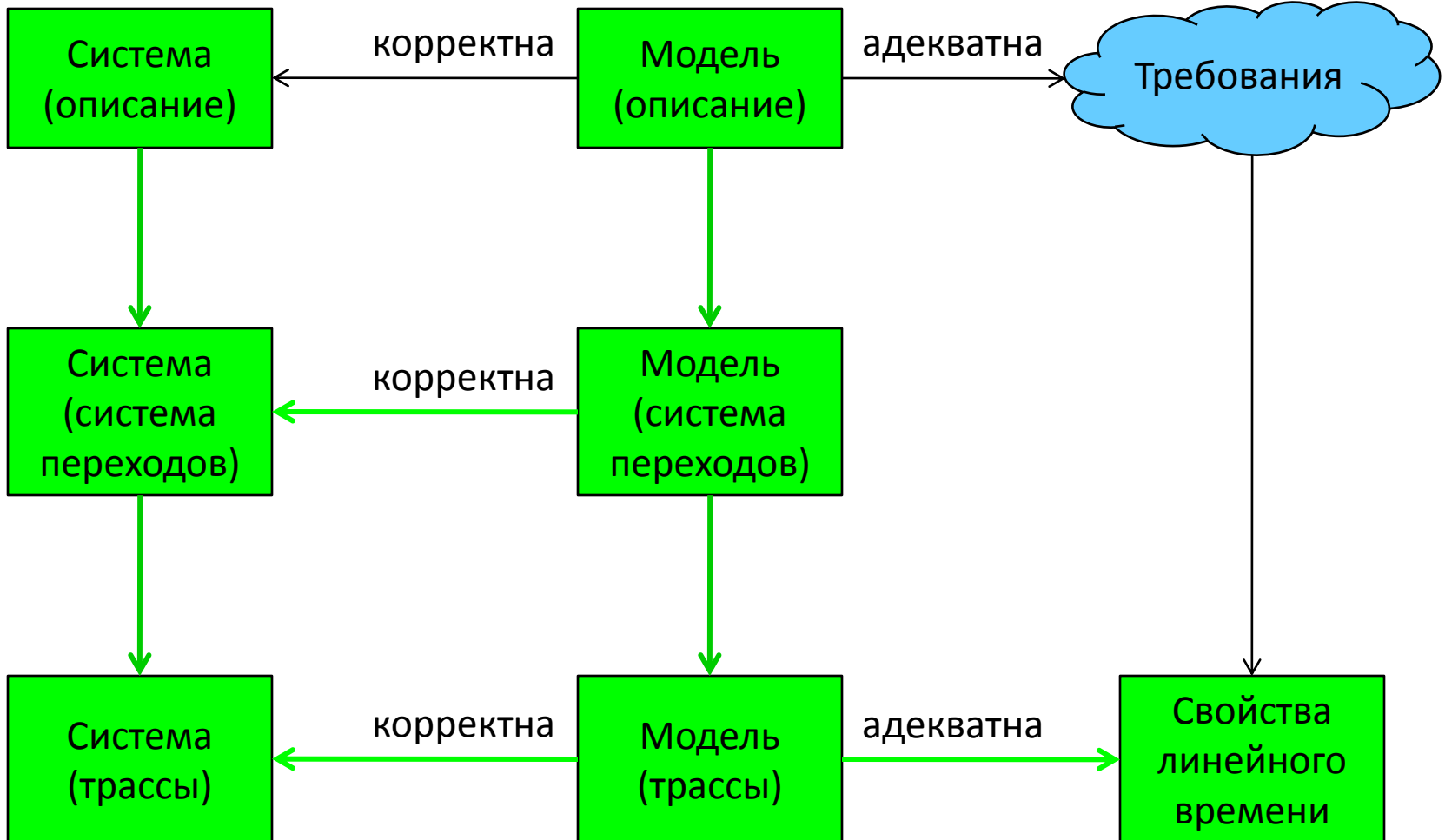
где $\eta = \eta[x = v_1]$ и $\xi' = \xi[c = v_2 \dots v_k]$.

– передать значение $v \in dom(c)$ по каналу c :

$$\frac{l_i \xrightarrow{c!v} l_i' \wedge len(\xi(c)) = k < cap(c) \wedge \xi(c) = v_1 \dots v_k}{\langle l_1, \dots, l_i, \dots, l_n, \eta, \xi \rangle \xrightarrow{c!v} \langle l_1, \dots, l_i', \dots, l_n, \eta, \xi' \rangle}$$

где $\xi' = \xi[c = v_1 \dots v_k v]$.

Схема понятий



Спасибо за внимание!
Вопросы?

