31 мая

Методы оптимизации. Вопросы к экзамену.

4 курс ВМиК МГУ, 2007-2008 учебный год, лектор профессор **Васильев Ф.П.**

01. Методы минимизации функций одной переменной (лекции; [1]: 9-20, 29-30, 33-34, 45-46).

02. Теорема Вейерштрасса (метрический вариант) ([1]: 74-75; [2]: 46-47).

03. Теорема Вейерштрасса (слабый вариант). Применение к задаче минимизации квадратичного функционала вида $\|Au - f\|^2$ (лекции; [2]: 49-50).

04. Существование решения задач минимизации терминального и интегрального квадратичного функционалов на решениях линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений (лекции; [2]: 57-59).

05. Существование решения задачи об оптимальном нагреве стержня (лекции).

06. Дифференцирование (первая и вторая производные). Применение к квадратичному функционалу вида $\|Au - f\|^2$ (лекции; [1]: 79-80; [2]: 18-20).

07. Необходимое условие локального минимума. Примеры (лекции; [1]: 165).

08. Градиент терминального квадратичного функционала (лекции; [2]: 29-33).

09. Градиент интегрального функционала (лекции).

10. Градиент функционала в задаче о нагреве стержня (лекции; [2]: 116-122).

11. Выпуклые функции. Теоремы о локальном минимуме, о множестве Лебега, о касательной плоскости. Критерий оптимальности. Примеры. ([1]: 161-169; [2]: 24, 28-29).

12. Критерии выпуклости функции. Выпуклость квадратичного функционала (лекции; [1]: 165-169; [2]: 21-25).

13. Сильно выпуклые функции, их свойства. Критерии сильной выпуклости функции ([1]: 181, 184-186; [2]: 25).

14. Теорема Вейерштрасса для сильно выпуклых функций (лекции; [1]: 182-183; [2]: 155).

15. Проекция точки на выпуклое замкнутое множество из гильбертова пространства, ее свойства. Примеры ([1]: 188-193; [2]: 72).

16. Градиентный метод. Метод проекции градиента. Их сходимость (лекции; [1]: 277, 281-282; [2]: 73, 76).

17. Метод Ньютона; его сходимость (лекции; [1]: 329-333).

18. Метод покоординатного спуска; его сходимость (лекции; [1]: 342-345).

19. Метод штрафных функций; его сходимость (лекции; [1]: 363-369).

20. Правило множителей Лагранжа (лекции; [1]: 379-381).

21. Теорема Куна-Таккера (лекции; [1]: 234-240).

22. Двойственная задача, ее свойства (лекции; [1]: 248-249).

23. Каноническая задача линейного программирования; ее эквивалентность общей задаче линейного программирования (лекции; [1]: 101-102, 105-106).

24. Критерий угловой точки в канонической задаче линейного программирования (лекции; [1]: 109-113).

25. Симплекс-метод для канонической задачи. Конечность метода в невырожденной задаче (лекции; [1]: 113-119, 123).

26. Симплекс таблица; ее преобразование на одном шаге симплекс-метода (лекции; [1]: 116-124).

27. Вырожденная каноническая задача. Антициклин (лекции; [3]: 46-58).

28. Метод искусственного базиса для поиска угловой точки в канонической задаче. Теорема Вейерштрасса для канонической задачи (лекции; [1]: 136-137, 145-146).

29. Теорема Куна-Таккера для канонической задачи линейного программирования. Двойственная задача (лекции).

30. Градиент в задаче оптимального управления со свободным правым концом (лекции; [2]: 91-95).

31. Принцип максимума Понтрягина в задаче оптимального управления со свободным правым концом (лекции).

32. Формулировка принципа максимума Понтрягина (общий случай). Краевая задача принципа максимума (лекции; [1]: 435-459).

33. Неустойчивые задачи минимизации. Метод стабилизации Тихонова (лекции).

34. Метод динамической регуляризации Осипова (лекции; [4]).

Литература:

[1] Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1988.

[2] Васильев Ф.П. Методы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1981.

[3] Васильев Ф.П. Иваницкий А.Ю. Линейное программирование. М.: Факториал, 1998, ~~1998~~ 2002, 2008.

[4] Осипов Ю.С. Васильев Ф.П. Потапов М.М. Основы метода динамической регуляризации. Изд. МГУ, 1999.