Программа курса

Метод динамической регуляризации

(8 семестр, 1/2 г., лектор – доцент М.М.Потапов)

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для динамической системы вида

$$y'(t) = f(y,t)u(t) + g(y,t), \quad t \in (0,T); \qquad y(0) = y_0, \tag{1}$$

с измеримым управлением $u(t)$. Свойства траекторий: равномерная ограниченность, липшиц-непрерывность по t и u; равномерная сходимость при слабой сходимости управлений.

2. Постановка задачи восстановления управления $u(t)$ по наблюдениям за траекторией $y(t)$ системы (1). Единственность управления с минимальной L^2 –нормой. Статическое решение задачи восстановления методом регуляризации Тихонова, сходимость метода по состоянию и управлению.

3. Динамическое решение задачи восстановления управления по наблюдениям за траекторией системы (1) методом Осипова-Кряжимского. Правило экстремального прицеливания, сходимость метода по состоянию и управлению.

4. Модельная краевая задача для уравнения теплопроводности и ее постановка в форме задачи Коши для дифференциально-операторного уравнения в гильбертовом пространстве:

$$y'(t) + Ay = u(t), \quad t \in (0,T), \quad y(0) = y_0. \tag{2}$$

5. Модельная краевая задача для уравнения колебаний и ее постановка в форме задачи Коши для дифференциально-операторного уравнения в гильбертовом пространстве:

$$y''(t) + Ay = u(t), \quad t \in (0,T), \quad y(0) = y_0, \;\; y'(0) = y_1. \tag{3}$$

6. Определения и свойства измеримых по Бохнеру функций $f(t)$ со значениями в гильбертовом пространстве H.

7. Определения и свойства интегрируемых по Бохнеру функций $f(t)$ со значениями в гильбертовом пространстве H.

8. Производные и обобщенные производные $f'(t),\ f''(t)$ функции $f(t)$ со значениями в гильбертовом пространстве H. Классы $L^p(0,T;H),\ C([0,T];H),\ W^1(0,T;X,Y)$, $W^2(0,T;X,Y,Z)$.

9. Производные и обобщенные производные по Соболеву $f^{(m)}(x)$ порядка $m = 1,2,\ldots$ функции $f(x):\ (0,\ell) \to R^1$. Классы $C[0,\ell],\ C^\infty[0,\ell],\ \dot{C}^\infty[0,\ell],\ L^p(0,\ell),\ H^1(0,\ell)$, $H_0^1(0,\ell),\ H^2(0,\ell)$.

10. Организация вложения сопряженных пространств $H^* \subset V^*$ на базе непрерывного и всюду плотного вложения исходных гильбертовых пространств $V \subset H$.

11. Расширение дифференциального оператора $Af(x) = -a^2 f''(x) : H^2(0,\ell) \to L^2(0,\ell)$ на все пространство $H_0^1(0,\ell)$.

12. Достаточные условия существования ОНБ из собственных векторов у симметричного положительно определенного оператора $A \in L(V \to V^*)$.

13. Вычисление норм $\|f\|_H$, $\|f\|_V$ и $\|f\|_{V^*}$ через собственные числа λ_k оператора A и коэффициенты Фурье.

14. Проверка достаточных условий существования в пространстве $L^2(0,\ell)$ ОНБ из собственных векторов у энергетического расширения дифференциального оператора $Af(x) = -a^2 f''(x)$ на пространство $H_0^1(0,\ell)$.

15. Существование и единственность решения задачи Коши (2). Энергетическая оценка решений через начальные условия и управления, гельдеровость решений по t.

16. Постановка задачи восстановления управления $u(t)$ по наблюдениям за состоянием $y(t)$ системы (2). Динамическое решение задачи восстановления методом Осипова-Кряжимского. Правило экстремального прицеливания, сходимость метода по состоянию и управлению.

17. Существование и единственность решения задачи Коши (3). Энергетическая оценка решений через начальные условия и управления, липшиц-непрерывность решений по t.

18. Постановка задачи восстановления управления $u(t)$ по наблюдениям за фазовой скоростью $y'(t)$ системы (3). Динамическое решение задачи восстановления методом Осипова-Кряжимского. Правило экстремального прицеливания, сходимость метода по состоянию и управлению.

ЛИТЕРАТУРА

1. Осипов Ю.С., Васильев Ф.П., Потапов М.М. Основы метода динамической регуляризации. М., Изд-во Моск. ун-та, 1999. – 237 с.

2. Кряжимский А.В., Осипов Ю.С. О моделировании управления в динамической системе // Изв. АН СССР. Сер. техн. киберн., 1983. N 2. С. 51–60.

3. Осипов Ю.С., Кряжимский А.В., Максимов В.И. Задачи динамической регуляризации для систем с распределенными параметрами. Изд-во Ин-та матем. и механ. УрО АН СССР. Свердловск, 1991.

4. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М., Наука, 1986.

5. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Наука, 1976. (гл. 2 §§6, 7; гл. 3 §4, п.5, п.6; гл. 4 §§2, 3, 4; гл. 5 §§4, 5; гл. 7 §§1, 2)

6. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М., Наука, 1979. (гл. 2 §2.5)

7. Михлин С.Г. Линейные уравнения в частных производных. М., Высшая школа, 1977. (гл.5)

8. Гаевский Х., Грегер К., Захариас К. Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения. М., Мир, 1978. (гл.1 §6, гл.2 §1, гл.4 §1.)