

Российский государственный университет нефти и
газа имени И. М. Губкина

Кафедра высшей математики

В.Т. Харин, М.Г. Голицына, Е.С. Калашникова,
И.С. Новикова

МАТЕМАТИКА

в нефтегазовом образовании

ТЕОРИЯ И ЗАДАЧИ

ВЫПУСК 2

**Дифференциальное исчисление функций
одной переменной**

Аналитическая геометрия

Линейная алгебра

Москва 2003

Предисловие

Высшая математика в среде студентов традиционно считается одной из наиболее трудных для усвоения дисциплин. Сложность, в основном, связана с использованием математического аппарата, методов исследования, приемов решения задач, которые значительно выходят за рамки описаний, принятых и применяющихся в привычной, «нематематизированной», жизни. Особенно трудно приходится тем, которые, обучаясь в средней школе, по каким-либо причинам упустили основы используемых там понятий элементарной математики. Насыщенная программа вузовского обучения практически оставляет очень мало времени на восстановление имеющихся пробелов. Времени обычно не хватает даже на осмысление вновь проходимого материала: лекции, практические занятия, контрольные, зачеты, экзамены – гонка, завершающаяся только на третьем курсе, когда математика уже “пройдена”. ... А дальше – другие заботы. Оглянуться назад некогда. Вот как описывается разница в восприятии времени подростком и пожилым человеком. Для подростка это: первый урок, перемена, второй урок, опять перемена Для человека, умудренного годами, время бежит в другом темпе: зима, весна, лето, осень, Студенты, скорее всего, занимают промежуточное положение. В результате к середине вузовского периода жизни у многих из них возникает некоторая сумятица, неуверенность в себе, истинное или кажущееся неумение решать даже сравнительно простые задачи, слабое представление об использовании математики в смежных и специальных дисциплинах.

А ведь всё это, как принято сейчас говорить, «лечится»! Надо только остановиться в гонке, и осмыслить ту информацию, которая была получена ранее в курсе высшей математики. При этом вовсе не обязательно вникать в суть доказательств приводящихся утверждений и теорем, скорее, более важно обратить внимание на введенные определения, на ход рассуждений, на приемы решения задач. В любом возрасте, на каждом этапе жизненного пути, такие краткие остановки иногда необходимы.

Пособие «Математика. Теории и задачи», выпущенное на кафедре высшей математики РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, как раз и представляется изданием, которое позволяет читателю (студенту, аспиранту, специалисту, преподавателю) остановиться, чтобы осмыслить великую и «ужасную» науку – **МАТЕМАТИКУ**. Пособие уникально в том смысле, что оно может быть полезно и для тех, кто в данное время изучает вузовский курс высшей математики, и для тех, которые этот курс формально давно (или недавно) завершили и даже получили вполне устраивающие их оценки, но при этом хотят понять: чему же их, собственно, обучали на заре их студенческой юности – на первом-втором курсах (когда, по терминологии, принятой на Западе, они были “freshmen”, или, по-нашему, «свеженькими»). Несомненна польза этой книги при подготовке к аспирантуре и магистратуре: ведь многим в процессе дальнейшего обучения предстоит решать задачи, связанные с серьезным математическим аппаратом. А уж специалисты, профессионально работающие в математике – преподаватели, исследователи – несомненно, найдут для себя много новых, неожиданно осмысленных подходов, и получат истинное удовольствие от прочтения рукописи.

Второй выпуск пособия, в основном, посвящен математическим понятиям, стоящим на стыке школьной и вузовской программ, и изучаемым в самом начале вузовского курса высшей математики. Однако даже известные из средней школы положения здесь рассмотрены без присущей школьному курсу поверхностности. В издание, кроме того, включены некоторые вопросы, традиционно изучаемые в курсах функционального анализа, которые преподаются далеко не на каждой специальности и не на каждом факультете. Дело вкуса читателя, с какой степенью внимательности и тщательности работать над этой книгой. Ее можно читать как беллетристику, можно прорабатывать и разбирать интересующие разделы, пытаться ответить на приведенные в каждой главе теоретические вопросы, можно рассматривать как руководство по решению задач.

Это издание задумал, разработал и воплотил в жизнь замечательный человек и ученый, заведующий кафедрой высшей математики РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, профессор Виталий Тимофеевич Харин. В книге – результат его многолетнего опыта преподавания математики и смежных с ней дисциплин в нашем ВУЗ’е и в институтах зарубежных стран, где ему довелось работать. Он всегда верил, что в каждой студенческой группе есть люди, которые относятся к изучаемым предметам (и к математике, в частности) не просто как к ничему не значащей, формальной ступеньке, обозначенной лишь строчкой в зачетной книжке, а – творчески, с желанием узнать, откуда берется то или иное понятие, и чему оно приводит. Такие студенты, как переживал Виталий Тимофеевич, иногда находятся в своих группах, на своем факультете в меньшинстве, но именно они должны определять лицо института, и именно они, зачастую, недополучают знаний в процессе своего обучения. Ведь, что греха таить, основная работа преподавателей ВУЗ’а ориентирована на тех, кто послабее, кто самостоятельно не может справиться с курсом. А на ребят, желающих узнать предмет больше и глубже, мы, преподаватели, зачастую обращаем значительно меньше внимания. Вот для таких творческих и ищущих личностей и написана эта книга. Профессор В.Т. Харин не успел только самую малость – собрать материал этого выпуска воедино и окончательно отредактировать рукопись. Это пособие было его последней остановкой и взглядом назад. Постараемся доделать задуманное им.

В.В. Калинин

Материалы, связанные с данным изданием, можно найти на сайте кафедры высшей математики РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина:

<http://kvm.gubkin.ru/Index.html>

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	1
Оглавление	4
Глава 1. Теория пределов	6
1.1. Числовые последовательности	6
1.2. Предел функции	22
1.3. Свойства непрерывных функций	34
1.4. Асимптотическое сравнение функций	45
Теоретические вопросы к главе 1.	53
Задачи к главе 1.	56
Глава 2. Производные и дифференциалы	64
2.1. Исходные понятия	64
2.2. Основные правила дифференцирования	70
2.3. Теоремы о конечных приращениях	78
2.4. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора	83
Теоретические вопросы к главе 2.	93
Задачи к главе 2.	95
Глава 3. Исследование функций с помощью производных	101
3.1. Экстремумы и монотонность	101
3.2. Выпуклость и точки перегиба	108
3.3. Наклонные асимптоты. Общая схема исследования функции	110
Теоретические вопросы к главе 3.	113
Глава 4. Точки и векторы. Метод координат	115
4.1. Геометрические векторы	115
4.2. Векторные пространства	124

4.3. Системы линейных алгебраических уравнений и их исследование методом Гаусса	126
4.4. Координаты точек	134
4.5. Аналитическое представление прямой линии	138
4.6. Аналитическое представление плоскости	143
4.7. Полярные координаты	149
Теоретические вопросы к главе 4.	151
Глава 5. Измерения в векторном пространстве	154
5.1. Скалярное умножение геометрических векторов	154
5.2. Ориентация в пространстве. Векторное умножение геометрических векторов. Смешанное умножение	161
5.3. Определители	167
5.4. Приложения теории определителей к изучению матриц и систем линейных уравнений	178
5.4.1. Ранг матрицы	178
5.4.2. Критерий совместности систем линейных уравнений	183
5.4.3. Крамеровские системы уравнений	184
5.4.4. Анализ линейной системы уравнений общего вида	186
Теоретические вопросы к главе 5.	188
Глава 6. Линейные операторы	190
6.1. Определения. Действия над линейными операторами	190
6.2. Линейные операторы в конечномерных пространствах	194
6.3. Обращение линейных операторов и матриц	200
6.4. Преобразование координат вектора и матрицы оператора при смене базиса	205
6.5. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора	211
Теоретические вопросы к главе 6.	213
Глоссарий	215