$$|z|=\sqrt{x^2+y^2} \quad z\bar{z}=|z|^2 \quad \frac{z_1}{z_2}=\frac{z_1\overline{z_2}}{z_2\overline{z_2}}=\frac{1}{|z_2|^2}z_1\overline{z_2} \quad z=|z|(\cos\phi+i\sin\phi) \quad \phi=arg\, z$$

$$\cos\phi=\frac{x}{|z|} \quad \sin\phi=\frac{y}{|z|} \quad e^{i\phi}=\cos\phi+i\sin\phi \quad z=|z|e^{i\phi}=\rho e^{i\phi}$$

$$z_1 z_2=\rho_1\rho_2 e^{i(\phi_1+\phi_2)}=\rho_1\rho_2(\cos(\phi_1+\phi_2)+i\sin(\phi_1+\phi_2))$$

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{\rho_1}{\rho_2}e^{i(\phi_1-\phi_2)}=\frac{\rho_1}{\rho_2}(\cos(\phi_1-\phi_2)+i\sin(\phi_1-\phi_2))$$

$$z^n=\rho^n(\cos n\phi+i\sin n\phi) \quad \sqrt[n]{z}=z_k=\sqrt[n]{\rho}(\cos\frac{\phi+2\pi k}{n}+i\sin\frac{\phi+2\pi k}{n}),\, k=\overline{0,n-1}$$

$$e^z=e^{x+iy}=e^x(\cos y+i\sin y) \quad \cos z=\frac{e^{iz}+e^{-iz}}{2} \quad \sin z=\frac{e^{iz}-e^{-iz}}{2\mathrm{i}}$$

$$ch\, z=\frac{e^z+e^{-z}}{2} \quad sh\, z=\frac{e^z-e^{-z}}{2} \quad Ln\, z=\ln\rho+i(\phi+2\pi k)$$

$$\cos z=\cos x\, ch\, y-i\sin x\, sh\, y \quad \sin z=\sin x\, ch\, y+i\cos x\, sh\, y$$

Условие Коши – Римана:

$$f(z)=u(x,y)+iv(x,y)\,\textit{имеет производную в точке}\, z=(x,y) <=>$$

$$\frac{du}{dx}=\frac{dv}{dy}, \quad \frac{du}{dy}=-\frac{dv}{dx} \quad \textit{в точке}\, z. \quad => \quad f'(z)=u'_x+iv'_x=v'_y+iv'_x$$

$$\textit{В полярноой форме}: \frac{du}{d\rho}=\frac{1}{\rho}\frac{dv}{d\phi} \quad \frac{dv}{d\rho}=-\frac{1}{\rho}\frac{du}{d\phi} \quad f'(z)=\frac{1}{\rho e^{i\phi}(\frac{dv}{d\phi}-i\frac{du}{d\phi})}$$

Отображение z -> w называется конформным, если оно обладает свойством постоянства углов и растяжение, т.е. переводит бесконечно малый треугольник в подобный бесконечно малый треугольник.

$$\mathring{1}.\, \omega(z)=az+b \quad a=\rho e^{i\phi} \quad z=re^{i\phi}$$

Поворот на угол ф, растяжение с коэффициентом ρ, сдвиг на вектор b.

$$\mathring{2}.\, \omega(z)=\frac{1}{z}=\frac{1}{r}e^{-i\phi}$$

1. *Зеркальное отображение относительно вещественной оси.*
2. *Инверсия в единичном круге* $|z|<1$
3. *Окружность -> окружность (прямая это окружность* $R=\infty$*)*
4. *Симметрия. Точки симметричные относительно окружности переводятся в точки симметричные относительно образа.*

$$\mathring{3}.\ \omega(z)=z^n$$

$$\phi_{new}=n\phi \qquad \rho_{new}=\rho^n$$

$$\mathring{4}.\ \omega(z)=\frac{az+b}{cz+d}=\lambda\frac{z+\alpha}{z+\beta} \quad (\textit{Дробно}-\textit{линейная функция})$$

$$\omega(z)=\lambda\left(\frac{\alpha-\beta}{z+\beta}+1\right) \qquad \omega_1(z)=z+\beta \qquad \omega_2(\omega_1)=\frac{1}{\omega_1} \qquad \omega_3(\omega_2)=\lambda(\alpha-\beta)\omega_2+\lambda$$

$$\mathring{5}.\ \omega(z)=\frac{1}{2}\left(z+\frac{1}{z}\right) \quad (\textit{функция Жуковского})$$

1. *внутренность* (*внешность*) *единичного круга на внешность отрезка* $[-1,1]$

2. *верхнюю* (*нижнюю*) *полуплоскость на плоскость с разрезом по полупрямым* $(-\infty,-1]$ *и* $[1,+\infty)$

3. *область* $\{\operatorname{Im} z<0, |z|<1\}$ *на верннюю полуплоскость*

4. *область* $\{\operatorname{Im} z>0, |z|>1\}$ *на верннюю полуплоскость*

5. *полукруг* $|z|<1, \operatorname{Im} z>0$ *на нижнюю полуплоскость*

$$\mathring{6}.\ \omega(z)=e^z$$

Горизонтальную полосу от 0 *до* π *в верхнюю полуплоскость.*

$$\mathring{7}.\ \omega(z)=\cos z$$

Вертикальную полуполосу от $-\pi$ *до* 0 *в верхнюю полуплоскость.*

Вертикальную полуполосу от 0 *до* π *в нижнюю полуплоскость.*

$$Arccos\, z=-i\, Ln(z+\sqrt{z^2-1}) \qquad Arcsin\, z=-i\, Ln\, i(z+\sqrt{z^2-1})$$

$$Arctg\, z=\frac{i}{2}Ln\frac{i+z}{i-z}=\frac{2}{2\mathrm{i}}Ln\frac{1+iz}{1-iz} \qquad Arcctg\, z=\frac{i}{2}Ln\frac{z-i}{z+i}$$

$$Arch\, z=Ln(z+\sqrt{z^2-1}) \qquad Arsh\, z=Ln(z+\sqrt{z^2+1})$$

$$Arth\, z=\frac{1}{2}Ln\frac{1+z}{1-z} \qquad Arcth\, z=\frac{1}{2}Ln\frac{z+1}{z-1}$$

$$\sin(z_1+z_2)=\sin z_1\cos z_2+\cos z_1\sin z_2$$

$$\cos(z_1+z_2)=\cos z_1\cos z_2-\sin z_1\sin z_2$$

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \qquad \sin\alpha-\sin\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \qquad \cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$