

## Вариант 1

1. Разложить функцию  $f(x)=x^2$  в тригонометрический ряд Фурье в интервале  $(0, 2\pi)$ . К чему сходится полученное выражение в точке  $x=2\pi$ ?

2. Обосновать возможность дифференцирования под знаком интеграла и вычислить интеграл:

$$\int_0^{\infty} \left(\frac{\sin \alpha x}{x}\right)^2 dx.$$

3. Исследовать на равномерную сходимость на множестве:

$$\int_1^{\infty} \alpha e^{-\alpha^2 x^2} dx, \quad \alpha > 0.$$

4. Найти особые точки и определить их характер:

$$f(z) = e^{\frac{1}{z+2}}.$$

5. Вычислить интеграл

$$\int_C (1+i-2\bar{z}) dz$$

по параболе  $y=x^2$ , соединяющей точки  $z_1=0$  и  $z_2=1+i$ .

6. Отобразить конформно сектор  $\{|z|<2, 0 < \arg z < \pi/4\}$  на  $\{\operatorname{Im} \omega > 0\}$ .

## Вариант 2

1. Исследовать на равномерную сходимость на множестве

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin \alpha x}{x} dx, \quad \alpha > 0.$$

2. Обосновать возможность дифференцирования под знаком интеграла и вычислить интеграл:

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-\alpha x^2} - e^{-\beta x^2}}{x} dx.$$

3. Вычислить интеграл:

$$\int_0^{\pi/2} \sin^{a-1} t dx, \quad a > 0.$$

4. Разложите в ряд Лорана на указанном множестве:

$$f(z) = \frac{1}{1+z^2}, \quad 0 < |z-i| < 2.$$

5. Применить методы ТФКП для вычисления интеграла. Обосновать применимость метода.

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 \sin ax}{(1+x^2)^2} dx, \quad a > 0.$$

6. Отобразить конформно единичный круг на плоскость с разрезом вдоль положительной действительной полуоси.