ВОПРОСЫ ПО СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ НЕРАВНОВЕСНЫХ СИСТЕМ (Ч. 2 КУРСА ТЕРМОДИНАМИКИ И СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ)

В весеннюю сессию в экзаменационные билеты включаются только вопросы и задачи по разделу «Статистическая физика неравновесных систем», перечисленные ниже. В каждом билете будет один «простой» вопрос, одна задача и один «сложный» вопрос, который может быть как теоретическим вопросом, так и задачей.

Для получения положительной оценки студент должен за 40 мин. предварительной подготовки записать полные ответы не менее, чем на *два* вопроса. С учетом уровня трудности третьего вопроса экзаменатор вправе выделить для ответа на этот вопрос дополнительное время.

Ответ студента на вопросы билета и дополнительные вопросы экзаменатора должен охватывать все разделы весеннего семестра: теорию флуктуаций, основы теории случайных процессов и теорию кинетических уравнений. Для получения оценки «отлично» требуется полный ответ на все три вопроса билета, включающий как описание физической природы обсуждаемых понятий и явлений, так и все детали расчетов. Оценка «хорошо» может быть поставлена за ответ на два вопроса, если студент успешно отвечает на вопросы по теоретическому минимуму, относящиеся к незатронутому в них разделу курса.

1. «Простые» вопросы

1. Пользуясь микроканоническим распределением, получить выражение для вероятности крупномасштабной флуктуации в равновесной изолированной системе.

2. Вывести общую формулу для вероятности заданной малой термодинамической флуктуации в равновесной неизолированной системе из формулы Эйнштейна, связывающей вероятность малой термодинамичесой флуктуации с изменением энтропии.

3. Получить выражение для вероятности крупномасштабных флуктуационных отклонений в равновесной системе, выделенной нежесткими теплопроводящими стенками из термостата ($N = \mathrm{const}$, остальные параметры флуктуируют), и установить его связь с условиями устойчивости этой системы.

4. Получить выражение для вероятности крупномасштабных флуктуационных отклонений в равновесной системе фиксированного объема, выделенной воображаемыми стенками из термостата ($V = \mathrm{const}$, остальные параметры флуктуируют), и установить его связь с условиями устойчивости этой системы.

5. Показать, что для системы, выделенной нежесткими теплопроводящими стенками из термостата ($N = \mathrm{const}$, остальные параметры флуктуируют), флуктуационные отклонения температуры и объема от их равновесных значений независимы.

6. Показать, что для системы фиксированного объема, выделенной воображаемыми стенками из термостата ($V = \mathrm{const}$, остальные параметры флуктуируют), флуктуационные отклонения температуры и общего числа частиц от их равновесных значений независимы.

7. Записать уравнение Ланжевена для импульса брауновской частицы и получить его формальное решение для начального импульса $p(0) = p_0$. Охарактеризовать корреляционную функцию случайного силового воздействия на частицу.

8. Дать физическую интерпретацию уравнения Фоккера–Планка в трехмерном пространстве и дополнительных условий к нему. Получить решение уравнения для свободной диффузии в одномерном пространстве.

9. Получить уравнение Смолуховского для общего марковского процесса и обсудить его физический смысл. При каких условиях это нелинейное уравнение описывает брауновское движение и более общие диффузионные процессы?

10. Пользуясь спектральным представлением стационарного случайного процесса, получить спектральную форму условия стационарности и указать связь между корреляционной функцией и спектральной плотностью процесса.

11. Определение стационарного марковского гауссовского случайного процесса и математические выражения для его свойств.

12. Получить формулу Найквиста для спектральной плотности теплового шума сопротивления R при температуре θ в полосе частот $\Delta\nu$.

13. Из уравнений Гамильтона для эволюции микроскопического состояния классической системы многих частиц вывести уравнение Лиувилля для плотности вероятности в фазовом пространстве.

14. Кинетические функции распределения. Одночастичная функция распределения и связанные с ней физические характеристики классической неравновесной системы. Ограниченность описания кинетики системы с помощью только этой функции.

15. Из уравнения Лиувилля получить общую форму кинетического уравнения для одночастичной кинетической функции распределения. Что такое интеграл столкновений и каким общим требованиям он должен удовлетворять?

16. Записать кинетическое уравнение с релаксационным членом вместо интеграла столкновений и получить его стационарное решение в первом порядке по параметру τ.

17. Сформулировать концепцию самосогласованного поля в системах с дальнодействием. Получить из первого уравнения цепочки Боголюбова кинетическое уравнение Власова как нулевое приближение по параметру дальнодействия $\varkappa_D \sqrt[3]{V/N}$ в классической плазме.

18. Линеаризуя уравнение Власова для классического электронного газа в компенсирующем поле положительно заряженных тяжелых ионов, получить систему уравнений для эволюции слабонеравновесного состояния.

19. Записать кинетическое уравнение Больцмана в пространственно однородном приближении. Охарактеризовать физические ограничения, необходимые для построения интеграла столкновений в системах типа газа с короткодействием (отсутствие тройных и массовый характер парных столкновений, подход Боголюбова к описанию кинетической эволюции системы).

20. Показать, что локальное распределение Максвелла при подстановке в качестве одночастичной функции распределения в интеграл столкновений Больцмана обращает его в нуль. Каков физический смысл соответствующего значения H-функции?

2. «Трудные» вопросы

1. Выразить дисперсию числа частиц в макроскопическом объеме через парную корреляционную функцию. Установить аддитивность дисперсии.

2. Для пространственно однородного классического газа вычислить среднее значение и относительную флуктуацию числа частиц N_1 в некоторой части сосуда объема V_1. Показать, что отклонение $\Delta N_1 = N_1 - \overline{N_1}$ от среднего значения имеет порядок $\sqrt{N}$ и что в пределе $N \to \infty$, $V, V_1 \to \infty$, $V_1/V = \text{const}$ величина $\Delta N_1/\sqrt{N}$ подчиняется нормальному закону.

3. С помощью большого канонического распределения Гиббса определить дисперсию энергии системы, выразив ее через уравнения состояния системы. Рассмотреть частные случаи вырожденного ферми-газа и классического идеального газа.

4. Пользуясь уравнением Ланжевена для импульса брауновской частицы, получить зависимость от времени дисперсий ее импульса и координаты в шкале времени, грубой по сравнению со временем автокорреляции случайной силы.

5. Пользуясь уравнением Ланжевена, получить корреляционную функцию $\overline{\Delta x(t)\, \Delta x(t+\Delta t)}$ отклонения ее координаты от среднего значения на временах, больших по сравнению со временем забывания начальных условий. Происходит ли выход на стационарный режим?

6. Вывести одномерное уравнение Фоккера–Планка для марковского процесса диффузионного типа из уравнения Смолуховского.

7. Получить дисперсионное уравнение для продольных колебаний электростатического поля и плотности в классической плазме, связывающее плазменную частоту с величиной волнового вектора. Показать, как может быть устранена обратимость во времени уравнения Власова («ε-процедура»).

8. Вывести цепочку уравнений Боголюбова для кинетических функций распределения из уравнения Лиувилля.

9. С помощью кинетического уравнения с релаксационным членом в приближении $\tau = \text{const}$ оценить коэффициент внутреннего трения термически однородного классического газа.

10. Дать качественный вывод кинетического уравнения Больцмана для пространственно однородного газа с короткодействием (без использования цепочки Боголюбова).

11. Доказать лемму Больцмана и получить из нее H-теорему Больцмана. Какова причина появления необратимости во времени полученного результата? Обсудить парадокс Лошмидта.

12. Линеаризуя интеграл столкновений Больцмана, показать, что характерное время релаксации к состоянию равновесия определяется наименьшим положительным собственным значением соответствующего оператора.

3. Задачи

1. Получить выражение для вероятности обнаружить N_1 частиц в макроскопическом объеме V_1, выделенном внутри сосуда объема V с N частицами пространственно однородного идеального классического газа, в пределе $N \to \infty$, $V \to \infty$, $V/N = v = \text{const}$, $V_1 = \text{const}$.

2. Полагая вылеты отдельных электронов из катода независимыми друг от друга событиями, а вероятность отдельных вылетов за малый интервал времени τ пропорциональной τ, показать, что дисперсия полного заряда, испущенного с катода за время t, равна eIt, где I — средний ток эмиссии.

3. С помощью большого канонического распределения Гиббса определить корреляцию флуктуаций энергии и числа частиц в системе, выразив ее через уравнения состояния системы. Рассмотреть частный случай равновесного излучения.

4. С помощью большого канонического распределения Гиббса определить дисперсию числа частиц в системе, выразив ее через уравнения состояния системы. Рассмотреть частные случаи вырожденного ферми-газа и классического идеального газа.

5. Определить дисперсию и относительную флуктуацию чисел заполнения равновесных идеальных бозе-газа (выше температуры его конденсации), ферми-газа и невырожденного идеального газа.

6. Для системы с фиксированным числом частиц определить корреляции $\overline{(\Delta\theta\Delta S)}_N$, $\overline{(\Delta p\Delta V)}_N$.

7. Для системы фиксированного объема, выделенной воображаемыми стенками, определить корреляции $\overline{(\Delta\theta\Delta S)}_V$, $\overline{(\Delta\mu\Delta N)}_V$.

8. Найти решение уравнения Фоккера–Планка на бесконечной прямой в однородном поле силы тяжести, если в начальный момент блуждающая частица имела координату x_0.

9. Найти решение одномерного уравнения Фоккера–Планка на полупрямой $x > 0$, полагая, что в начальный момент блуждающая частица имела координату $x_0 > 0$, внешнего поля нет, а в точке $x = 0$ расположена непроницаемая для частиц стенка.

10. Пользуясь уравнением Ланжевена, получить корреляционную функцию $\overline{\Delta p(t)\, \Delta p(t+\Delta t)}$ отклонения ее импульса от среднего значения в шкале времени, грубой по сравнению со временем автокорреляции случайной силы.

11. Определить в грубой шкале времени $t \gg \tau$ корреляцию отклонений импульса и отклонений координаты брауновской частицы от своих средних значений $\overline{\Delta p\, \Delta x}$ и оценить эту корреляцию в случае $t \gg 1/\Gamma$ (τ — время автокорреляции случайной силы, Γ — коэффициент вязкости среды).

12. Представляя условную вероятность $\rho(\, x' \mid x, \Delta t\,)$ при $\Delta t \to 0$ в виде двух слагаемых, характеризующих вероятность брауновской частице за время Δt остаться в точке x и вероятность за это же время с некоторой интенсивностью перехода $w(\, x' \mid x\,)$ оказаться в точке $x' \neq x$, придать уравнению Смолуховского форму уравнения кинетического баланса.

13. Найти корреляционную функцию $F_\zeta(t)$ и соответствующую ей спектральную плотность $J_\zeta(\omega)$ случайного процесса $\zeta(t) = \dot{\xi}(t)$, если корреляционная функция $F_\xi(t) = \overline{\xi(0)^2}\exp(-\Gamma|t|)$.

14. Стационарный случайный процесс $\xi(t)$ характеризуется спектральной плотностью $J(\omega)$. Найти спектральную плотность процесса $\eta(t) = \frac{1}{\tau}\int_{t-\tau}^{t} \xi(s)\, ds$ (τ — заданный положительный параметр).

15. В момент времени $t = 0$ разряженный конденсатор емкости C замыкают через проводник сопротивления R, находящийся при температуре θ. Найти средний квадрат заряда на конденсаторе $Q(t)$ при $t \ll RC$.

16. Оценить интенсивность случайного силового воздействия молекулярной среды на брауновскою частицу в полосе частот $\Delta\omega$, выбираемой произвольно в диапазоне $0 < \omega < \Gamma_0$ (Γ_0^{-1} — время автокорреляции случайной силы).

17. С помощью кинетического уравнения с релаксационным членом оценить в стационарном приближении коэффициент теплопроводности $\varkappa$ газа, находящегося при постоянном давлении, в приближении $\tau = \text{const}$, если известны температура θ, средняя концентрация n и масса одной частицы m.

18. С помощью кинетического уравнения с релаксационным членом оценить в стационарном приближении коэффициент проводимости невырожденного электронного газа при постоянной температуре в приближении $\tau = \text{const}$, если известны температура θ, средняя концентрация n, заряд e и масса m одного электрона.

19. Доказать H-теорему на основе уравнения кинетического баланса, предполагая матрицу интенсивностей перехода симметричной.

4. Вопросы теорминимума

Примерные ответы приведены в рамках (обозначения соответствуют учебнику И.А. Квасникова). Для правильного ответа необходимо объяснить смысл всех использованных в формуле обозначений.

1. Связь вероятности флуктуационного отклонения от равновесия в изолированной системе с изменением ее энтропии (формула Эйнштейна).

$$\boxed{w_\Delta \sim e^{\Delta S}}$$

2. Связь вероятности флуктуационного отклонения от равновесия в системе, помещенной в термостат и находящейся: (а) при фиксированном объеме; (б) под поршнем; (в) в воображаемых стенках с изменением энтропии и соответствующих термодинамических потенциалов.

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{(а) } w_\Delta \sim e^{\Delta S - \Delta\mathscr{E}/\theta_T} = e^{-\Delta\mathscr{F}/\theta_T}; \quad \text{(б) } w_\Delta \sim e^{\Delta S - (\Delta\mathscr{E} + p\Delta V)/\theta_T} = e^{-\Delta G/\theta_T}; \\ \text{(в) } w_\Delta \sim e^{\Delta S - (\Delta\mathscr{E} - \mu_T \Delta N)/\theta_T} = e^{-\Delta\Omega/\theta_T}\end{array}}$$

3. Формула, выражающая вероятность заданной малой термодинамической флуктуации в равновесной неизолированной системе.

$$\boxed{w_\Delta \sim \exp\left(\frac{\Delta p \Delta V - \Delta\theta\Delta S - \Delta\mu\Delta N}{2\theta}\right)}$$

4. Уравнение Ланжевена для импульса брауновской частицы. Каковы статистические свойства случайной силы в его правой части?

$$\boxed{\begin{array}{c}\dot{p} + \Gamma p = F(t); \\ \overline{F(t)} \equiv 0; \quad \overline{F(t_1)F(t_2)} = \varphi(t_1 - t_2), \\ \text{где } \varphi(t) \gg 1 \text{ при } |t| < \tau,\ \varphi(t) = 0 \text{ при } |t| > \tau \text{ и рассматривается} \\ \text{грубый масштаб времени } dt \gg \tau\end{array}}$$

5. Формулы для дисперсии импульса брауновской частицы при $\Gamma t \ll 1$ и дисперсии ее координаты (формула Эйнштейна) при $\Gamma t \gg 1$.

$$\boxed{\overline{(\Delta p(t))^2} \cong 2\Gamma m\theta t \quad (\Gamma t \ll 1), \qquad \overline{(\Delta x(t))^2} \cong \frac{2\theta}{m\Gamma} t \quad (\Gamma t \gg 1)}$$

6. Что такое марковский случайный процесс?

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{Случайный процесс } \xi(t) \text{ называется марковским, если при любом} \\ n \geqslant 3 \text{ условная вероятность } P_n \text{ обнаружить частицу в интерва-} \\ \text{ле } (\xi_n, \xi_n + d\xi_n) \text{ в момент времени } t_n \text{ удовлетворяет соотношению} \\ P_n(\,\xi_1, t_1; \ldots; \xi_{n-1}, t_{n-1} \mid \xi_n, t_n\,) = P_2(\,\xi_{n-1}, t_{n-1} \mid \xi_n, t_n\,)\end{array}}$$

7. Уравнение Смолуховского для марковского случайного процесса.

$$\boxed{P_2(\,\xi_1, t_1 \mid \xi_3, t_3\,) = \int P_2(\,\xi_1, t_1 \mid \xi_2, t_2\,) P_2(\,\xi_2, t_2 \mid \xi_3, t_3\,)\, d\xi_2}$$

8. Уравнение Фоккера–Планка для диффузионного случайного процесса в трехмерном случае.

$$\boxed{\frac{\partial\rho}{\partial t} = \operatorname{div}\left(D\,\nabla\rho + \frac{1}{\gamma}\rho\,\nabla U\right)}$$

9. Решение уравнения Фоккера–Планка для диффузии на бесконечной прямой при отсутствии внешнего потенциала.

$$\boxed{\rho(x,t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi(\theta/\gamma)t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4(\theta/\gamma)t}\right) \text{ или } \rho(x,t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right)}$$

10. Что такое гауссов случайный процесс?

$$\boxed{\text{Случайный процесс } \xi(t) \text{ называется гауссовым, если все его плотности вероятности } w_n(\xi_1, t_1; \ldots; \xi_n, t_n) \text{ являются гауссовыми}}$$

11. Корреляционная функция стационарного марковского гауссова случайного процесса (процесса Орнштейна–Уленбека).

$$\boxed{F(t) = F(0)\, e^{-\Gamma|t|}}$$

12. Что такое стационарный случайный процесс?

$$\boxed{\text{Случайный процесс } \xi(t) \text{ называется стационарным, если все его плотности вероятности однородны во времени: } w_n(\xi_1, t_1+t_0; \ldots; \xi_n, t_n+t_0) = w_n(\xi_1, t_1; \ldots; \xi_n, t_n) \text{ для любого } t_0}$$

13. Спектральное условие стационарности случайного процесса.

$$\boxed{\overline{\xi_\omega \xi^*_{\omega'}} = J(\omega)\delta(\omega - \omega')}$$

14. Формула Найквиста для спектральной плотности теплового шума сопротивления R при температуре θ в полосе частот $\Delta\nu$.

$$\boxed{\overline{\mathscr{E}^2}\Big|_{\Delta\omega} = 4R\theta\Delta\nu}$$

15. Уравнение Лиувилля для классической системы N частиц.

$$\boxed{\frac{\partial w_N}{\partial t} = \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{r}_i}\cdot\frac{\partial w}{\partial \boldsymbol{p}_i} - \frac{\partial w}{\partial \boldsymbol{r}_i}\frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{p}_i}\right) = \{H, w\}_{\text{кл}}}$$

16. Определение s-частичной кинетической функции распределения.

$$\boxed{F_s(t, \boldsymbol{r}_1, \ldots, \boldsymbol{r}_s, \boldsymbol{p}_1, \ldots, \boldsymbol{p}_s) = V^s \int w_N\, \frac{dq\, dp}{d\boldsymbol{r}_1 \ldots d\boldsymbol{r}_s\, d\boldsymbol{p}_1 \ldots d\boldsymbol{p}_s}}$$

17. Выражения через нестационарную одночастичную кинетическую функцию распределения $F_1(t, \boldsymbol{r}, \boldsymbol{p})$ для локальной концентрации $n(t, \boldsymbol{r})$ и плотности электрического тока $\boldsymbol{j}(t, \boldsymbol{r})$, если каждая частица имеет заряд q.

$$\boxed{n(t, \boldsymbol{r}) = \frac{N}{V}\int F_1(t, \boldsymbol{r}, \boldsymbol{p})\, d\boldsymbol{p}, \quad \boldsymbol{j}(t, \boldsymbol{r}) = \frac{N}{V}\int \frac{q}{m}\boldsymbol{p}\, F_1(t, \boldsymbol{r}, \boldsymbol{p})\, d\boldsymbol{p}}$$

18. Общая структура кинетического уравнения для одночастичной кинетической функции распределения и интеграл столкновений.

$$\boxed{\frac{\partial F_1(t, \boldsymbol{r}, \boldsymbol{p})}{\partial t} + \frac{1}{m}\boldsymbol{p}\cdot\frac{\partial F_1}{\partial \boldsymbol{r}} - \frac{\partial U}{\partial \boldsymbol{r}}\cdot\frac{\partial F_1}{\partial \boldsymbol{p}} = \left(\frac{\partial F_1}{\partial t}\right)_{\text{ст}}}$$

19. Первое уравнение цепочки Боголюбова, связывающее одночастичную и двухчастичную кинетические функции распределения.

$$\boxed{\frac{\partial F_1(t, \boldsymbol{r}, \boldsymbol{p})}{\partial t} + \frac{1}{m}\boldsymbol{p}\cdot\frac{\partial F_1}{\partial \boldsymbol{r}} - \frac{\partial U}{\partial \boldsymbol{r}}\cdot\frac{\partial F_1}{\partial \boldsymbol{p}} = \frac{1}{v}\int \frac{\partial \Phi(|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|)}{\partial \boldsymbol{r}}\cdot\frac{\partial F_2(t, \boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}', \boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}')}{\partial \boldsymbol{p}}\, d\boldsymbol{r}'\, d\boldsymbol{p}'}$$

20. Кинетическое уравнение с релаксационным членом вместо интеграла столкновений.

$$\boxed{\frac{\partial F_1(t, \boldsymbol{r}, \boldsymbol{p})}{\partial t} + \frac{1}{m}\boldsymbol{p}\cdot\frac{\partial F_1}{\partial \boldsymbol{r}} - \frac{\partial U}{\partial \boldsymbol{r}}\cdot\frac{\partial F_1}{\partial \boldsymbol{p}} = -\frac{F_1 - F_1^{(0)}}{\tau}}$$

21. Кинетическое уравнение Власова в однокомпонентной классической плазме.

$$\boxed{\begin{gathered}\frac{\partial F_1(t, \boldsymbol{r}, \boldsymbol{p})}{\partial t} + \frac{1}{m}\boldsymbol{p}\cdot\frac{\partial F_1}{\partial \boldsymbol{r}} - \frac{\partial\big(U + \widetilde{U}(t, \boldsymbol{r})\big)}{\partial \boldsymbol{r}}\cdot\frac{\partial F_1}{\partial \boldsymbol{p}} = 0,\\ \widetilde{U}(t, \boldsymbol{r}) = \int n(t, \boldsymbol{r}')\Phi(|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|)\, d\boldsymbol{r}' = \frac{N}{V}\int F_1(t, \boldsymbol{r}', \boldsymbol{p}')\Phi(|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|)\, d\boldsymbol{r}' d\boldsymbol{p}'\end{gathered}}$$

22. Кинетическое уравнение Больцмана для пространственно однородного случая.

$$\boxed{\begin{array}{c}\dfrac{\partial f}{\partial t} = \dfrac{1}{v}\displaystyle\int (f' f_1' - f f_1) u \, d\omega \, d\boldsymbol{p}_1,\\ \text{где } u = |\boldsymbol{p}_1 - \boldsymbol{p}|/m,\ d\omega = a\, da\, d\varphi,\ f = F_1(t,\boldsymbol{p}),\ f', f_1, f_1' \text{ получаются}\\ \text{из } f \text{ заменой } \boldsymbol{p} \text{ на } \boldsymbol{p}', \boldsymbol{p}_1 \text{ и } \boldsymbol{p}_1' \text{ соответственно, а } \boldsymbol{p}', \boldsymbol{p}_1' \text{ выражаются}\\ \text{через } \boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}_1 \text{ и параметры рассеяния } a, \varphi \text{ с помощью формул механики}\end{array}}$$

23. Функция, обращающая в нуль интеграл столкновений Больцмана.

$$\boxed{\mathscr{F}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p}) = \exp(\alpha + \boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{p} + \gamma|\boldsymbol{p}|^2) = n(\boldsymbol{r})\frac{\text{const}}{(2\pi m\theta(\boldsymbol{r}))^{3/2}}\exp\left(-\frac{|\boldsymbol{p}-\boldsymbol{p}_0(\boldsymbol{r})|^2}{2m\theta(\boldsymbol{r})}\right)}$$

24. H-функция и H-теорема Больцмана.

$$\boxed{\mathscr{H}(t) = \int \mathscr{F}(t,\boldsymbol{r},\boldsymbol{p}) \ln \mathscr{F}(t,\boldsymbol{r},\boldsymbol{p}) \frac{d\boldsymbol{r}\, d\boldsymbol{p}}{(2\pi\hbar)^3}; \quad \frac{d\mathscr{H}(t)}{dt} \leqslant 0}$$

В последних двух вопросах $\mathscr{F}$ — обезразмеренная одночастичная функция распределения.

Зав. кафедрой
квантовой статистики и теории поля
академик РАН В.П. Маслов

____ мая 2008 г.