Черников В.
Вар 2

№1 $\Phi_1 = (\bar x \vee \bar z)(x \vee y)(x \vee \bar z) \overset{5)}{=} (x \vee y)(\bar x \vee \bar z)(x \vee \bar z) \overset{4)}{=}$

$= (x \vee y)(\bar x(x \vee \bar z) \vee \bar z(x \vee \bar z)) \overset{4)}{=} (x \vee y)((\bar x \vee \bar z)\bar x \vee$

$\vee (x \vee \bar z)\bar z) \overset{4)}{=} (x \vee y)(x\bar x \vee \bar z\bar x \vee x\bar z \vee \bar z\bar z) \overset{5),10)}{=}$

$= (x \vee y)(\bar x\bar z \vee x\bar z \vee x\bar x \vee \bar z) \overset{5)}{=} (x \vee y)(\bar z \vee \bar z \vee x\bar x) \overset{13)}{=}$

$= (x \vee y)(\bar z \vee x\bar x) \overset{4)}{=} x(\bar z \vee x\bar x) \vee y(\bar z \vee x\bar x) \overset{5)}{=}$

$= (\bar z \vee x\bar x)x \vee (\bar z \vee x\bar x)y \overset{4)}{=} \bar z x \vee x\bar x \vee \bar z y \vee x\bar x y \overset{5),14)}{=}$

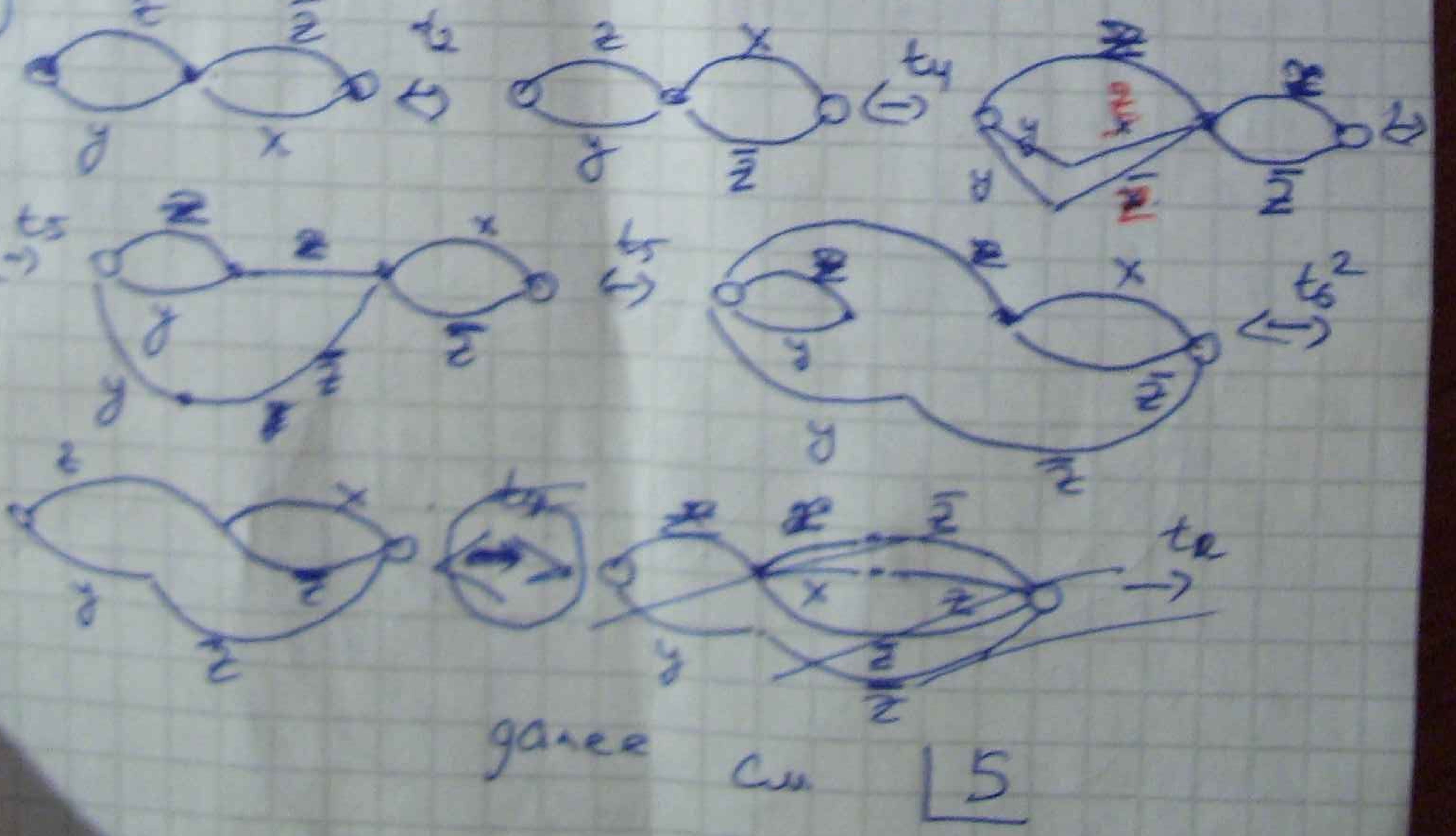
$= x\bar x \vee x\bar x y \vee y\bar z \vee x\bar z \overset{7)}{=} x\bar x \vee x\bar x y \vee y\bar z \vee x\bar z \overset{9)}{=}$

$= x\bar x y \vee y\bar z \vee x\bar z \overset{14)}{=} y\bar y y \vee y\bar z \vee x\bar z \overset{5)}{=} yy\bar y \vee y\bar z \vee x\bar z =$

$\overset{7)}{=} y\bar y \vee y\bar z \vee x\bar z \overset{9)}{=} y\bar z \vee x\bar z \overset{1)}{=} \overline{\bar y \vee z} \vee x\bar z = \Phi_2$

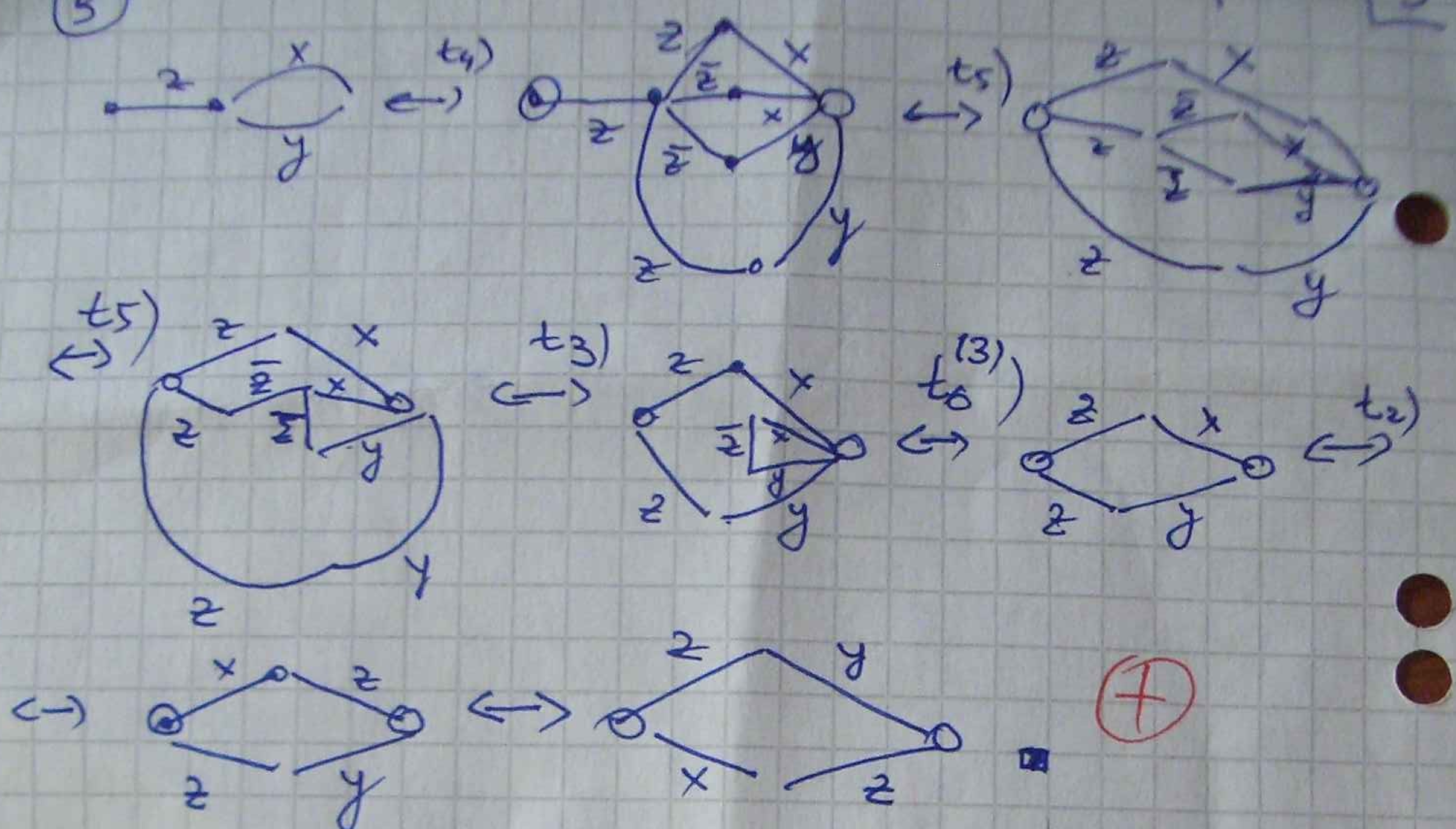
+

№2

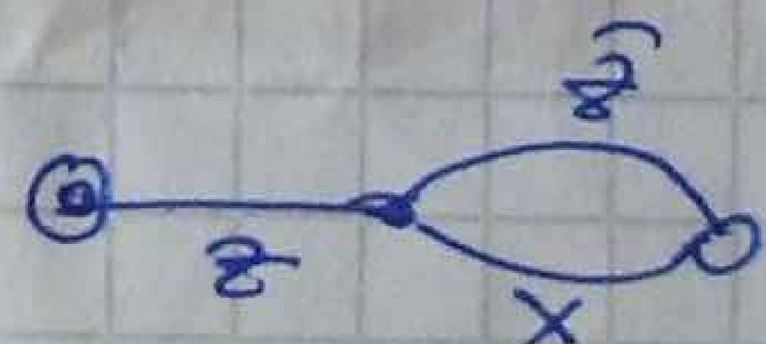


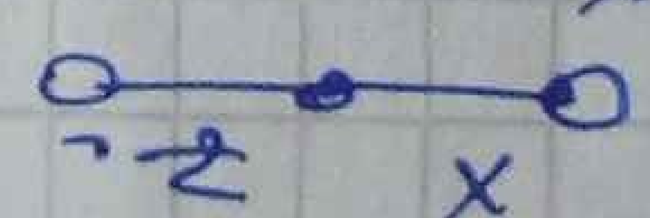
далее см. Л5

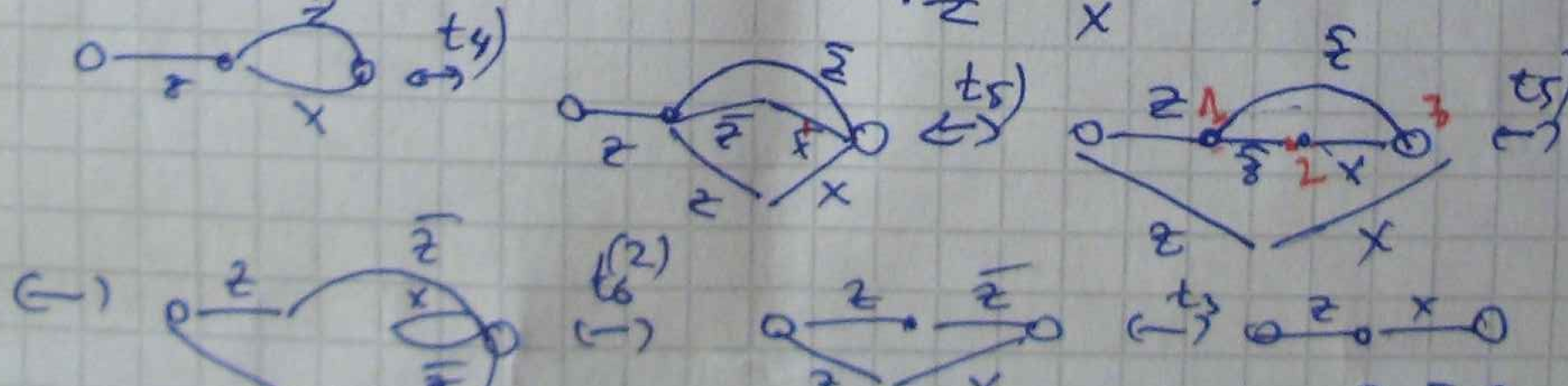
3



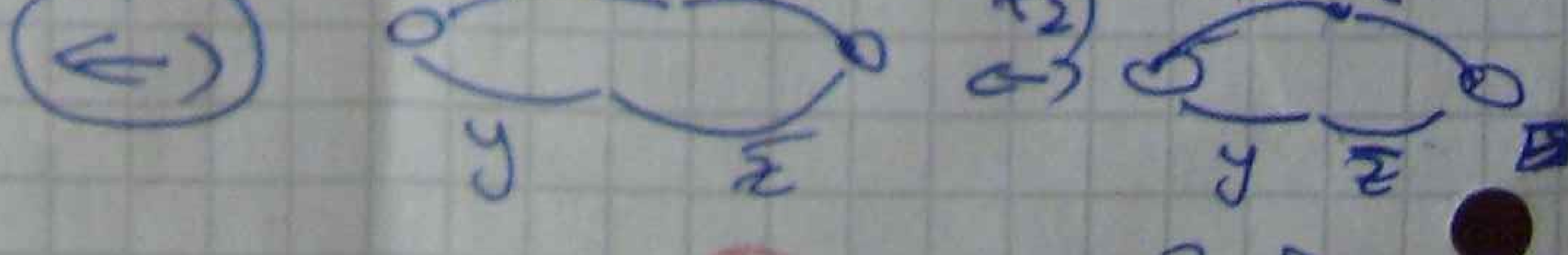
Продолж. 2.

Рассм. отдельно кусок  и 

докажем, что он ~ .

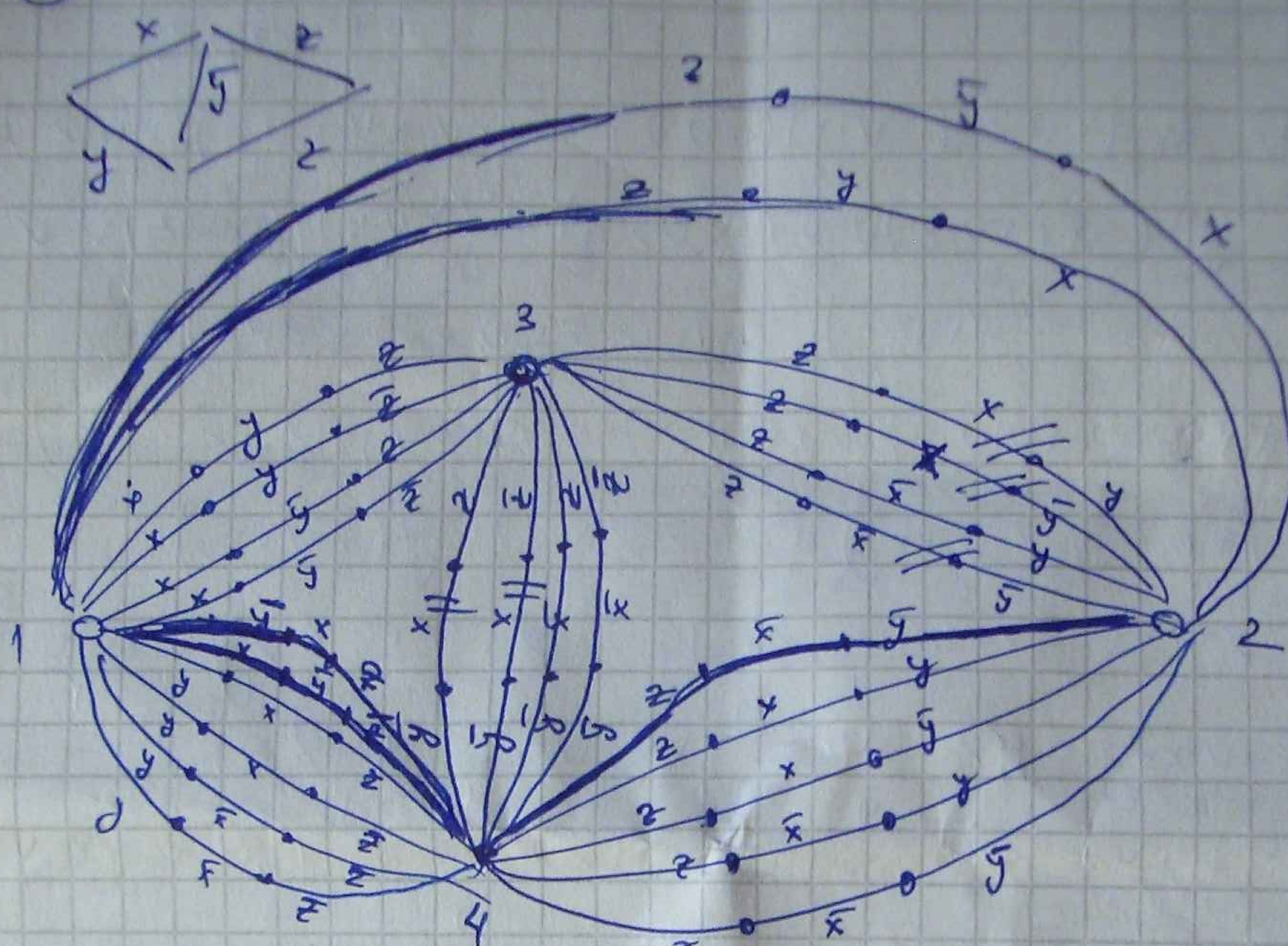


ч.т.д.

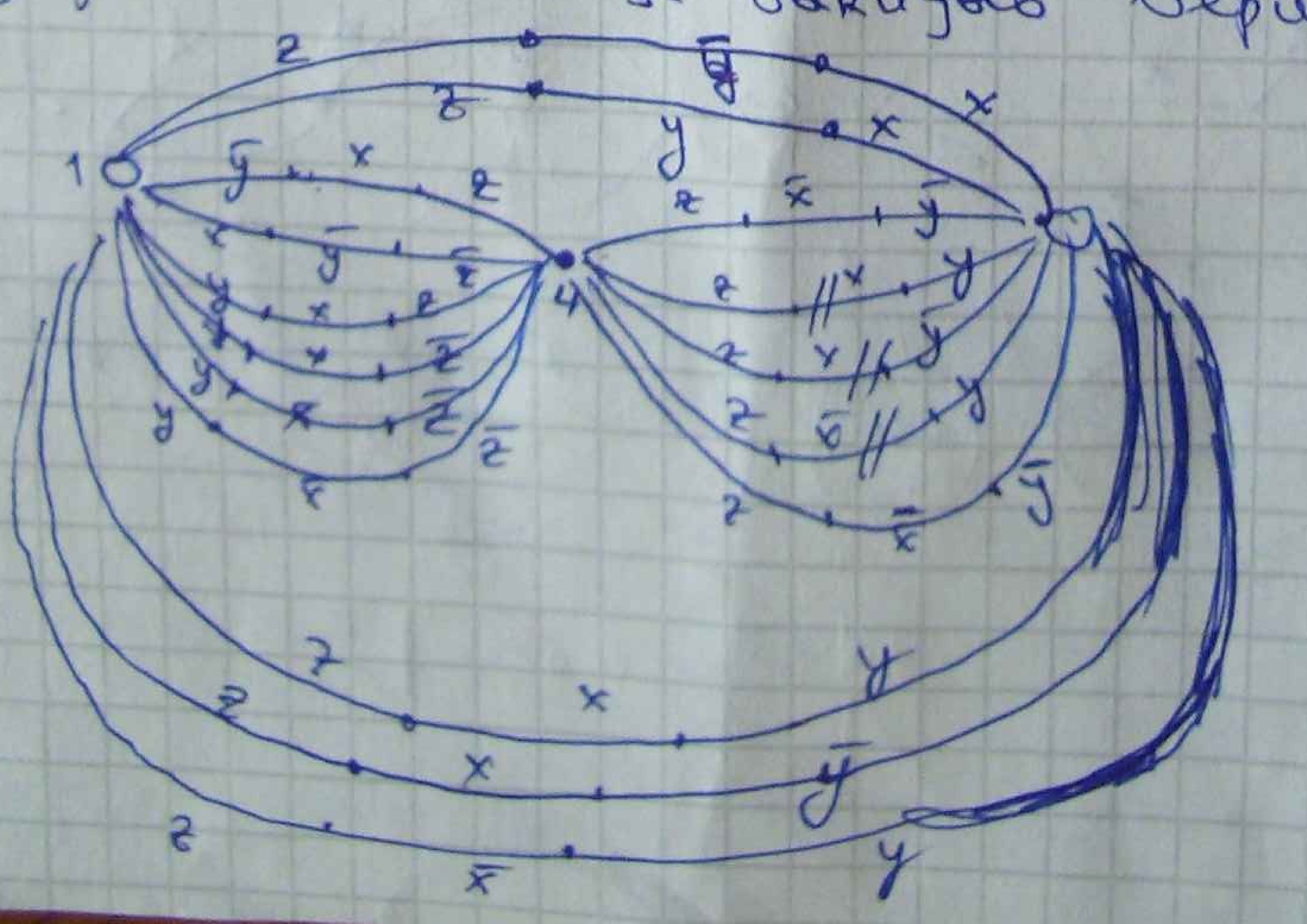
=> получаем 

ч.т.д.

4

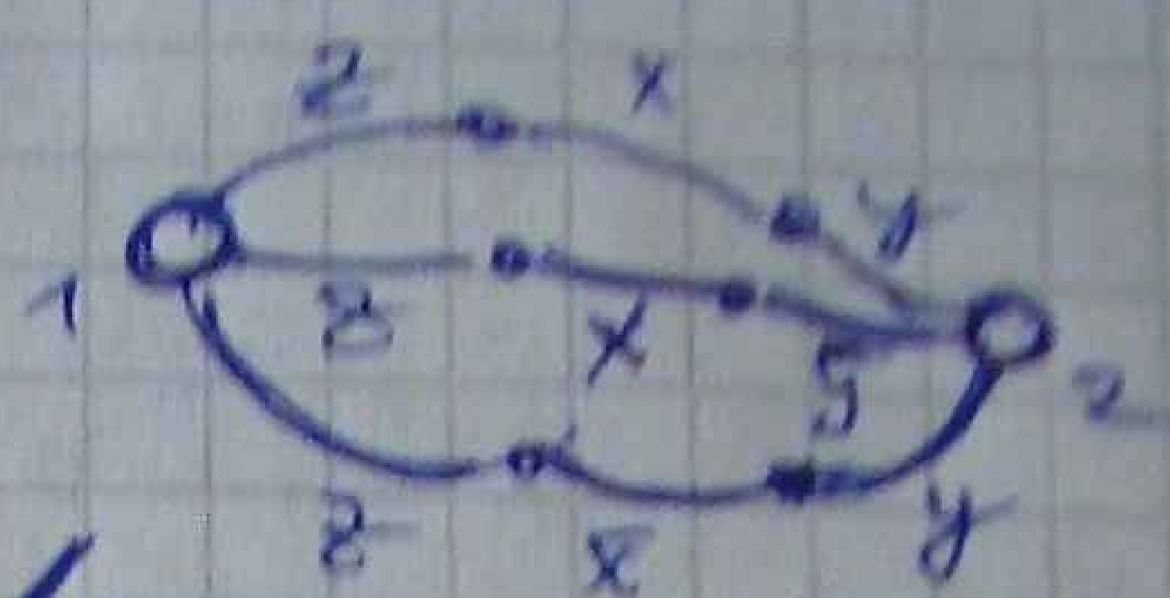


будем действ по алгоритму, опис. на лекции
(или в методичке)
Сначала рассм верш. 3, применим для нее T_8
(жирным показаны появивш. ребра, ~~//~~ – те, что
убираем). В конце выкинув верш. 3:



Аналог. выкладок. вариант 4 13

ТМГ ~



На семинаре мы довели до этого вида, проверили и дальше

Проверка: Мы получили: $zxy \vee z\bar{x}y \vee zx\bar{y} =$

$= zy \vee zx\bar{y} = zyx \vee zy\bar{x} \vee zx\bar{y} =$

$= zx \vee zy\bar{x}$

Исходная схема: $x\bar{y}z \vee xz \vee yz \vee \cancel{y\bar{y}z}^{\,0} =$

$= xz \vee yz = xz \vee yzx \vee yz\bar{x} =$

$= xz \vee yz\bar{x}$

4

Все верно, преобраз. выполн. корректно.

5

$\Sigma = p - l + k$

$Ind(\Sigma) = \sum_{\alpha} \varphi_{\Sigma}(\alpha) \pmod 2$

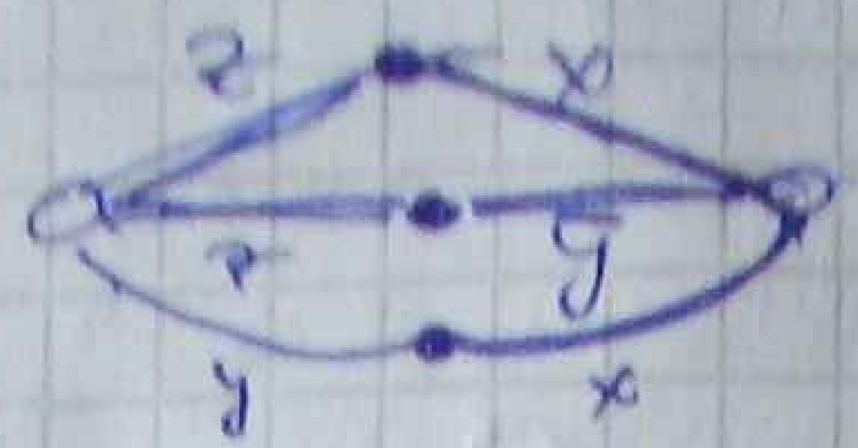
$\varphi_{\Sigma}(\alpha) = p - l + k$

x	y	z	p (ребра)	$-l$	k (к.с.)	$\Sigma \pmod 2$
0	0	0	1	-5	4	0
0	0	1	3	-5	2	0
0	1	0	2	-5	3	0
0	1	1	4	-5	2	1
1	0	0	3	-5	2	0
1	0	1	5	-5	1	1
1	1	0	4	-5	2	1
1	1	1	6	-5	1	0

$\Rightarrow \boxed{Ind(\Sigma_1) = 1 \pmod 2}$

4

Σ_2:



$\boxed{\text{ind}\,\Sigma_2 = 0}$ ⟸

x	y	z	p (ребр)	l	k	f (mod 2)
0	0	0	1	-5	4	0
0	0	1	3	-5	2	0
0	1	0	1	-5	4	0
0	1	1	3	-5	2	0
1	0	0	3	-5	2	0
1	0	1	5	-5	1	1
1	1	0	3	-5	2	0
1	1	1	5	-5	1	1

Лемма: Если $t_1 - t_5$, $t_6^{(1)} - t_6^{(n)}$ мы не можем $\Sigma_1 \Rightarrow \Sigma_2$: $\text{ind}(\Sigma_1) \neq \text{ind}(\Sigma_2)$
$n+1$ перем.

У нас $n = 2$ ⇒ усл. леммы выполнено ⇒

⇒ нельзя преобразовать Σ_1 в Σ_2, используя $t_1 - t_5$, $t_6^{(1)}$, $t_6^{(2)}$ ▫

+

Вариант 1 Тележаевой Елены гр. 417

(1) (1)

$$\Phi_1 = \overline{x(y \vee z)(\bar y \vee \bar z)}$$

$$\Phi_2 = xyz \vee \overline{xy} \cdot \overline{xz}$$

$$\Phi_1 \overset{(2)}{=} \overline{x(y \vee z)} \vee \overline{(\bar y \vee \bar z)} \overset{(2)}{=} \bar x \vee \overline{(y \vee z)} \vee$$

$$\vee \overline{(\bar y \vee \bar z)} \overset{(1)}{=} \bar x \vee \overline{(y \vee z)} \vee (\bar{\bar y} \cdot \bar{\bar z}) \overset{(3)}{=}$$

$$= \bar x \vee \overline{(y \vee z)} \vee y \cdot z \overset{(1)}{=} \bar x \vee \bar y \bar z \vee yz =$$

$$\overset{(11)}{=} \bar x \vee (x \vee \bar x) \cdot \bar y \bar z \vee (x \vee \bar x) yz \overset{(4)}{=}$$

$$= \bar x \vee (x \cdot \bar y \bar z \vee \bar x \bar y \bar z) \vee (xyz \vee \bar x yz) \overset{(11)}{=}$$

$$= (y \vee \bar y) \bar x \vee (x \bar y \bar z \vee \bar x \bar y \bar z) \vee (xyz \vee \bar x yz) =$$

$$\overset{(4)}{=} y \bar x \vee \bar y \bar x \vee (x \bar y \bar z \vee \bar x \bar y \bar z) \vee (xyz \vee \bar x yz) =$$

$$\overset{(11)}{=} (z \vee \bar z) y \bar x \vee (z \vee \bar z) \bar y \bar x \vee (x \bar y \bar z \vee \bar x \bar y \bar z) \vee$$

$$\vee (xyz \vee \bar x yz) \overset{(4)}{=} (zy\bar x \vee \bar z y \bar x) \vee (z \bar y \bar x \vee$$

$$\vee \bar z \bar y \bar x) \vee ((x \bar y \bar z) \vee (\bar x \bar y \bar z)) \vee (xyz \vee \bar x yz) =$$

$$\overset{(5)}{=} (\bar x yz \vee \bar x y \bar z) \vee (\bar x \bar y z \vee \bar x \bar y \bar z) \vee$$

$$\vee (x \bar y \bar z \vee \bar x \bar y \bar z) \vee (xyz \vee xyz) =$$

$$\overset{(12),(10)}{=} \bar x yz \vee \bar x yz \vee \bar x y \bar z \vee \bar x \bar y z \vee \bar x \bar y \bar z \vee \bar x \bar y \bar z \vee$$

$$\vee x \bar y \bar z \vee xyz \overset{(13)}{=} \underline{xyz \vee xy\bar z \vee \bar x \bar y z \vee}$$

$$\underline{\vee \bar x y \bar z \vee x \bar y \bar z \vee xyz}$$

② $\Phi_2 = xyz \vee \overline{\overline{xy} \cdot \overline{xz}} \overset{(2)}{=} xyz \vee (\bar x \vee \bar y)\cdot(\bar x \vee \bar z) =$

$\overset{(4)}{=} xyz \vee (\bar x(\bar x \vee \bar z) \vee \bar y(\bar x \vee \bar z)) \overset{(5)}{=}$

$= xyz \vee ((\bar x \vee \bar z)\bar x \vee (\bar x \vee \bar z)\bar y)) \overset{(4)}{=}$

$= xyz \vee ((\bar x\bar x \vee \bar z\bar x) \vee (\bar x\bar y \vee \bar z\bar y)) =$

$\overset{(2)}{=} xyz \vee \bar x\bar x \vee \bar z\bar x \vee \bar x\bar y \vee \bar z\bar y =$

$\overset{(11)}{=} xyz \vee \bar x\bar x \vee (y \vee \bar y)\bar z\bar x \vee (z \vee \bar z)\bar x\bar y \vee$

$\vee (x \vee \bar x)\bar z\bar y \overset{(7),(11),(14)}{=} xyz \vee (y \vee \bar y)\bar x \vee$

$\vee (y\bar z\bar x \vee \bar y\bar z\bar x) \vee (z\bar x\bar y \vee \bar z\bar x\bar y) \vee (x\bar z\bar y \vee$

$\vee \bar x\bar z\bar y) \overset{(4)}{=} xyz \vee y\bar x \vee \bar y\bar x \vee (y\bar z\bar x \vee$

$\vee \bar y\bar z\bar x) \vee (z\bar x\bar y \vee \bar z\bar x\bar y) \vee (x\bar z\bar y \vee$

$\vee \bar x\bar z\bar y) \overset{(12),(11)}{=} xyz \vee (z \vee \bar z)y\bar x \vee (z \vee \bar z)\bar y\bar x \vee$

$\vee y\bar z\bar x \vee \bar y\bar z\bar x \vee z\bar x\bar y \vee \bar z\bar x\bar y \vee x\bar z\bar y \vee$

$\vee \bar x\bar z\bar y \overset{(4),(10),(5)}{=} xyz \vee \bar x yz \vee \bar x y\bar z \vee$

$\vee \bar x\bar y z \vee \bar x\bar y\bar z \vee \bar x y\bar z \vee \bar x\bar y\bar z \vee x\bar y z \vee$

$\vee \bar x y\bar z \vee xy\bar z \vee \bar x\bar y\bar z \overset{(10)}{=} xyz \vee$

$\vee \bar x yz \vee \bar x y\bar z \vee x\bar y\bar z \vee \bar x\bar y z \vee \bar x\bar y z \vee$

$\vee \bar x y\bar z \vee \bar x\bar y\bar z \vee x\bar y\bar z \vee xy\bar z \overset{(13)}{=}$

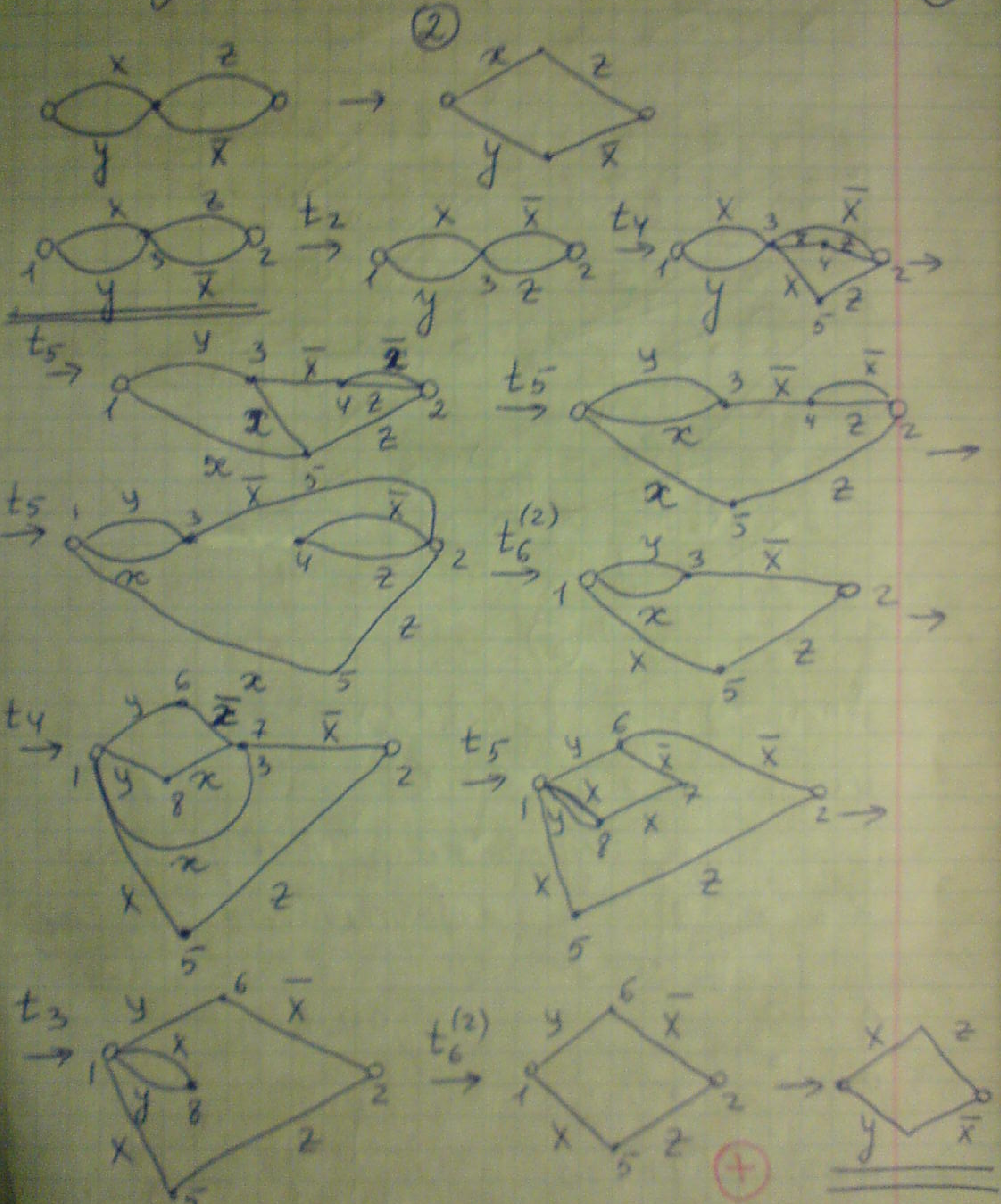
$= xyz \vee \bar x yz \vee \bar x y\bar z \vee \bar x\bar y z \vee \bar x\bar y\bar z \vee$

$\vee x\bar y z \overset{(10)}{=} \underline{\bar x yz \vee \bar x y\bar z \vee \bar x\bar y z \vee}$

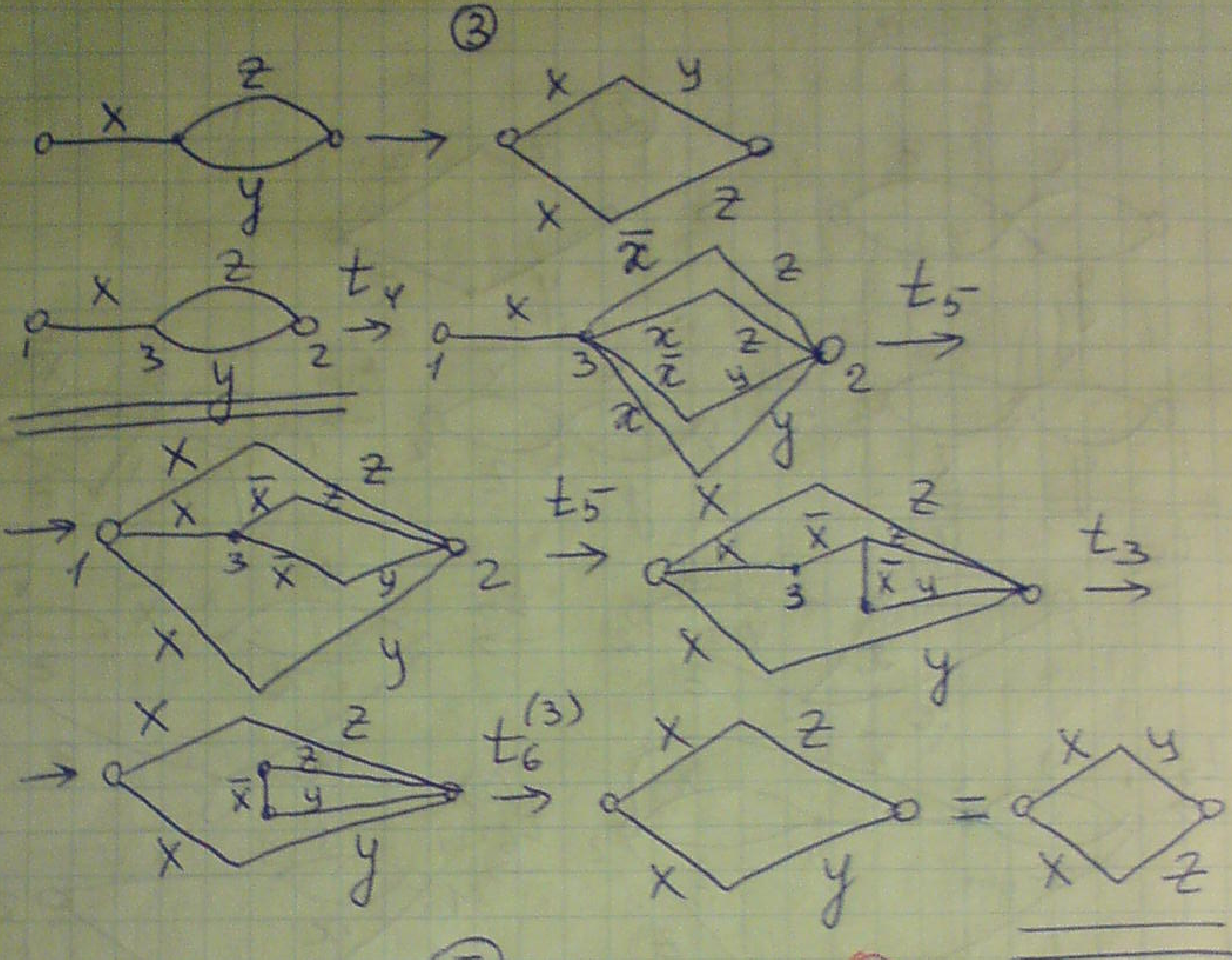
$\underline{\vee \bar x\bar y\bar z \vee x\bar y z \vee xyz}$

+

Доказано



4



5

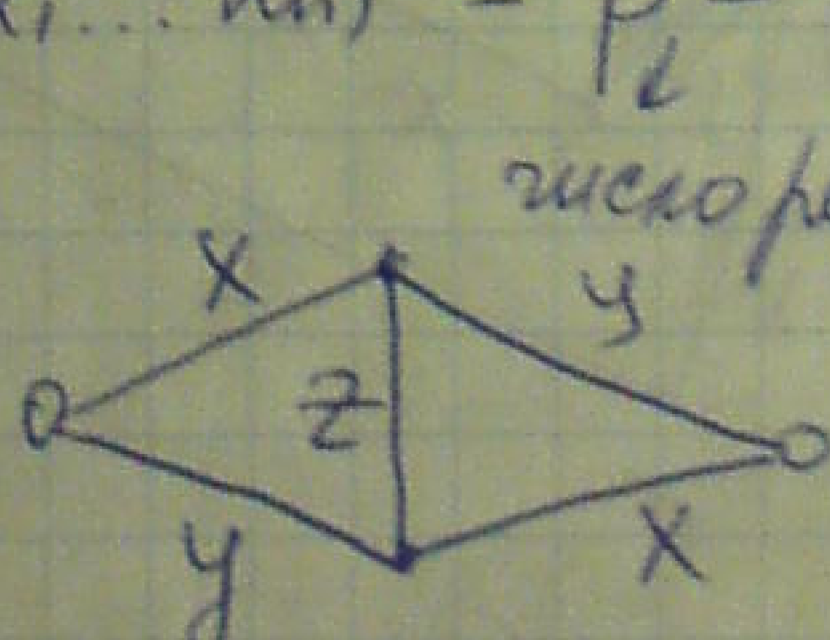
(+)

$$Ind(\Sigma) = \sum_{(\alpha_1,\dots,\alpha_n)} \varphi_3(\alpha_1 \dots \alpha_n) \pmod 2$$

$$\varphi_3(\alpha_1 \dots \alpha_n) = P_\ell - b + k$$

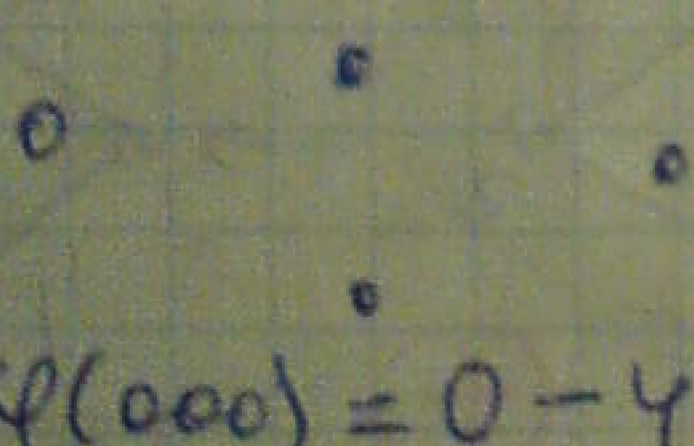
число реб # верш # связ. комп.

Σ_1



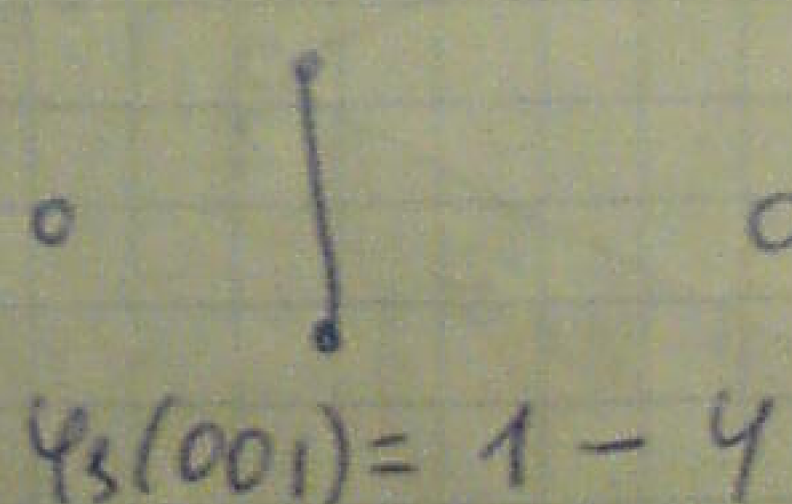
Посчитаем индекс.

1) 000



$\varphi_3(000) = 0 - 4 + 4 = 0$

2) 001



$\varphi_3(001) = 1 - 4 + 3 = 0$

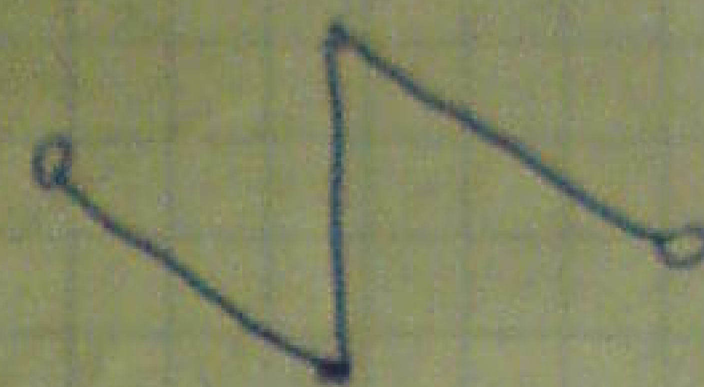
5 (продолжение) Толешаевой Е, гр 417

5

3) 010

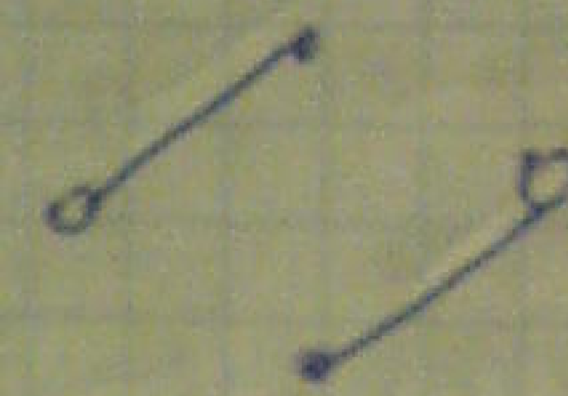
$\varphi_S(010) = 2-4+2=0$

4) 011



$\varphi_S(011) = 3-4+1=0$

5) 100

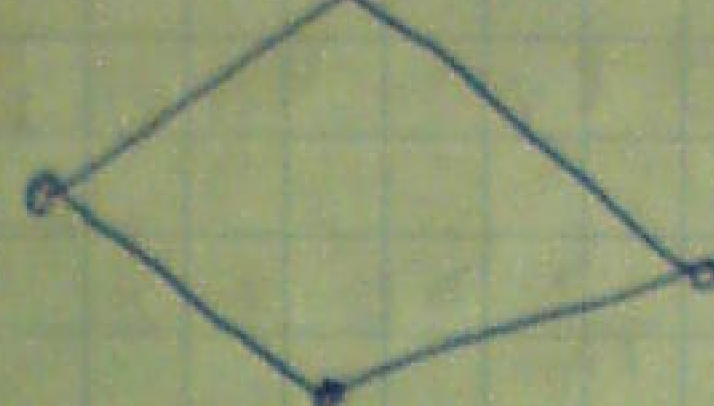


$\varphi_S(100) = 2-4+2=0$

6) 101

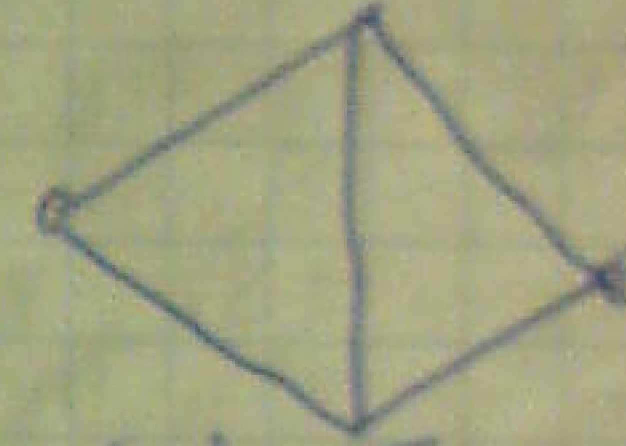
$\varphi_S(101) = 3-4+1=0$

7) 110



$\varphi_S(110) = 4-4+1=1$

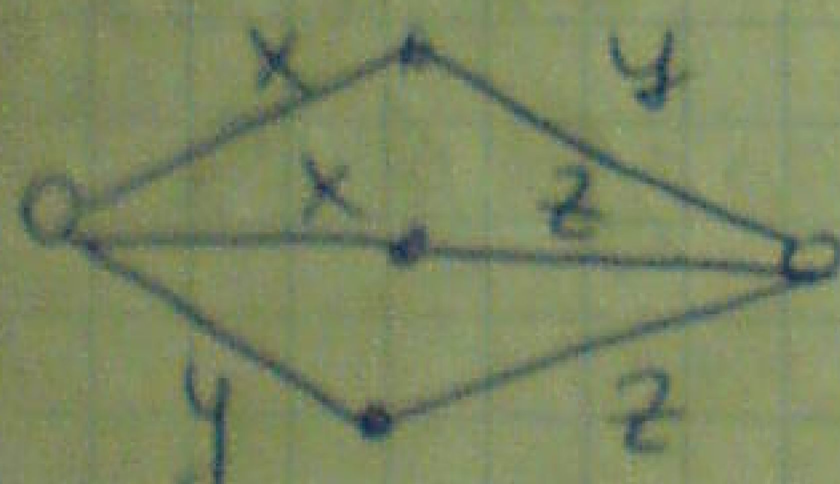
8) 111



$\varphi_S(111) = 5-4-1=0$

$\underline{Ind(\Sigma_1)} = 0+0+0+0+0+0+1+0 = \underline{\underline{1}}$

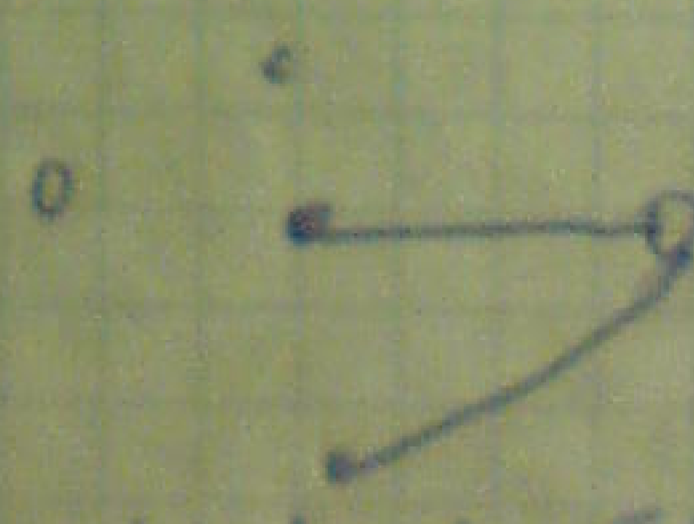
$\underline{\Sigma_2}$



1) 000

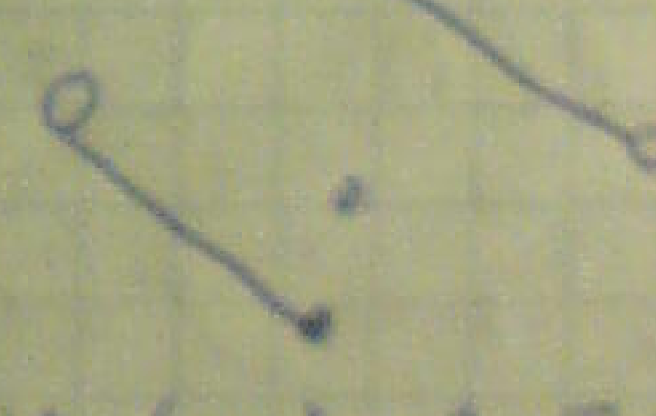
$\varphi_S(000) = 0-5+5=0$

2) 001



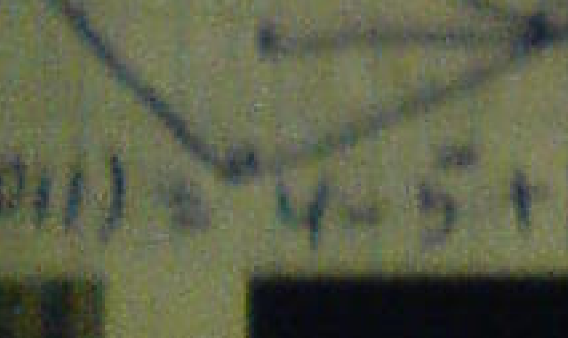
$\varphi_S(001) = 2-5+3=0$

3) 010



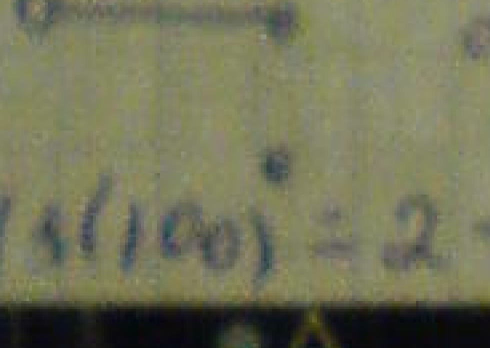
$\varphi_S(010) = 2-5+3=0$

4) 011



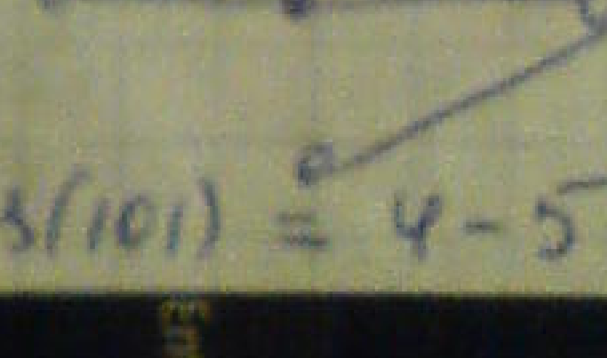
$\varphi_S(011) = 4-5+1=0$

5) 100



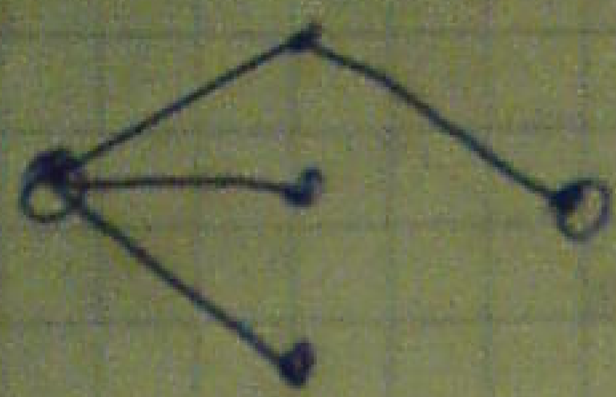
$\varphi_S(100) = 2-5+3=0$

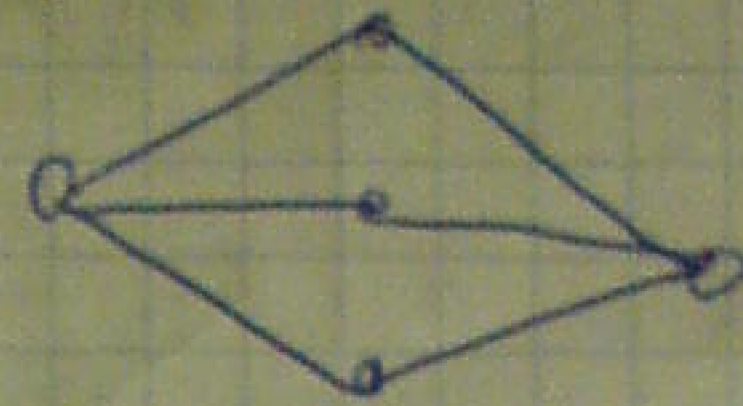
6) 101



$\varphi_S(101) = 4-5+1=0$

7) 110   8) 111   6





$\varphi_3(110) = 4 - 5 + 1 = 0$ $\varphi_3(111) = 6 - 5 + 1 = \underline{2 \bmod 2} = 0$

$Ind(\Sigma_2) = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = \underline{\underline{0}}$

$Ind(\Sigma_1) = \underline{\underline{1}}$

__по лемме__ $S'[x_1 \dots x_{n+1}] \underset{T_n}{\Rightarrow} S''[x_1 \dots x_{n+1}] \Leftrightarrow$

$S' = S_1 \underset{T_n}{\rightarrow} S_2 \underset{T_n}{\rightarrow} \dots \underset{T_n}{\rightarrow} S_k = S'' \Rightarrow Ind(S') = Ind(S'')$

$\Rightarrow$ Применение тождеств $t_1, \dots, t_5, t_6^{(1)}, t_6^{(2)}$ для $\underline{(n+1)} = 3$ переменных не меняет индекс, а у этих схем Σ_1 и Σ_2 разные индексы $\Rightarrow$ Σ_1 нельзя преобр в Σ_2 используя эти тождества.

__Доказано__

+

① $\varnothing \leftrightarrow (S)$

$\varphi(0 \dots) = \underbrace{p - b}_{S} + k - 1 + 1 = p - b + k$

② $x_1 \quad x_2 \leftrightarrow x_2 \; x_1$

$\Delta\varphi = (p - p') - (b - b') + (k - k') = 0$

③ $x_1 \; x_1 \rightarrow$ $\Delta\varphi = 1 - 1 + 0 = 0$

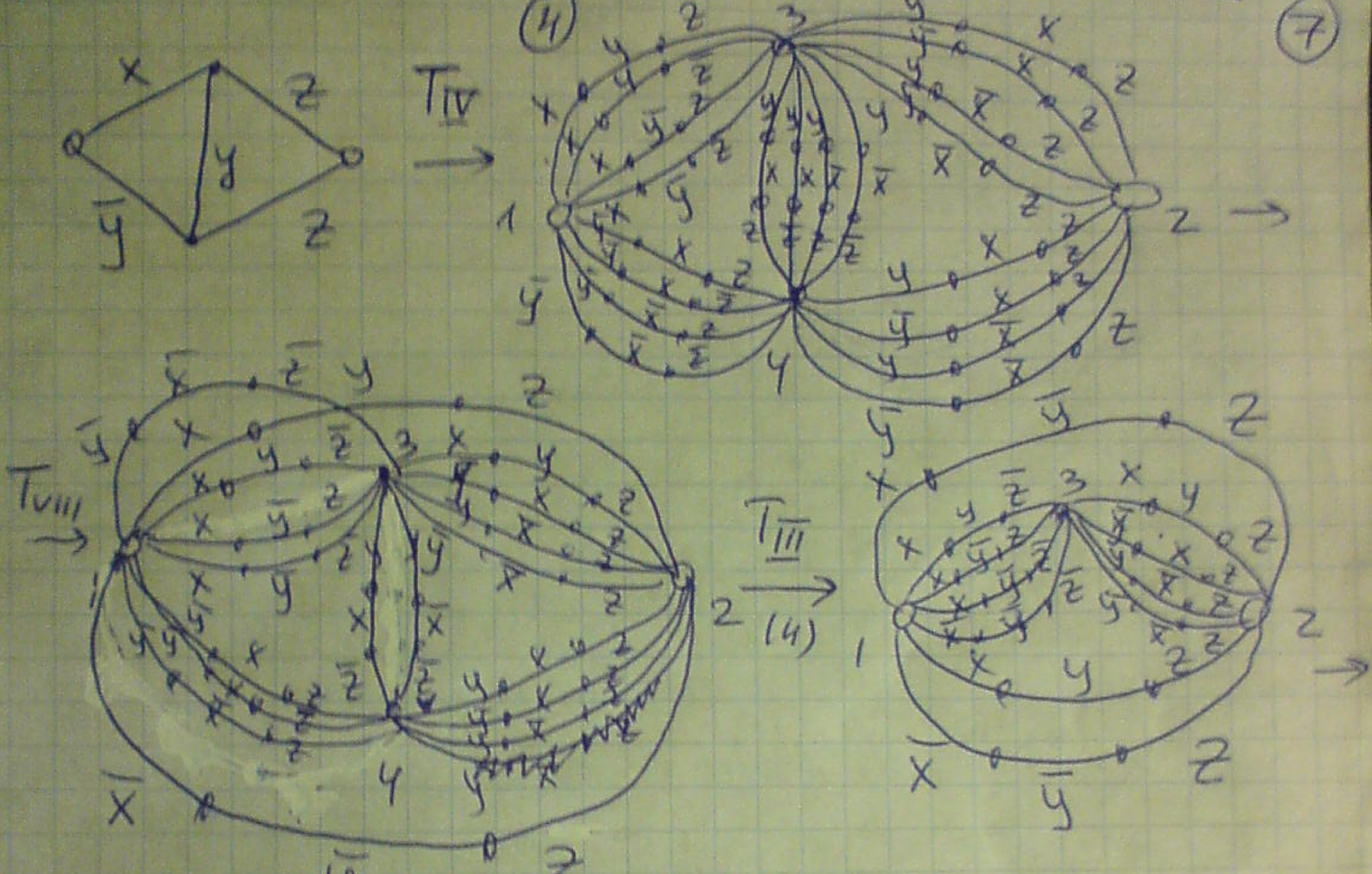
④ $x_1 \leftrightarrow x_1 \; x_2$

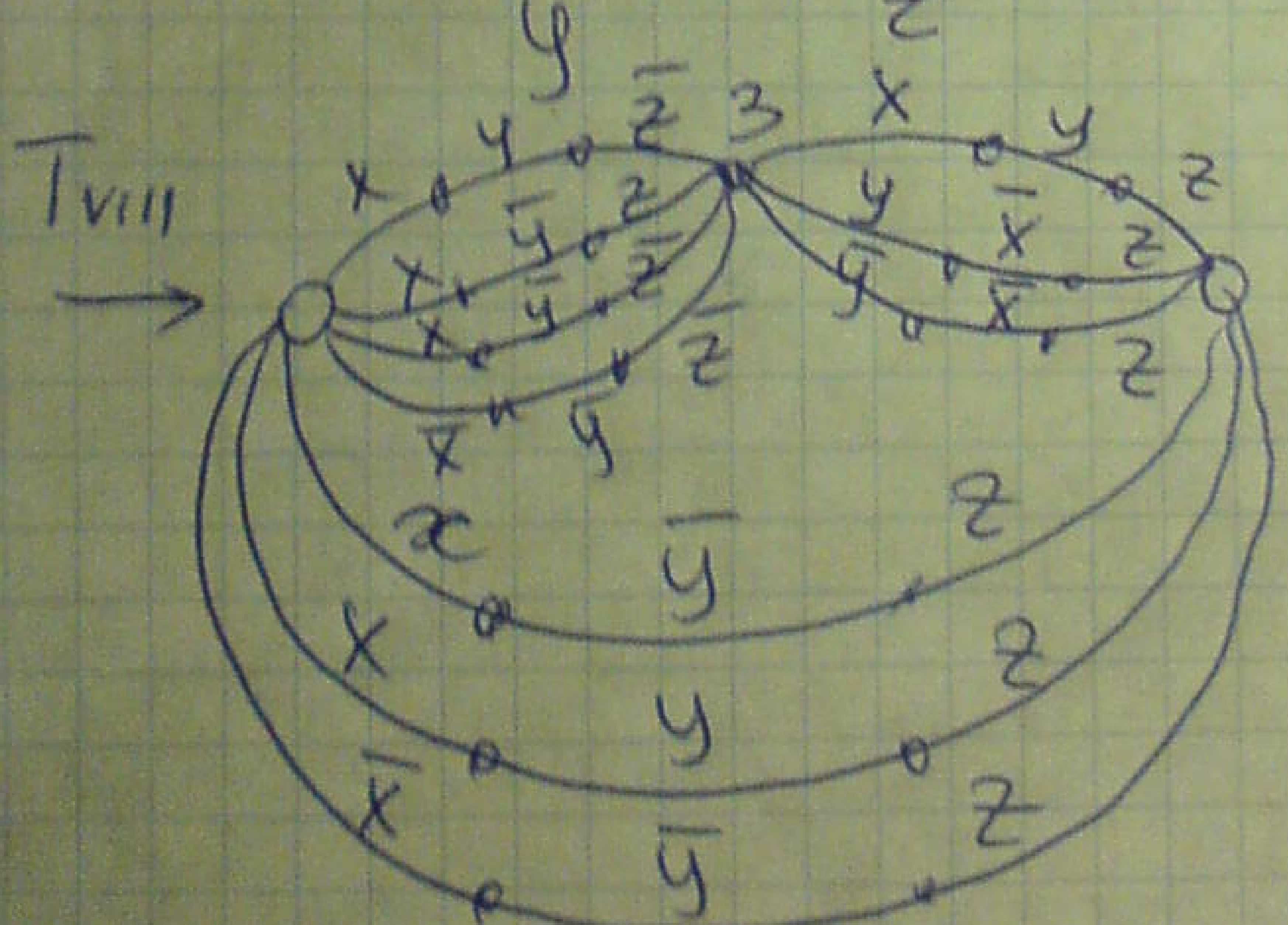
⑤ $\leftrightarrow$ $\Delta\varphi = -1 - 2 - 1 = -4 = 0 \pmod 2$; $\Delta\varphi = -2 + 2 = 0$

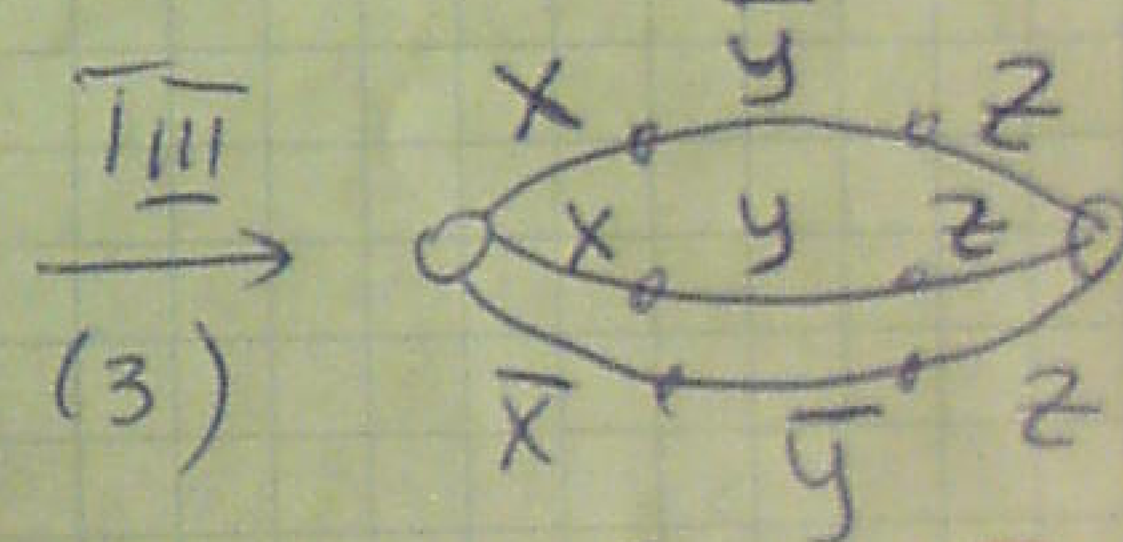
⑥m $\rightarrow$ $\Delta\varphi = 0$

если $m < n+1$, преобр. к ...   ДОК

Полежаева Е. гр 417







Искомый канонический вид

Ответ: