История и методология прикладной математики

проф. Ильинский Анатолий Серафимович

реферат по теме дипл. работы
1 - 2 - 3 стр.
обзор лит - ры
подпись научн. руководителя

зачет : посещ. + реферат

Методич. материалы :
windnt. cmc. msu. ru /
/Dept Math Phys/ Russian/ Frames. html

<u>лит-ра</u> :

✓ 1) Русанов В.В. , Росляков Г.С.
  „ История и методология матем. "
  Изд. ф-та ВМК , 2004 г.

2) Стройк Д.Я. „ Краткий очерк
  истории матем. " , 1978 г. изд. „Наука"

3) Малаховский В.С.
  „ Избранные главы истории матем. "
  Калининград , 2002 г.

Установление понятия "числа"

"Мн-во целых чисел" — устан. и исслед.
                          древними греками

из эконом. или астроном. потребностей
м.б. — из гаданий, предсказаний

В XIX в. обнаружены племена, у у сист.
чисел состояла из 3-4-х чисел.

Дроби появились значительно позднее.
Видимо, в начале появ. понятие "1/2" или
"половина".

   1/2 — не связано с числом "2",
        а это от "половина"

   а уже 1/3, 1/4 связаны с числами "3","4"

3000 лет до н.э. — 1-ый письмен. источник
~ тогда и система счисления

Обнаружены 2 папируса:
1) пап. Ринда (2000 л. до н.э.) —
   84 задачи по общ. матем.,
   с целыми и дробными числами,
   мн. ур-я с 1 неизв.
2) пап. "московский" (1600 л. до н.э.) —
   25 задач, беск. геом. прогрессии,
   вычисл. разл. объемов (напр.,
   усечен. пирамиды $v = \frac{h}{3}(a^2 + ab + b^2)$)

1

История египетской матем.

2000 г. до н.э. — сложивш. сист. счисл.

1) В экономике — подсчет налогов
2) строительство (уже постр. пирамиды)

Египтяне 1-ые придумали эталон длины — "локоть" — станд. палка
Исп. не только египтяне (напр., греки)

Сист. счисл. — иероглифическое

I — "1"	III III III) — "9"	∩ — "10"	
" — "2"		∩II — "12"	

𝒮 — "100"   ⧄ — "1000"

⧄ ⧄ ∩ ∩ III — "2023"

У римлян — еще и наличие "5"

Полное отсутствие указаний, как производились вычисления, какие были способы решения задач.

У египтян не было никаких изменений в сист. исчисл.
Но эта сист. не удобна для вычисл., т.к. не явл. позиционной.

Очень важн. раздел егип. науки — это астроном. предсказания. ("тайные знание")

Календарь — 360 дней
к 2000 г. до н.э. — 365 дней
за 3600 лет юлианского календаря —
— 3601 год египетского календаря

← сатический период

2

Разлив Нила ~~предшествовал~~ соотв. восходу звезды Сириус.

Только после введения христианства (3 в. н.э.) стали исп. в египте юлиан. календарь.
(Религия — праздники должны двигаться по временам года, поэтому исп. календарь с 365 дн. в году)

Преимущественно считали с помощью целых чисел, но были и дроби

$\frac{1}{n}$ — аликвотная (египетская) дробь

$\overline{\underset{b}{P}}$ — " $\frac{1}{1000}$ " $\overline{\Lambda}$ — " $\frac{1}{100}$ "

$\frac{3}{11} = \frac{1}{6} + \frac{1}{11} + \frac{1}{66}$ — ч.б. в числителе была единица (э таблицы)

3

Месопотамия

В соврем. - южн. часть Ирана

~ 4000 л. до н. э. - возникла цивилизация
с отдельн. поселениями

с/х + торговля

Это шумерское гос-во

~ 3000 л. до н. э. - создали письменность
(клинопиcная)
На табличках из глины клиньками
выбивали текст, а потом табл.
обжигали.

Большинство - матем. расчеты
В основном - хоз-во
Рано появились деньги => понятие „%"

Денежн. единица - „мина" ≈ 500г.

Завоеваны племенами => гос-во Окат
Здесь другой язык => цивилизация стала
двуязычной
Письмен. - шумерский } ~ 500 лет
Говорили - окатский }

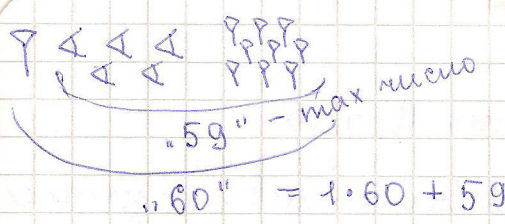Мера веса - „шекель" = 180 зерен   ~ **5** г
8.43г

60 шекелей = 1 мина

Еще одна единица - „талант"

1 талант = 60 мин

𒁹 - „1"   𒐈) - „9"

𒌋 - „10"

4

𒐕 𒌋 𒌋 𒌋 𒐖𒐖𒐖𒐖
  𒌋 𒌋 𒌋 𒐖𒐖𒐖𒐖

$\underbrace{\qquad\qquad}$

  „59" – max число

  „60" = $1 \cdot 60 + 59$

𒐖 𒌋 𒌋 𒌋
   𒐖 шекель — „1"
   𒐖 мина — „60"
   𒐖 талант — „3600"

Эта неполная позицион. система,
не было нуля.

  𒐕 Ⓩ 𒐖 𒐖 = $1 \cdot 60^2 + 2$
     ↑
  „0", или „пробка" – пропуск соотв. разряда

Никогда не встречалось : – 2 пробки подряд
                          – пробка в конце

Применялась вплоть до Средних веков

  $\dfrac{1}{60}$ – шестидесятеричная дробь

Это первая позицион. система

Развито реш. элемент. ур-ий:
   $ax + b = 0$
   $x^2 = a$
   $x^3 = a$
   $x^2 = ax$

Считали проценты ~ геом. прогрессия

Календарь — лунный
1 год = 12 лунных месяцев

⑤ Основатели астрологии.

В начале 1-ого тысячелетия до н.э. Месопотамию завоевала Осирия.
Но все письм. и культура — шумеры и аккады.

Библиотека — собраны древние клино-письные таблицы. (+ каталог)
Сохр. до раскопок XIX века.
Сейчас почти полностью восстан.

Впервые начали измерять углы.

Установили периоды появления солнечн. затмений — сарос

Фалес в 1585 году предсказал полное солнечн. затмения в средн. Азии (из-за него не сост. какая-то битва)

Фалес — финикиец. Занимался торговлей, потом обучением.
Фалес много инф. получил и в Египте, и в Месопотамии.
Ему приписыв. изобрет. циркуля и линейки.

Фалес — создатель греческ. математики.
Предложил док-вать основн. теоремы.
Неск. док-ва.
1-ые док-ва основаны на движении (наложение)
Т-мы: ⟨⟩ и т.д.

Греческая математика

В 612 г. до н.э. мидяне разрушили Ниневию (столица Ассирийской империи).

Развив. торговля по всему Средиземноморью.

Появл. нов. греч. гос-во, у состояло из отдельн. полисов.
Возникли колонии греч. гос-в.

Греки освоили все знания, у были доступны

Центры греч. культуры:
1) Иония (представитель – Фалес из Милета)   624-547
   Фалес: а) док-во р-ва вертик. углов ⚡
          б) диаметр делит круг пополам
          в) т-ма р-ва △ по основанию и
             прилеж. углам
          д) т-ма р-ва углов при основ.
             равнобедр. △
          г) стал строить с помощью
             циркуля и линейки

550 г. появил. Персия (царь Кир)
Сильн. гос-во с сильн. армией
522 г. – Дарий пришел к власти

Один из 1ых учеников Фалеса – Пифагор.

Пифагор род. на Самосе, в богатой семье.
34 года : в Египте и Вавилоне
Род. ~580 г., умер в 496 г.
Представ. школы южн. Италии.   арифм. + геом.
В Кротоне созд. секту, в у изучали матем.,
астрономию и музыку.
   Ученики ⊰ математики
            акузматики (могли только
                          заучивать)
7) Погиб в Метапонте, в результ. неопорядков.

Создана теорет. матем.

Пифагор: – сумма углов $\triangle = 180°$
(и его – $a^2 + b^2 = c^2$ $\triangle$
школа) – пл. может быть покрыта
равност. $\triangle$, квадратами,
прав. шестиуг.
– покрытие пр-ва кубами
– тела Платона: куб, октаэдр,
додекаэдр
– заним. целыми числами и их
отношениями (n, $\frac{n}{m}$); считали,
что с помощью этого можно
(!) выразить ∀ число (и диагональ □)

Появ. матем. целых чисел и непрер. величин
(площадей, длин и т.д.)

Рассм. док-во т-мы Пифагора:
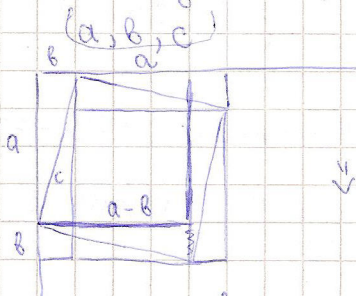
$$a^2 = (a-b)^2 + ab + ab - b^2$$
$$a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$$

$$(a-b)^2 + 2ab = c^2$$
$$c^2 = a^2 + b^2$$
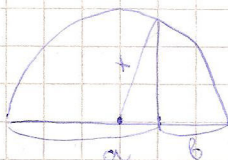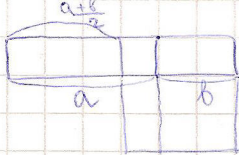
Все док-ва строились, исходя из геом.
представлений.

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$$

$$ab = x^2$$

$$ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 \quad \text{– доказ-ем}$$

8

Это геом. алгебра.
Развив. до IV в. и.э.

3 классич. задачи: (после гибели Пифагора)
1) трисекция угла
2) Делосская задача (удвоение куба) $V_2 = 2 \cdot V_1$ $x^3 = 2a^3$
3) опр. площади круга

420 г., Гиппий
   Предлож. нов кривую, у нельзя постр. с
   помощью циркуля и линейки, - квадратиса
      (реш. задача ①)
В Афинах, Гиппократ Хиосский,
   ~450 г. до и.э
   док-л: если постр. x: $\dfrac{a}{x} = \dfrac{x}{y} = \dfrac{y}{2a}$, то
            $x^3 = 2a^3$

Архит Тарентский (соврем. Платона) (428-365)
("научн. внук" Пифагора)
Решил ② задачу с помощью слож. поверхн.
(конус, тор и еще что-то)

$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = \dfrac{x^2}{4} & \text{конус} \\ x^2 + y^2 = ax & \text{цилиндр} \\ x^2 + y^2 + z^2 = a\sqrt{x^2 + y^2} & \text{- круг. тор} \end{cases}$

   найдем нужн. x (тогда ур-ний не было)

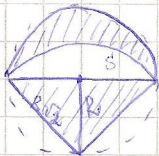~450 г. до н.э., Антифон

           найдем примерно
                               площадь круга

   Невозм. построить с помощью циркуля и
   линейки квадрат, равновеликий кругу ⟹

⑨

$\Rightarrow \pi$ - трансценд. число
(сравнит. недавно).
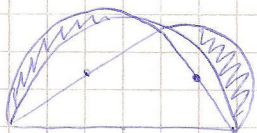
Сущ. ли криволин. площади (сост. из дуг окр.), у можно выразить числом?
"лулочки Гиппократа"

$$\frac{1}{2}\pi R^2$$

$$\frac{1}{2}\pi (R\sqrt{2})^2 - \Delta$$

$$S = \frac{1}{2} + \Delta$$

$$S_{шар.} = S_\Delta$$

1-ая книга Гиппократа „Начала"

Классиф. чисел:
- четн. и нечетн.
- дел. на 4 (чет. чет.)
- дел. на 3 (нечет. нечет.)

Школа Пифагора:
- простые числа $P = 1 \cdot P$
- совершенные числа $(6 = 1 + 2 + 3,$
   $\qquad 28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14)$
- дружествен. числа $(284, 220)$
   $\qquad \Sigma$ делителн $284 = 220$
   $\qquad \Sigma$ делит. $220 = 284$
   (Эйлер нашел 60 дружк. чисел)

Евклид - бескон. простых чисел

$490 - 429$ Перикл - успешно развив. греч. матем.

386 г. – Академия (созд. Платон)
"Незнающий геометрии не входит"

Музыка: гаммы (гармонии) – в мат.
Частота звука в соотн.: $1 \ \frac{1}{4} \ \frac{1}{5} \ \frac{1}{8}$ тане

(?) Гармонич. числа:

∷ 4 ⟩ квадратн.
∷ 9 ⟩ числа

треуг. числа: 1, 3, 6, 10
    ∴ ∴ ∴∴

пятиуг. числа (не получ. широк. распр.)

Греч. период: 490 – 300 г. до н. э.

Появл. дост. много рукописей, грам. людей

Появ. понятия "анализ" и "синтез"

Появ. сист. док-в "от противного",
"метод исчерпания" (~ предельн. перехода)

17.09 ...

11

≈ 200 г. - 100 г. до и. э.

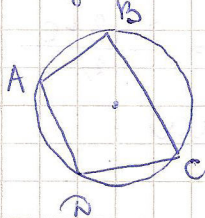134 г. - появл. нов. звезды обнаружил =>
=> каталог звезд

открыл явление прецессии

Тихарис - 150 лет до этого
Гиппарх сравнивал положение звезд =>
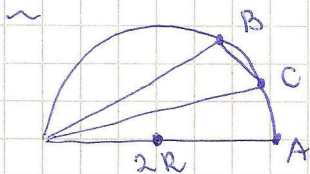=> двигаются не звезды, а ось вращ.
перемещ. по конусу ≈ 23°.

Нужны тригоном. таблицы
Гиппарх составил с шагом 0.5° ₌³⁰' - 150г.

Пользов. теоремой Птоломея:

$$AB \cdot DC + BC \cdot AD =$$
$$= AC \cdot BD$$

ABCD - 4 четырехугольник,
вписан. в круг

$\cup AB$, $\cup AC$ - известны
найти хорду BC

Эквив. т. сложение

$$2R \cdot BC = AC \cdot \sqrt{(2R)^2 - AB^2} - AB \cdot \sqrt{(2R)^2 - AC^2}$$

$$\Downarrow$$
$$BC$$

R = 60 ед.

Изв. 72°, 60° - хорды => 12° => 6° => 3° => 1.5°
$\overset{\text{соотв. этим дугам}}{}$
=> 0.75°

$$\frac{\text{хорда } \left(\frac{3}{4}\right)^{\circ}}{\cancel{\text{хорда}} \left(\frac{3}{4}\right)^{\circ}} > \frac{\text{хорда } 1^{\circ}}{1^{\circ}} > \frac{\text{хорда } 1.5^{\circ}}{1.5^{\circ}}$$

⇓

$\frac{4}{3} \cdot$ хорда $\left(\frac{3}{4}\right)^{\circ} >$ хорда $1^{\circ} > \frac{2}{3} \cdot$ хорда 1.5°

⇓

$\approx$ хорда $1^{\circ} \Rightarrow 0.5^{\circ}$

вычислил с достат. степенью точности

150 г. н. э. — птолемей

книга „Великое построение"

туда входили тригон. таблицы

герон — 1 в. н. э. — прототип паровой

машины

труд „Метрика" — объемы, площади

$$S^{2} = p(p-a)(p-b)(p-c), \qquad p = \frac{a+b+c}{2}$$

$_{b}\triangle_{c}$ $^{\pi}$ ф-ла герона

a

13

Диофант

жил ≈ 250 г. н. э.

книги: "Арифметика" в 13 томах,
дошло 6
~~О многоугольных числах~~ "Арифметика" — 6 глав

Расм. неопред. ур-я : реш. в целых
числах , число неизв. > числа уравн.

ур-е Пифагора : $x^2 + y^2 = z^2$

$(2p)^2 = z^2 - y^2 = (z-y)(z+y)$

$$\begin{cases} p = n \cdot m \\ z = n^2 + m^2 \qquad n > m \\ y = n^2 - m^2 \end{cases}$$

$\tilde{f}(x,y) = 0$ $^{(*)}$ — ф-ие с рац. коэф.

если $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$: $f(\varphi, \psi) = 0$,
то это алгебр. ур-е рационализуется.

Диофант для ур-ий 2-ого порядка
док-л т-му о числе корней такого
уравнения.

если $(*)$ имеет рац. реш., то
~~оно имеет ∞ число рац. решений.~~
оно(реш.) допуск. рационализацию и
можно найти все решения.

$ax^2 + 1 = y^2$ — ур-е Ферма — соотв. этой
a - изв. целое число   т-ме

(Архимед)
$a = 4729494$ — число в задаче о быках
реш.: x - целое число, 206 десятичных знаков /14

Диофант ввел отриц. числа – „ложные"
числа
построил алгебру рац. чисел, но
реш. искал на мн-ве Q^+

~

„Ноль" появ. в V веке на санскрите =>
=> появ. записи „10", „100"
Это „индийский счет" – десятичн. система
Активно исп. в торговле

<u>Муса Аль Хоризми</u>   – арабский матем.
$\approx 800 - 860$ г.
Рассм. все способы реш. квадратн. ур-я

его алгебра – словесная.

$$\begin{cases} a x^2 = bx \ , \ a, b, c > 0, \ \text{рац.} \\ a x^2 = c \\ a x^2 + b x = 0 \\ a x^2 + c = 0 \end{cases} \quad => \text{реш. – рац. и} \\ \text{полож.}$$

$a x^2 + bx + c = 0$
$x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

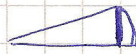методы „сопоставл." и „противопост."

<u>Абу – ль – Вефа Мохамед</u>   940 - 998 г.

разработал операции с дробями   вида:
$$\frac{\alpha}{60} + \frac{\beta}{60^2} + \ldots$$

составил таблицы $\sin$ с шагом 10' и
с точностью $1/60^4$

15

sin : исп. полухорду

sin = „полутетива"

$$\sin \alpha = 2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

} но не было алгебр. символики

~

Омар Хайям   1048 – 1131 гг.

для него создали обсерваторию
Занимался астроном. вычисл., предвыч.
полож. планет, предсказаниями.

$365 \frac{8}{33}$ – тропич. год ⟹ погрешность в
                          1 день – за 5000 лет

нов. календарь : 21 марта – день равнод.

Создал систематич. тригонометрию

Насир ат Туси   1201 – 1274 г.

до 1256 г. жил у главы иранских
                  эсмелитов.

Закончил формиров. самостоят. дис-
циплины – тригонометрию.

16

Насир ад Дин ат Туси

62 рукописи изв. сейчас

„ Арифметика для доски и пыли"

„ О ... четырехугольнике"

умел $\frac{?}{\ldots}$: $\boxed{\sqrt[n]{v}}$
рассм. целое a : $a^n < v < (a^{\ast}+1)^n$

$$(a+h)^n = v$$
$$\downarrow$$
$$a^n + nha^{n-1} + \ldots + h^n = v$$
$$\downarrow \quad h = \frac{v - a^n}{na^{n-1}} \quad - \text{ первое}$$
$$\text{приближ.}$$

$$\begin{cases} (a_k + h)^n = v, \quad a_0 = a \nearrow \\ h_{k+1} = \dfrac{v - a_k^n}{na_k^{n-1}} \\ a_k = a_{k-1} + h_k \end{cases}$$

потом
использов.

Амир Тимур

созд. последн. степную империю
              Улукбек
его внук: - созд. обсерваторию,
         - составил нов. оч. точные таблицы
         положение небесн. тел

Аль - Каши
  руков. матем. школой в ↑ обсерватории
  умер в 1437 году

„ Ключ арифметики" - десятичн. система
                    60 -ичная система
                    дроби

ф-ла Аль-Каши:

$$\sum_{k=1}^{n} k^4 = \frac{1}{30}(6n^5 - 15n^4 + 10n^3 - n) =$$
$$= 1 + 2^4 + 3^4 + \ldots + n^4$$

основатель метода итераций

$\sin 1°:$ $\sin 3°$ - вычисл.

$4\sin^3 d + \sin 3d = 3\sin d$ ← результат применения т. Птоломея

$$x = 60 \cdot \sin 1°$$

$$\begin{cases} x^3 + Q = Px \\ Q = 15 \cdot 60^2 \cdot \sin 3° \\ P = 2700 \end{cases}$$

$$x_{k+1} = \frac{x_k^3 + Q}{P} = \varphi(x_k)$$ решал приближ.

$$x_0 = 0$$

$\sin 1°$ - с 17 знаками (в 10-чн. системе)

точность 10^{-13}

таблицы тригон. ф-ий с точностью до $30''$.

~

1120 г. - перевели Евклида с арабского

1190 г. - созд. Болонский Университет

1224 г. - созд. Неаполит. Университет

18

Леонардо Пизанский (Фибоначчи)
Италия

числа Фибоначчи: $a_{k+1} = a_k + a_{k-1}$
$$a_0 = 0, \quad a_1 = 1$$

1203 г. — „Книга абака" — энциклопедия
математики

$$x^3 + 2x^2 + 10x = 20 \qquad \text{впервые показал:}$$
не имеет рац. решений ($\frac{m}{n}$)
не имеет реш. вида $\sqrt{a + \sqrt{b}}$ (биквадрати.
иррацион.)

нашел корень с точностью 60^{-6}

$\left[\begin{array}{l} \text{риторика} \\ \text{грамматика} \\ \text{диалектика} \end{array}\right.$
$\left[\begin{array}{l} \text{арифметика} \\ \text{геометр.} \\ \text{астрономия} \\ \text{музыка} \end{array}\right.$ } нижн. ступень
универс. образов.
(общая часть)

медиц. факультет
теологич. ф-т   } высш. ступень
юридич. ф-т
⇓
магистр

~ c 1450 г. — эпоха Возрождения

1453 г. — Турция захват. Константинополь
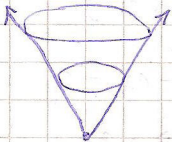появилась печатная книга

1492 г. — Колумб открыл Америку

19

15 - 16-17 века - появл. мат. знаки

+, − | 1489 г.
log | 1624 г., Кеплер
·, : | 1684 г.
a^n | 1676 г., Ньютон

Конец XV в. :   08.10
_____

1) постан. задачи построения перспективы
   (для архитектуры важно - Брунелевский)

проекцион. пл. - <u>все</u> прямые пересек,
|| прямые - на ∞

2) Региомонтан (Иоганн Мюллер)
   „5 книг о ∆-ax всех видов"
   - тригонометрие

   таблицы тригон. ф-ий с шагом 1' и
                               8 знаками

3) Ян Видеман
   „Быстрый и красивый способ счета
   для + вида торговли"
   ~ учебник по бух. учету

   знаки +, −

20

Ферро объявил, что умеет решать +
        кубические уравнения.

Диспут : Ферро ⟷ Тарталья

Тарталья :

$$x^3 + px = q \quad , \quad p, q > 0$$

$$\text{реш.} > 0$$

$$x = \sqrt[3]{t} - \sqrt[3]{u}$$

$$x^3 = t - u - 3\sqrt[3]{t}\,\sqrt[3]{u}\,(\sqrt[3]{t} - \sqrt[3]{u})$$

если $3\sqrt[3]{t}\,\sqrt[3]{u} = p$, то $t - u = q$

$$\begin{cases} 3\sqrt[3]{t}\,\sqrt[3]{u} = p \\ t - u = q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} tu = \left(\frac{p}{3}\right)^3 \\ t - u = q \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \dfrac{q}{2} + \sqrt{\Delta} \\ u = -\dfrac{q}{2} - \sqrt{\Delta} \end{cases} \qquad \Delta = \dfrac{p^2}{4} + \left(\dfrac{p}{3}\right)^3$$

ф-ла Кардана   (получил Тарталья)

Феррари — 1540 г. — ур-е 4 степени
        сводил к ур-ю 3 степени и
        решал по алгоритму

Можно ли реш. ур-е 4 степени тем же
способом?
Тогда была не разрешима.
В XIX в. — 2 класса : a) для y ∃ корни
    (Абель, Галуа)   б) для y ∄ корни

Кубич. ур-е может иметь не более 3-х
        действит. корней

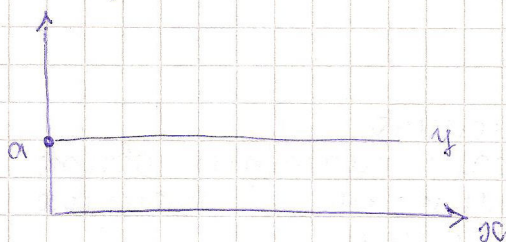1796 г. – Гаусс – основн. т-ма алгебры
(n корней ур-е n-ой степени)

Стэйлин – „Десятина" – конец XVI в.
↳ системат. употребл. десят. дробей
и десятичн. системы

Нужно ускорение в вычисл.:
$$a^n a^m = a^{n+m}$$

Логарифмич. таблицы (Непперевские)

$$a = 10^7$$
$$x = Nep \log y =$$
$$= 10^7 \left(\ln \frac{10^7}{y} \right)$$
↗ Непперовский
логарифм

$$v_x = c \quad - \quad x \text{ движется}$$
$$\frac{dy}{dx} = -ay \quad - \quad y \text{ движется} \Rightarrow y = a \cdot e^{-\frac{a}{x}}$$

В 1619 г. – Неппер „Удивит. таблицы
логарифмов и быстрые
способы счета"

Таблицы Брига – десятичн. логарифмы
вычисл. для цел. чисел от 2 до 30000

Франсуа Виетт:
решил кубич. ур-е для непривод. случая

Ф-ла кратных дуг:
$$\cos(my) = \cos^m(y) + C_m^2 \cos^{m-2}(y) \cdot \sin^2(y) + \ldots$$

Ввел понятие бескон. произведения =>
$$\frac{1}{\pi} = \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{8} \cdot \ldots \cdot \cos \frac{\pi}{2^n} \cdot \ldots$$

22

Виетт — основатель формульной алгебры

$$3mx^2 - nx + x^3 = z^3$$

Виетт писал: B3 in A quad. — D plano in A +
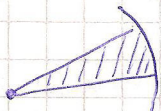+ A cubo aquatur Z slido

Начало XVII в. :

Начала развив. соврем. матем. — основы анализа

Сначала — интегр. исчисление

Кеплер :

"Новая Астрономия"
- 1 закон Кеплера : планеты движ. вокруг Солнца по эллипсам, в фокусах ̶у̶ находится Солнце ̶в̶и̶д̶а̶

2 закон в "Кратк. Коперник. астрономии"

S сектора равны за равные промежутки времени

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{1}{2} \rho^2(\varphi) d\varphi = \sum_{i=1}^{n} \rho_i^2 \Delta\varphi_i$$

3 закон : кубы периодов обращ. планет относятся, как квадраты осей

"О ̶в̶и̶н̶н̶о̶й̶ ̶б̶о̶ч̶к̶е̶"

1615 г., "Нов. стериометрие винные бочек ..."

↑вычисление объемов

Он вычислил объемы 92 тел вращения
Критерий оптиму - тратится наим. кол-во дерева

23)

Кавалери :

Метод неделимых :
неделимые - линии || оси x

круг рад. в
эллипс - $a \times b$

это отнош. $\frac{a}{b}$ => $\frac{S}{\pi b^2} = \frac{a}{b}$ => $S = \pi a b$

„О вычисл. площадей с помощью неделимых"

$$\int_0^a x^2 dx = \frac{a^3}{3}$$ — фактически получим это

„геометрия, исп. ..."

XVII век :

Пьер Ферма :

— созд. аналитич. геометрию
— теорию вероятности
— теорию чисел

Ввел понятие переменной :
кривая — $y = f(x)$

ф-ла : $p = 2^{2^k} + 1$, $k = 1, 2, \dots$
(теория чисел) p - простое

Но не при $\forall k$ получ. простые числа
(Ферма в этом случае ошибся)

Это простые числа Ферма (если p - про ч.)
св-во: такой правильн. p - угольник
можно построить с помощью
циркуля и линейки

24

Принцип Ферма:

2 точки в среде с перем. показатели, то при движ. от p_1 до p_2 свет соверш. по дуге

$$\int_{p_1}^{p_2} n\, ds = J \rightarrow \underline{min}$$

Великая т-ма Ферма:

$$\begin{cases} m^p + n^p = q^p \\ \text{при } p > 2 \not\exists \text{ реш. ур-я в целых числах} \end{cases}$$

Ферма док-л для $p = 4$
Другие док-ли для $p = 8, 12$
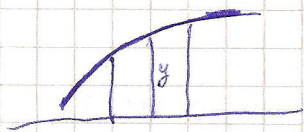В XX в. док-на $\forall$ цел. чисел (Эндрю Уайлс)

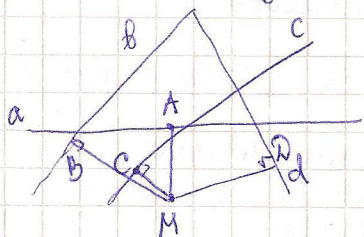Ферма заним. циклоидой.

☐ 15.10

<u>Декарт Рене</u>
1596 г. − 1650

1637 г. − „геометрия"

y − ордината

Кривая полностью опр. заданием ординат

Решает задачу:

заданы прямые
найти т. M : $\rho(M, \text{прям.})$
удовлетв. нек соотнош.

напр. $MA \cdot MB \cdot MC \cdot MD = \frac{1}{2}$

25

Задача опр. касательной к v кривой.

Раздел. ур-я на алгебр. и трансцендентн.
Алгебр. ур-я классиф. по порядку.

Утв. Если $P_n(x) = a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0$, то
α - корень, т.е. $P_n(\alpha) = 0$

$$P_n(x) = (x - \alpha) Q_{n-1}(x)$$

Утв. $\{a_n, \ldots, a_0\}$
число корней $P_n(x)$ не превышает
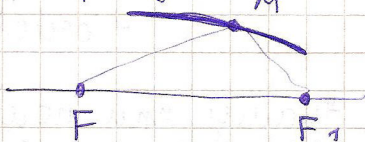числа перемен знаков п-ти $a_n, \ldots, a_0$.
(Рассм. только полож. корни)

Овалы Декарта:

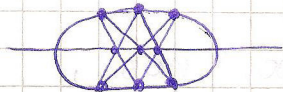$\alpha FM + \beta F_1 M = c$ F, F_1 - фокусы
т. M образуют овалы Декарта

Паскаль Блез
1623 - 1662

Улитка Паскаля - изобрет. его отца

В 16 лет док-л т-му о кривых 2 пор.:

v 6 точек на эллипсе $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ те точки пересечения
лежат на 1 прямой

Δ Паскаль:

$$
\begin{array}{cccc}
1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 2 & 3 & 4 \\
1 & 3 & 6 & 10 \\
1 & 4 & & \\
\end{array}
$$

$$C_n^m = C_{n-1}^{m-1} + C_n^{m-1}$$

$\uparrow$

док-л по ММИ

26

Исследовал рулетту - циклоиду:

<u>Ньютон</u>
25 дек. 1642 г. – 1727
(по стар. стилю)

1665 – 1667   – „ чумной отпуск "
                в Англию пришла чума

16871.- „ мат. начала ^{натуральной} философии "
    ↗ постулаты механики
    - теория 2х тел
    - теория возмущений
    - теория луны
    - теория приливов
    - основы теории пределов

„ Анализ при помощи ур-ий с бесконечным
числом членов " – 1669 г. (рукопись, 3 известна)
                    1711 г. (издана)

    $(a+b)^n = a^n + c_n^1 a^{n-1} b + \dots$
    бином Ньютона

1704 г. – „ Рассуждение о квадратурах
            кривых "

Рассм. 72 варианта кривых 3 пор.,
разделил на 7 групп (в завис. от асимптот)
    ↗ это алгебраич. геометрия

<u>Метод флюксий</u> ≈ мат.анализ   1737 г.

    ẋ - флюксия

n точек : $x_1 \ldots x_n$

↓ постр. многочлен $(n-1)$ ст. $f(x_k) = P_{n-1}(x_k)$

$$k = 1, \ldots, n$$

$$L_n(x) = f(x_1) + f(x_1, x_2)(x - x_1) + \ldots +$$
$$+ f(x_1, \ldots, x_n)(x - x_1) \ldots (x - x_{n-1})$$

$f(x_1 \ldots x_k)$ — разделенная разность

↑ интерполяц. ф-ла многочлена Ньютона

$$x = \varphi(x) \iff f(x) = 0$$
$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

квадратичн. порядок сход.

$$\frac{e_n}{e_{n+1}} = C \cdot e_n^2$$

Лейбниц

„Нов. метод для max и min, а также касательных ...''

Обознач. ввел : dx, dy, d^2x, d^2y

$$f'(x) = \frac{dy}{dx}$$