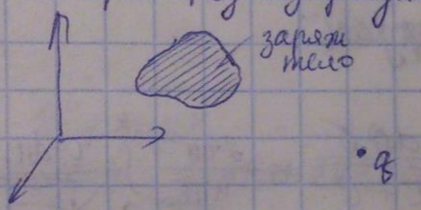
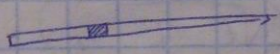
Чикишев Андрей Юрьевич 13.02.2012.

§1 Электростатическое поле

- $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\vec{r}}{r^3}$ — напряж электрич поля точ заряда в СИ
- Электрост поле потенциально; потенциал φ — скаляр.
- $\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi = -\nabla\varphi$; $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$ $q \bullet \xleftrightarrow{\;r\;} \bullet$ точка наблюд.
- выполняется принцип суперпозиции.
- Для распред. заряда



тело разб на точечные dq
r_0 — рад-вект dq
r — расстояние до ~~точки~~ точки набл.
dq — через плотность заряда

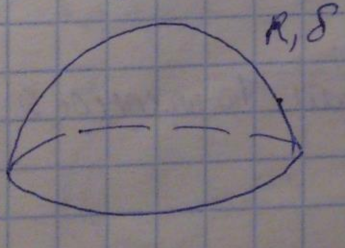


$dq = \gamma\, dl$

$dq = \sigma\, dS$

$dq = \rho\, dV$

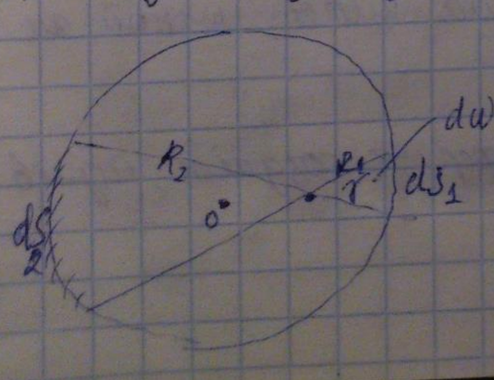
Задача 1



Металл. полусф, на ней равномерно распр. заряд плотн δ, рад R. Найти потенц в $\forall$ точке нижнего осн.

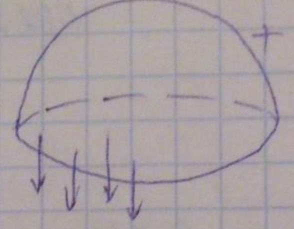
Решение.

1). Внутри однородно заряж сферы поле $= 0$:



$dS_1 = R_1^2\, d\omega$
$dS_2 = R_2^2\, d\omega$
$dq_1 = \sigma\, dS_1 = \sigma R_1^2\, d\omega$
$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma R_1^2\, d\omega}{R_1^2} = \sigma\, d\omega = \vec{E}_2 \Rightarrow$ они взаимно компенсируются

2).



Поле на поверхн круга ⊥ его плоскости в ∀ ей точке
Имеет компоненту только по Z

$$E=-\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x},\frac{\partial\varphi}{\partial y},\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)=\left(0,0,\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)\Rightarrow$$ φ зависит только от Z → из сообр симметрии везде константа ⇒ ищем её в центре в сфер.

$$\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{R}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R}\int dq=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R}\sigma\cdot 2\pi R^2=\frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}$$

Проверка ответа:
1). размерность
2). пред случ.

Задача 2

Найти потенциал диска в ∀ точке оси:

Цилинд координ: ρ, φ, z.

$$\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iint_V\frac{r\,dr\,d\varphi\,\sigma}{\sqrt{z^2+r^2}}=\frac{2\pi\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^R\frac{r\,dr}{\sqrt{z^2+r^2}}=$$

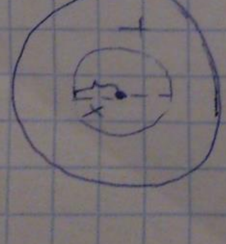
$$=\frac{\sigma}{4\varepsilon_0}\int\frac{dr^2}{\sqrt{r^2+z^2}}=\frac{\sigma}{4\varepsilon_0}2\sqrt{r^2+z^2}\Big|_0^{R^2}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{z^2+r^2}\Big|_0^{R^2}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+z^2}-z\right)$$

Предельн случай: $\cancel{z}$ $\frac{R}{z}\ll 1$

$$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}z\left(\sqrt{\left(\frac{R}{z}\right)^2+1}-1\right)=\left\{\begin{matrix}\text{раскл }\sqrt{}\\ \text{в ряд}\\ \text{Тейл}\end{matrix}\right\}=\frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{R}{z}\right)^2\Rightarrow\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 z}$$ — потенциал точечного заряда

Задача 3

Подсчитать частоту колебаний атома в модели Томсона



x – смещение,
$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ — для груза на пружине возвр сила $k\Delta x$ ⇒ докажем что сила имеет такой же вид.

Внешняя часть - беск. много тонких сфер ⇒ создают нулев поле.

Во внутр части:

$$F = q\vec{E}, \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{x^2}; \quad q = \rho V = \rho\frac{4}{3}\pi R^3$$

$$E = q\,\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\rho\frac{4}{3}\pi R^3}{R^2} = \frac{\rho x}{3\varepsilon_0}\cdot q = x\cdot\frac{\rho q}{3\varepsilon_0} \text{ "k"} \Rightarrow w = \sqrt{\frac{q\rho}{3\varepsilon_0 m}}$$

Задача 4

a = a – расст. меж центрами

r – радиус выреза

R – радиус шара.

r', r'' – расстояния от центров до точки.

Найти: поле в $\forall$ точке этой полости

Решение.

прием дополнения:

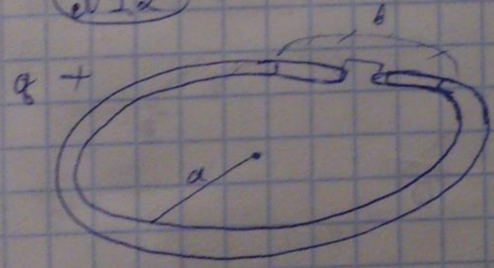
$$\vec{E}_{иск} = \vec{E}_{больш\ шара} - \vec{E}_{добавл\ шара}$$

$$\vec{E}_{иск} = \frac{\rho}{3\varepsilon}(\vec{r}'' - \vec{r}') = \frac{\rho\vec{a}}{3\varepsilon_0}$$ — однородно и направлено по $\vec{a}$

ДЗ 1, 2, 5, 6, 10, 16

№ 12

Найти $\vec{E}$ в центре кольца, радиус кольца a; прорезь шириной $b \ll a$. $q > 0$ – равномерно распр.



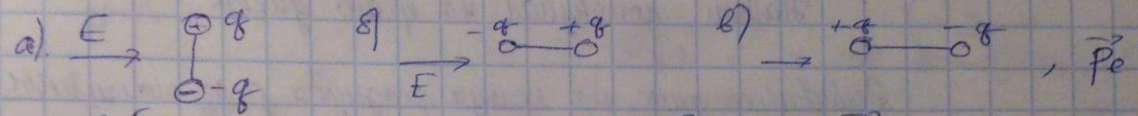
Дополним кольцо до полного:

$$\vec{E}_{иск} + \vec{E}_{доп} = 0;$$

$$\vec{E}_{доп} = \int_0^{\frac{b}{2\pi a}} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\,2\vec{r}}{r^3}\,d\theta = \frac{bq}{2\pi a}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{2\vec{a}}{a^3} = \frac{2b\vec{a}\,q}{8\pi^2 a^4\varepsilon_0}$$

ДЗ 2 (2.4, 2.7, 2.12, 2.15)

№2.4



Найти: потенц энерг W, момент $\vec M$ и силу $\vec F$

а). $\vec F = 0$, т.к q^- и q^+ расположены симметрично отн. поля и заряды равны по модулю.

$W = 0$ т.к. $(\vec E, d\vec r) = 0$;

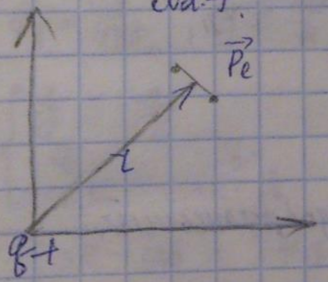
$M = [q\vec E, \vec l] = p_e E$; направлен из плоскости рисунка.

б, в): $\vec F = 0$ в силу симметричности расположения

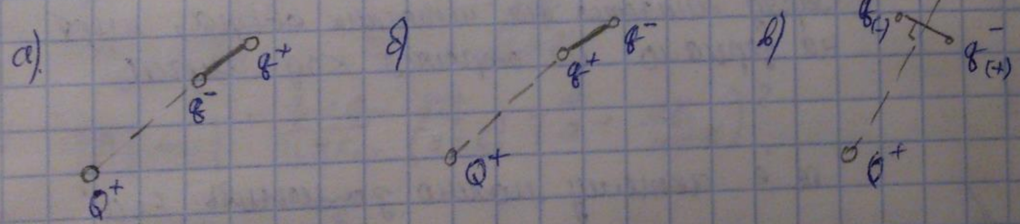
$\vec M = 0$ т.к. $\vec E \parallel \vec l$.

$W = \mp q \int \vec E d\vec l = \mp p_e E$.

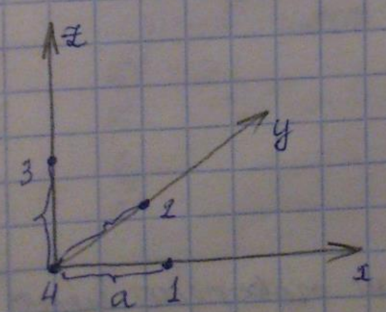
№2.7



Найти ориентацию диполя относительно q, такую, что его энергия взаимод. с q
а) максимальна
б) минимальна
в) равна 0.



№2.12



В т 1, 2, 3, 4 потенциалы $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$

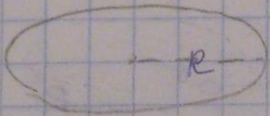
Найти: $\vec E_4$

$$\vec E_4 = -\text{grad}\,\varphi \approx \frac{\varphi_3-\varphi_4}{a}\vec k + \frac{\varphi_2-\varphi_4}{a}\vec j + \frac{\varphi_1-\varphi_4}{a}\vec i$$

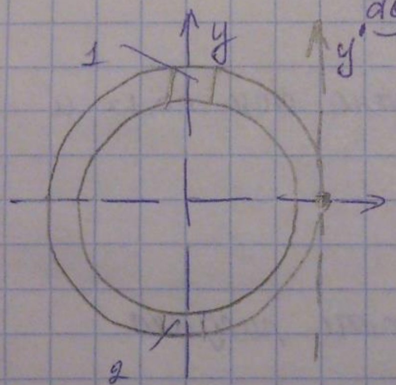
{ приблизительно заменяем производные на разностные отношения

№2.13. $\varphi = \frac{\sigma R}{\pi \varepsilon_0}$

заряжен равномерно с плотностью σ.
Найти: потенциал на краю диска



Разбиваем диск на кольца радиуса ρ и толщины $d\rho$



По оси y потенциалы $\forall$ 2х симметр площадок компенсируются $\Rightarrow$ смотрим только по Ox.
По Ox всё симметрично.

$Q(\rho) = \sigma \cdot 2\pi\rho \cdot d\rho$.

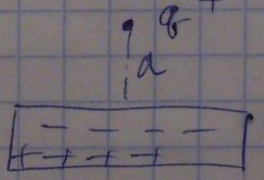
$dE_x = \int k \frac{dq}{r^2}\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$, $dq = Q\frac{d\alpha}{2\pi}$,

$E_k = \frac{k}{r^2}\int_{-\pi}^{\pi} \sin\alpha\, dq = \frac{kQ}{2\pi r^2}\int_{-\pi}^{\pi}\sin\alpha\, d\alpha = \frac{kQ}{\pi r^2}$, $Q = Q(R)$.

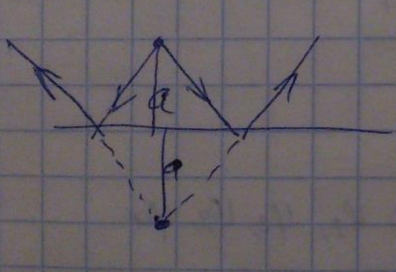
$E_D = \int_0^{R_0} \frac{k\sigma 2\pi R\, dR}{r^2 \pi} = \frac{2\pi\sigma k}{r^2}\int_0^{R_0} 2R\, dR = \frac{\sigma k R_0^2}{r^2} = \frac{kQ_D}{r^2\pi}$

$\varphi = \int_{+R}^{+\infty} \frac{k\sigma R^2}{r^2} dr = \frac{k\sigma R^2}{R} = \frac{\sigma R}{\cancel{4}\pi\varepsilon_0}$

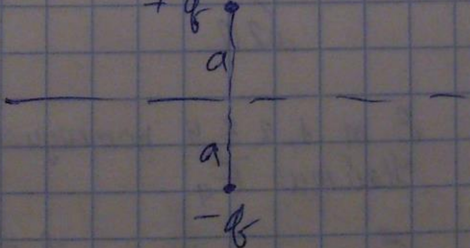
Семинар 2. Потенциал элект. поля. Метод изображений.



• Заряд меняется на источник света, шкт на зеркало и строится ход лучей.



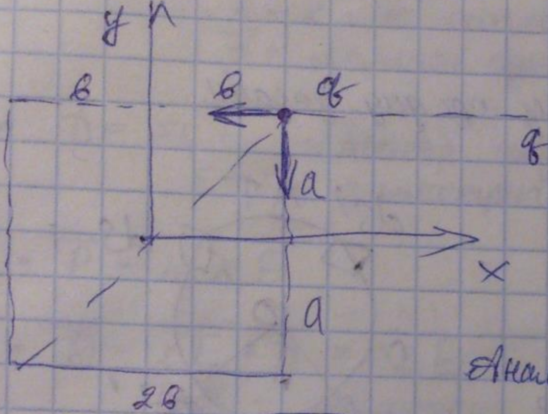
т. е систему можно заменить на:



считаем, что φ у проводника = 0 если не оговорено иначе

Задача 1

Дан метал. лист!



Найти F с кот q взаим с листом.

$$F_x = qE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}(-1)\frac{q^2}{4b^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2\, b}{(a^2+b^2)^{\frac{3}{2}}\cdot 4}$$

Аналог. $F_y = \frac{-q^2}{16\pi\varepsilon_0 a^2} + \frac{q^2\, a}{4\pi\varepsilon_0 (a^2+b^2)^{\frac{3}{2}}\cdot 4}$

Задача 2

R, q, a.

F - ?

В сфере зеркал изображ. одно; рассм. потенциал в A.

$$\varphi_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{a}+\frac{q_0}{b}\right)=0;\quad \varphi_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{a+2R}+\frac{q_0}{2R-b}\right)=0;$$

$$\begin{cases}\frac{q}{a} = \frac{-q_0}{b}\\ \frac{-q}{a+2R} = \frac{-q_0}{2R-q}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = -\frac{q_0 a}{b}\\ -\frac{q_0 a}{b(a+2R)} = -\frac{q_0}{2R-b};\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = -q_0\frac{a}{aR}(a+R) = -q_0\frac{a+R}{R}\\ a(2R-b) = b(a+2R)\end{cases}$$

$\cancel{2}aR - ab = ba + bR$

$b = \frac{aR}{a+R},\quad q = \frac{-Rq}{a+R}$

$$|F| = \left|\frac{-q\cdot \cancel{q}\; Rq}{4\pi\varepsilon_0 (a+R)}\cdot\frac{1}{\left(a+\frac{aR}{a+R}\right)^2}\right|$$

Задача 3

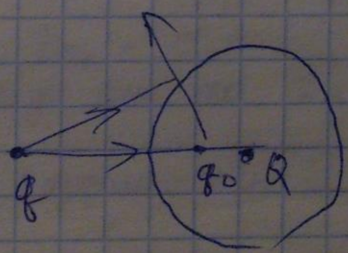
сфера имеет:

$\varphi_0 \neq 0$;

R,

q,

a



F - ?

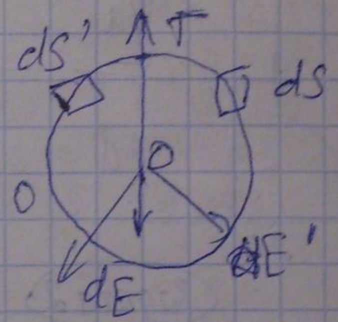
$\frac{\Delta r}{4\pi r^2} =$

Поместим Q в центр сферы: $\varphi_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R} \Rightarrow$ он созд на сфере пот φ_0.

$$\Rightarrow F_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4\pi\varepsilon_0\varphi_0}{(a+R)^2} = \frac{qR\varphi_0}{(a+R)^2},$$

$F = F_2 + F_1$, где F_1 взято из предыд. задачи.

Задача 4.



На сфере распр заряд по закону $\delta_0 \cos\theta$, где θ — поляр угол.

Найти напряж. поле в центре сф.

Сумм поле напр вдоль Z в противоп сторону.

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{d\delta S}{R^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\delta\cos\theta\, dS}{R^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\delta\cos\theta\sin\theta\, R^2}{R^2}\,d\theta\, d\varphi$$

$$= \{dS = R^2\sin\theta\, d\theta\, d\varphi\} = \frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\delta\int_0^{\pi/2} d\theta\int_0^{2\pi}\sin\theta\cos^2\theta\, d\varphi = \frac{\delta_0}{3\varepsilon_0}.$$

Семинар 3. Проводники и диэлектрики в электрич. поле

27.02.2012

- вектор поляризации: $\vec{P} = n\vec{p}$, {на единицу объема}
  n – к-во частиц в единице объема
  $\vec{p}$ – момент одного диполя

- $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$ – вектор индукции электрич. поля,
  $\varepsilon > 1$ – диэлектрич. проницаемость в-ва
- $\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}$ $\varepsilon = (1+\chi)$
- $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P} = \varepsilon\varepsilon_0 E$
  χ – диэлектрич. восприимчивость

} в отдельно взятой точке.

- Первое ур-е Максвелла

$\vec{A}$ – вект поле; $\iint(\vec{A}, d\vec{S}) = \Phi_A$ – скалярная величина, поток $\vec{A}$ через S.

– поверхность. $d\vec{S}$ – вектор – величина его = величине элемент. площадки, умнож. на вектор единичной нормали

Первое ур-е Максвела: $\oint \vec{D}\, d\vec{S} = \sum q_i$ {интегр форма}
Поток вектора $\vec{D}$ через $\forall$ заданную поверхность равен сумме свободных зарядов, заключённых внутри этой поверх.

Замечание: свободный заряд – заряд, спец образом нанесённый на поверхность; бывает ещё связный.

Дифф форма: $\operatorname{div}\vec{D} = \rho$, ρ – объемная плотн. заряда.

Если на границу нанесён своб заряд, то норм сост D разрывна:

$$D_n - D_{n_2} = \sigma_{св}$$

Если своб заряда нет, то D_n непрерывна.

$\vec{D}$ На границе раздела танг. сост всегда непрерывна.

Задача 1

q – положит заряд
диэлект палочка,
3 вирт сферы как на рисунке

Написать неравенства для потоков $\vec{D}$ и E через 1ю, 2ю и 3ю сферу.

Решение
Для сферы 1;

$$\Phi_1^D = \oiint_{S_1} (\vec{D}, \vec{n})\, dS = q \quad \left(\begin{array}{l} \text{применим 1е ур-е Максвела,} \\ \text{внутри только 1 своб заряд } q \end{array} \right)$$

$$\Phi_2^D = \oiint_{S_2} (\vec{D}, \vec{n})\, dS = q = \Phi_3^D \quad (\text{т.к. на палочке нет своб зарядов})$$

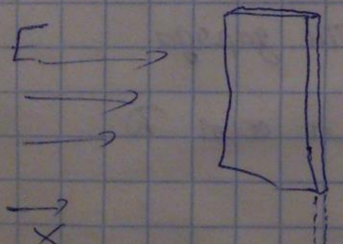
$$\Phi_1^D = \Phi_2^D = \Phi_3^D$$

$$D = \underset{\varepsilon}{\underbrace{(1+\chi)}} \varepsilon_0 E;$$

На 1й и 3й поверхности пространство однородное $\Rightarrow \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$ на них $\Rightarrow$

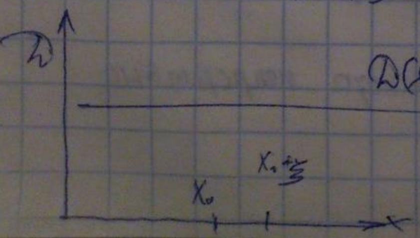
$\Phi_1^E = \Phi_3^E > \Phi_2^E$ {т.к. $\vec{E}$ меньше, т.к в палочке $\varepsilon > 1 \Rightarrow$ $\Rightarrow$ чтобы $\vec{D}_1 = \vec{D}_2 = \vec{D}_3$ нужно их уравнять $\rightarrow$ на этом куске в палочке E меньше, чем если бы палочки}

Задача 2

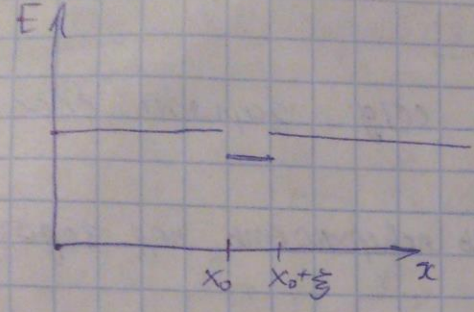


диэлектр пластина во внешнем однор. элект поле
Построить графики:
$\vec{D}(x)$
$\vec{E}(x)$
$\varphi(x)$

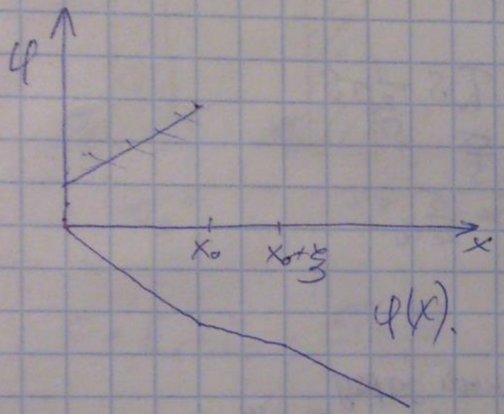
пластина не заряжена $\Rightarrow$ график D – константа



На границе - разрыв



$E = \varphi'$



Задача 3

Известно, что в обл пр-ва - элект поле, такое что:

$E_x = \frac{ax}{\varepsilon_0}$, $a = const$ $\qquad p_x = 2ax$

$E_y = \frac{2ay}{\varepsilon_0}$ $\qquad p_y = 4ay$

$E_z = \frac{3az}{\varepsilon_0}$ $\qquad p_z = 6az$.

Найти: объемную плотность своб заряда
диэлектри границ заряда

$D = \varepsilon\varepsilon_0 E$; $\quad \operatorname{div}\vec{D} = \rho = a + 2a + 3a = 6a$

$D_x = ax\,\varepsilon$

$D_y = 2ay\,\varepsilon$

$D_z = 3az\,\varepsilon$

$D = 3ax, 6ay, 9az$

$\rho = \operatorname{div} D = 3a + 6a + 9a = 18a$

$\vec{P} = \varepsilon_0 \varkappa \vec{E}$,

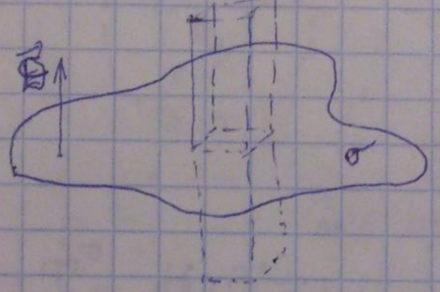
$\varkappa = 2$

$\varepsilon = \varkappa + 1 = 3$

$\frac{\text{ом} \cdot \text{м} \cdot \text{КА}^{-1}}{\text{м}^2} =$

Задача 4

По ур-ю Максвелла найти поле, созд заряж беск тонк плоск с поверхн плоск σ



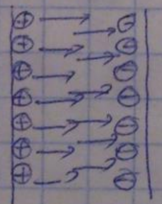
Нужно выбрать поверхность под задачу.

$\Phi_{\text{через боковые поверх}} = 0;$

$\Phi^1_{осн} = \Phi^2_{осн} = DS = \frac{1}{2}\sigma S$

$D = \frac{\sigma}{S}$

$E = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$



$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$ – поле внутри конденсатора.

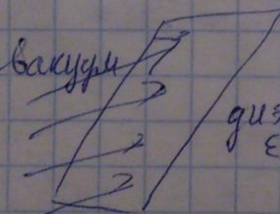
$E = \frac{Q}{S\varepsilon\varepsilon_0}$, где Q – полный заряд, S – площадь пластины

Снаружи пластин – нулевое поле

Задача 5

ответ:

в вакууме – однор. поле под углом к поверхн.

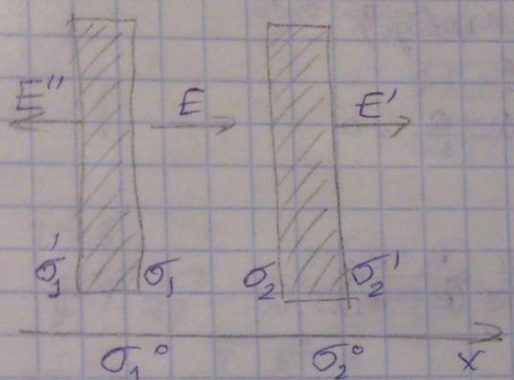


около границы раздела – вирт. цилиндр.

Найти: знач потоков D и E через поверх

Д/З: §3, задачи 3.2, 3, 7, 9, 11, 19.

№3.2



$\sigma_1^\circ, \sigma_2^\circ$ – полные заряды на единицу площади

E, E', E'' – ?

$\sigma_1', \sigma_1, \sigma_2, \sigma_2'$ – ?

Решение

1я пластина созд напр $E_1 = \frac{\sigma_1^\circ}{2\varepsilon_0}$

2я пластина созд напр $E_2 = \frac{\sigma_2^\circ}{2\varepsilon_0}$

$$E = E_1 + E_2 = \frac{\sigma_1^\circ - \sigma_2^\circ}{2\varepsilon_0}; \quad E'' = E_2 - E_1 = -\frac{\sigma_2^\circ + \sigma_1^\circ}{2\varepsilon_0};$$

$$E' = E_1 - E_2 = \frac{\sigma_1^\circ + \sigma_2^\circ}{2\varepsilon_0}$$

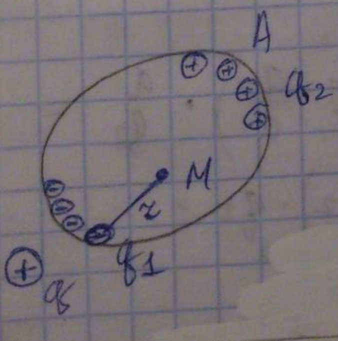
$$E = \frac{2\sigma_1}{2\varepsilon_0} \Rightarrow \sigma_1 = \varepsilon_0 \cdot E = \frac{1}{2}(\sigma_1^\circ - \sigma_2^\circ) = -\sigma_2.$$

~~E'~~ $\sigma_1' = \sigma_2' = \frac{1}{2}(\sigma_1^\circ + \sigma_2^\circ)$

$$\begin{cases} \sigma_1' + \sigma_1 = \sigma_1^\circ \\ \sigma_2' + \sigma_2 = \sigma_2^\circ \\ \sigma_1 = -\sigma_2 = \frac{1}{2}(\sigma_1^\circ - \sigma_2^\circ). \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_1' = \sigma_1^\circ - \frac{1}{2}\sigma_1^\circ + \frac{1}{2}\sigma_2^\circ = \frac{1}{2}(\sigma_1^\circ + \sigma_2^\circ) \\ \sigma_2' = +\frac{1}{2}(\sigma_1^\circ + \sigma_2^\circ) \\ \sigma_1 = -\sigma_2 = \frac{1}{2}(\sigma_1^\circ - \sigma_2^\circ). \end{cases}$$

№3.3

Д-ть: заряды каждого знака, индуц на проводнике поднесённым зарядом $+q$, всегда меньше q.

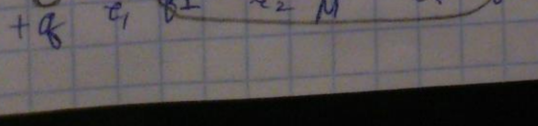


Поверхн. заряды таковы, что поле внутри проводн равно 0.

1). M – посередине проводника:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\Bigg(\underbrace{\frac{q}{(r_1+r_2)^2}}_{\text{поле, созд } +q} - \underbrace{\frac{(q_1+q_2)}{r_2^2}}_{\text{поля созд поверх зарядами}}\Bigg) = 0$$

q_1, q_2 – модули зарядов



$$q = \underbrace{\frac{(r_1+r_2)^2}{r_2^2}}_{>1}(q_1+q_2) \Rightarrow q > q_1 + q_2 \Rightarrow q_1, q_2 < q.$$

$\varphi = \frac{Q}{C}$

$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R$

$U = \frac{Q}{C}$

$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$

плоский.

$\frac{1}{C_1} + \ldots + \frac{1}{C_n} =$

послед.

паралл.

$C = C_1 + \ldots$

$A = \varepsilon_\Delta$

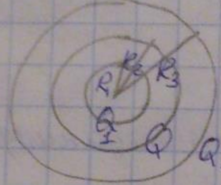
$W = \frac{UQ}{2} =$

$W_E = \frac{1}{2}$

$W = \frac{1}{2}$

$I\,R - \ldots \frac{\Delta r}{4\pi r^2} =$

№3.7



1я и 3я – заземлены
на 2й заряд Q.
Найти: напряжённость во всём пр-ве

1). $r < R_1 \Rightarrow 0$ {внутри проводн}

2). $R_1 < r < R_2$: $E = k\frac{Q_1}{r^2}$

$$\varphi_1 = 0 \Rightarrow \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q_1}{r^2} + \int_{R_2}^{R_3} \frac{Q_1 + Q}{r^2} = 0$$

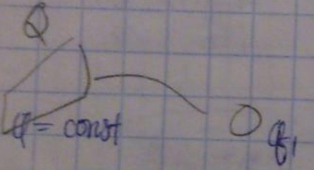
$$Q_1 = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)Q_1 + (Q_1 + Q)\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3}\right) = 0$$

$$Q_1 = Q R_3 \frac{R_3 - R_2}{R_2} \cdot \left(\frac{R_3 - R_1}{R_3 R_1}\right)^{-1} = Q\frac{R_1}{R_2}\frac{(R_3 - R_2)}{(R_3 - R_1)}.$$

$$Q_2 = Q\frac{R_3}{R_2}\frac{(R_1 - R_2)}{(R_3 - R_1)}$$

$r > R_3$! $\varphi_3 = 0 = \int_{R_3}^{+\infty} \frac{Q_1 + Q_2 + Q}{r^2} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{R^3} \Rightarrow Q_2 = Q_1 + Q_3 \Longrightarrow E = 0$

№3.9.



$$\frac{q_2^2}{q_1}$$

$$k\frac{q_1}{R} = k\left(\frac{q_1}{a} + \frac{q_2}{R}\right) = k\left(\frac{q_1}{a} + \frac{q_2}{a} + \frac{q_3}{R}\right) = \varphi$$

q_2 q_3

$$q_2 = \frac{R}{a}q_1 + q_2 \Rightarrow R = \frac{q_2 - q_1}{q_1}a.$$

$$\frac{q_1}{a} + \frac{q_2}{a} + \frac{q_1 q_3}{a q_1 q_2} = \frac{q_1^2}{(q_1 q_2)a}$$

$$q_3 = \frac{q_2^2}{q_1}$$

$\frac{kq_1}{2a}$

$R \gg a.$

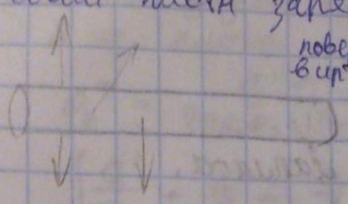
$$q_3 = \left(\frac{q_1}{q_2 a} - \frac{q_1}{a} - \frac{q_2}{a}\right)\cdot\frac{a}{q_2} =$$

$$= \left(\frac{q_1}{q_2} - q_1 - q_2\right)\cdot q_2 =$$

$$= q_1 - q_1 q_2 - q_2^2$$

3.11

Найти напр поля внутри и вне равн зарях беск цил рад R и объем плотн заряда ρ



поверхн – 1) $r < R$, т.е расст от рассм т. меньше рад
в иде – цилин цилиндра:

$$\oint \vec{D}\, d\vec{S} = \underbrace{D(r)\cdot 2\pi r l}_{\text{поток через б/п цил.}} = \varepsilon_0 E(r) \cdot 2\pi r l = \pi r^2 \cdot \frac{\vec{r}}{r} \rho l \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{\rho \vec{r}}{2\varepsilon_0}.$$

2) $r \geq R$:

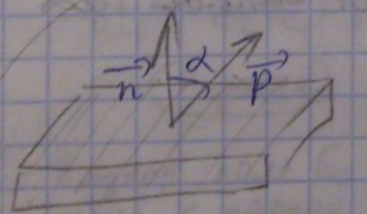
$$\oint \vec{D}\, d\vec{S} = D(r)\cdot 2\pi r l = \varepsilon_0 E(r)\cdot 2\pi r l = \pi R^2 \frac{\vec{r}}{r} \rho l \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{\vec{r}\, R^2 \rho}{2 r^2 \varepsilon_0}$$

r – расстояние от оси до рассм точки.

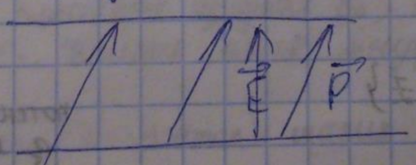
3.19

Найти напр поля внутри и вне однор. поляриз плоск незаряж диэлект. слоя;



Вне слоя: $\oint \vec{D}\, d\vec{S} = 0$ т к нет своб зарядов.

Внутри слоя:

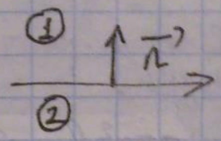


$$\vec{P} + \varepsilon_0 \vec{E} = 0 = \vec{D} \Rightarrow \vec{E} = \frac{P\cos\alpha}{\varepsilon_0}$$

5.03.2012 $\boxed{\text{семинар 4}}$

Гранич. усл:

$D_{n_1} - D_{n_2} = \sigma_{своб}$



$P_{n_1} - P_{n_2} = -\sigma_{связ}$

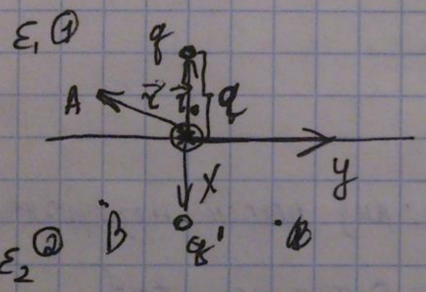
Δ - оператор Лапласа.

Ур-е Пуассона:

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

Задача 1

Есть 2 диэлект $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, плоск гран разд; в 1-м на a от границы нах. точ. заряд.



Найти: распределение потенциала в пр-ве

Решение: пол созд зарядом q и поверх связанным зарядом.

Подберем эквив сист зарядов для мет. изображений так, чтобы выполнялись гранич усл.

$$\varphi = \boxed{\overset{k}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}} \frac{q}{|\vec{r} - \vec{r}_0|}$$; введем систему коорд.

$\vec{r}_0 = \{-a, 0, 0\}$;

$\vec{r} = \{r_1, r_2, r_3\} = \{x, y, z\}$

$\vec{r} - \vec{r}_0 = \{x+a, y, z\}$

потенциал созд зарядом q в т. A

$$\varphi_A^q = \frac{kq}{\varepsilon_1\sqrt{(x+a)^2+y^2+z^2}} = \frac{q}{\varepsilon_1 4\pi\varepsilon_0\sqrt{(x+a)^2+y^2+z^2}}$$

$$\varphi_A^{q'} = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_1\varepsilon_0\sqrt{(x-a)^2+y^2+z^2}}$$

$$\varphi_A = \varphi_A^q + \varphi_A^{q'}$$

$$\varphi_B = \varphi_B^{q} + \varphi_B^{q'} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_2\sqrt{(x+a)^2+y^2+z^2}} + \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_1\sqrt{(x-a)^2+y^2+z^2}}$$ — неверно

В исх задаче только одна особая точка, а у нас получилось 2 ⇒ плохо. q'' – коррекция по границе т.к. величина заряда искаж.

$$\varphi_B^{q} = \frac{q''}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_2\sqrt{(x+a)^2+y^2+z^2}}$$

$$\begin{cases} \frac{q'}{\varepsilon_1} + \frac{q}{\varepsilon_1} = \frac{q''}{\varepsilon_2} \quad (\text{получ из } \varphi_A^{q} + \varphi_A^{q'} = \varphi_B). \\ D_{n_1} = D_{n_2} \\ D = \varepsilon\varepsilon_0 E = -\varepsilon\varepsilon_0 \nabla\varphi \end{cases}$$; из $\vec{\nabla}$ берем только сост по x.

$$\frac{\partial}{\partial x}\varphi_A^{q'} = -\frac{q'(x-a)}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_1 \left(\sqrt{(x-a)^2+y^2+z^2}\right)^{3/2}}$$

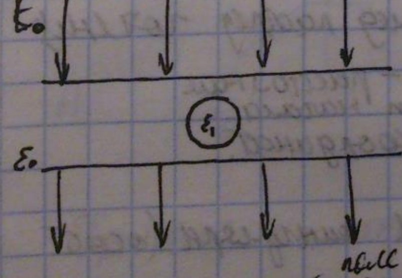
На границе ⇒ $\begin{cases} q'a - qa = -q''a \\ \frac{q'}{\varepsilon_1} + \frac{q}{\varepsilon_1} = \frac{q''}{\varepsilon_2} \end{cases}$ $\begin{cases} q' - q = -q'' \\ q'\varepsilon_2 + q\varepsilon_2 = q''\varepsilon_1 \end{cases}$;

$\begin{cases} q'' = q - q' \\ q'\varepsilon_2 + q\varepsilon_2 = \varepsilon_1 q - \varepsilon q' \end{cases}$ $\begin{cases} q'' = q - q' \\ q'(\varepsilon_2 + \varepsilon_1) = q(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \end{cases}$;

$\begin{cases} q'' = q - q' = q - \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}\right) q. \\ q_1 = \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}\right) q \end{cases}$

Задача 2

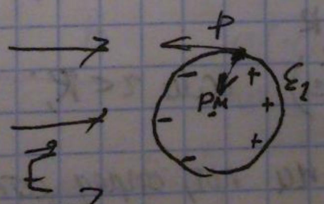
В однор поле E_0 пластина из диэл ε_0; поле ⊥ пластине; Внутри плас-шарик с прониц ε_2. Найти поле внутри шарика.



$E' = E_0 - E_{пз}$

поле в шарике

1 этап: шарик в поле



$\varepsilon \to \infty$ – проводник; поле в провод. нулевое ⇒ поле в шаре однор.

Поле внутри шарика однородно. Но распределение по уму не зависит от ε; величина заряда им. зависеть от ε.

$$\varphi = I R = I \rho \int \frac{\Delta r}{4\pi r^2} =$$

$$\vec{P} = \varkappa \varepsilon_0 \vec{E}' = (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 \vec{E}'$$

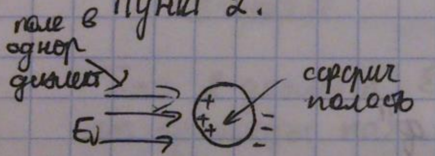
$$P_n = P \cdot \cos\alpha$$

Поле внутри такой сферы:

$$E_{n3} = \frac{(\varepsilon - 1)}{3\varepsilon_0}\varepsilon_0 E' = \frac{\varepsilon - 1}{3} E'$$

$$E' = E_0 - \frac{\varepsilon - 1}{3}E'; \quad E'\underbrace{\left(1 + \frac{\varepsilon - 1}{3}\right)}_{=\frac{2+\varepsilon}{3}} = E_0; \quad E' = \frac{3}{2+\varepsilon}E_0.$$

Пункт 2:



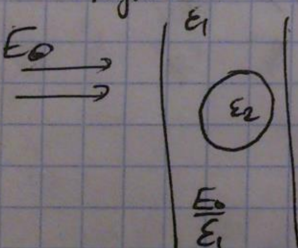
$$\overset{E_n}{\overset{\shortparallel}{E_{полости}}} = E_0 + E_{n3}$$

... такие же рассуждения...

$$E_{n3} = \frac{\varepsilon - 1}{3}E_0$$

$$\cancel{E' = E_0 - \frac{\varepsilon - 1}{3}E_0 \Rightarrow E' = E_0\left(\frac{4 - \varepsilon}{3}\right)} \qquad E_n = \frac{\varepsilon + 2}{3}E_0.$$

Пункт 3:



Если шарик был полостью, то в нем:

$$E_n = \frac{\varepsilon_1 + 2}{\varepsilon_1}\frac{E_0}{3}.$$

дальше есть в книге

! Задача 3 (4.21)

Найти распред зарядов, созд в вакууме след распред потенц:

$$\varphi(r) = \begin{cases} 0, & r \geq R \\ a\left(\frac{1}{r} - \frac{r^2}{R^3}\right), & если\ r < R, \end{cases}$$

r – расстояние от начала координат.

Пункт 1: смотрим на пот, опред есть ли сингулярн (особ точки):

Есть $\frac{1}{r} \Rightarrow$ в т. $r = 0$ $\varphi = \infty \Rightarrow$ Есть точечн заряд

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} = \frac{a}{r} \Rightarrow \text{Находим } q = 4\pi a \varepsilon_0$$

Пункт 2: применяем ур-е Пуассона, находим объемн плотность.

Считаем лапласиан в сферич. координатах

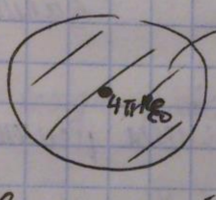
$$\Delta\varphi = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right) = -2\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{r}{R^3}\right)a = -\frac{2}{r^2}\cdot\frac{3r^2}{R^3}a = -\frac{6}{R^3}a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho = \underbrace{+\varepsilon_0\frac{6}{R^3}a}$$

константа $\Rightarrow$ шар заряжен однородно

Полный заряд шара: $Q = \rho V = 8a\varepsilon_0\pi$

т.е.



т.е. шар, в центре – точ заряд + + по нему распред заряд.

! Есть еще поверхностный заряд

$$D_{n1} - D_{n2} = \sigma_{своб}$$

$$\varepsilon_0 E \quad\quad 0$$

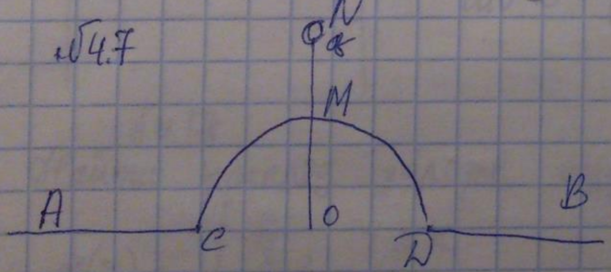
$$-\varepsilon_0\,\mathrm{grad}\,\varphi = -\varepsilon_0\frac{\partial\varphi}{\partial r} = -\varepsilon_0\left(\frac{-1}{r^2} - \frac{2r}{R^3}\right)a = \left\{\begin{matrix}R = r \text{ т.к.} \\ \text{мы рассм} \\ \text{на границе}\end{matrix}\right\} =$$

$$= -\frac{3\varepsilon_0 a}{R^2} \Rightarrow \sigma = -\frac{3\varepsilon_0 a}{R^2}$$

$$Q' = 4\sigma R^2 = -12a\varepsilon_0$$

Д/З: §4, задачи: 7, 9, 10, 18, 19, 20

№4.7



R – радиус бугра

NM = a

q

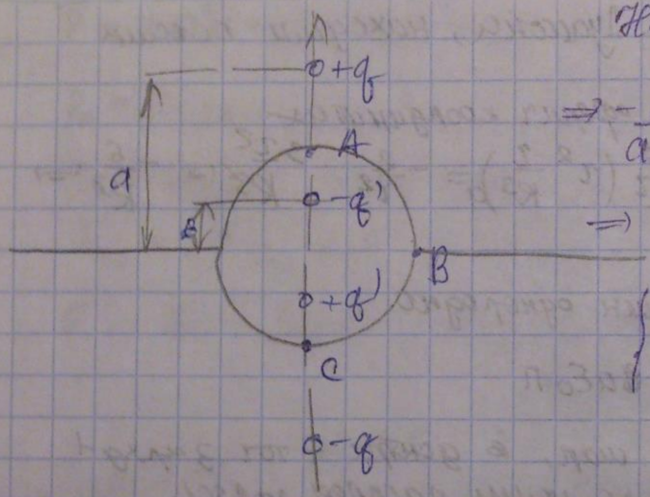
$\varphi(r)$ – ? $\left\{ r \text{ – расстояние от O до рассм точки} \right\}$

поверхность проводника

Применяем метод изображений,

$= I R = I \rho \frac{\Delta r}{4\pi r^2} =$

о м. м. КА



На сфере $E = 0 \to$
В точке А:

$\Rightarrow -\frac{q}{a+R} + \frac{q}{a-R} + \frac{q'}{R-b} - \frac{q'}{R+y} = 0$

$\Rightarrow$ Аналогично в В

$\begin{cases} \varphi_A = 0 \\ \varphi_B = 0 \end{cases}$ — Имеет ! решение, и для него $\varphi_B = 0$, т. е вместо $\varphi_B = 0$ запишим $\varphi_C = 0$.

Система $\begin{cases} \frac{q}{a-R} + \frac{q'}{R-b} = 0 \\ \frac{q}{a+R} + \frac{q'}{R+y} = 0 \end{cases}$ имеет решение $q' = \frac{R}{a} q$, $b = \frac{R^2}{a}$.

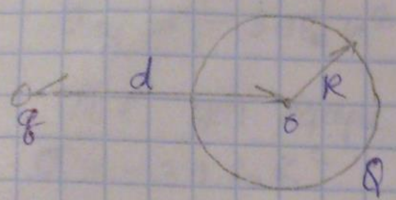
Причем это решение удовл уел $\varphi_A = 0$, $\varphi_C = 0$

Тогда φ выч по форм:

$$\varphi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q}{\sqrt{x^2+y^2+(z-a)^2}} - \frac{q}{\sqrt{x^2+y^2+(z+a)^2}} + \frac{qR}{\sqrt{a^2x^2+a^2y^2+(za+R^2)^2}} - \frac{qR}{\sqrt{a^2x^2+a^2y^2+(az-R^2)^2}}\right].$$

№4.9

Провод. сфера R; заряд Q



Как меняется потенциал сферы, если точ заряд перемещать из ∞ внутрь шара?

Внутри сферы $\vec{E}=0$, $\varphi = const = \varphi_0$ - потенциал в центре сферы

$$\varphi_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} + \oint \frac{\sigma dS}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{d} + \frac{Q}{R}\right) \text{ — при } d > R$$

При $d < R$

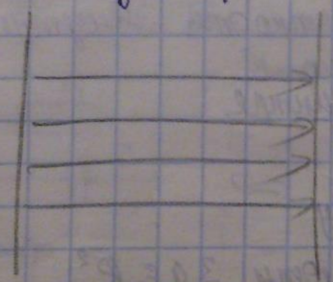
заряд сферы тогда равен $Q_{общ} = q + Q$

$$\varphi_0 = \frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \text{ — при } d < R$$

№4.10.

$$\varphi = -\frac{\alpha x^2}{2} + c;$$ Найти E и распределение заряда.

$E = -grad\,\varphi = \alpha x$; поле параллельно α



поле равномерное $\Rightarrow$ создается плоским заряженным слоем;

$$div\,\vec{D} = \rho = div\,\varepsilon_0\vec{E} = \alpha\varepsilon_0$$

№4.18

Найти распред. зарядов, созд. в вакууме распр. потенц.:

$$\varphi(r) = \begin{cases} \frac{a}{r}, & r \geq R \\ -\frac{ar^2}{2R^3} + \frac{3a}{2R}, & r < R \end{cases}$$

Наличие сингулярности в $r = 0 \Rightarrow$

$$\varphi = \frac{a}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} \Rightarrow q = 4\pi\varepsilon_0 a$$

$$\frac{0\ м \cdot м \cdot Кл^{-1}}{1 м^2} =$$

$$\varphi = \left(-\frac{a r^2}{2R^3}\right) = -\frac{a}{2R^3}(x^2+y^2+z^2)$$

$$\Delta\varphi = -\frac{3a}{R^3} = -\frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0} \Rightarrow \rho = \frac{3\varepsilon_0 a}{R^3}$$

При $r \geq R$:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\rho V}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{3\varepsilon_0 a}{R^3}\cdot\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{a}{r}$$

т. е.: $\rho = \begin{cases} 0, & r > R, \\ \frac{3a\varepsilon_0}{R^3}, & r < R \end{cases}$

№4.19

Найти распред. зарядов, создающих в вакууме распред. потенц.

$$\varphi(r) = \begin{cases} 0, & r \geq R \\ a\left(\frac{1}{r} + \frac{r^2}{2R^3} - \frac{3}{2R}\right), & если\ r < R \end{cases}$$

r – расстояние от начала координат.

Сингулярность в $r = 0$

$$q_0 = \frac{a}{4\pi\varepsilon_0} = 4\pi\varepsilon_0 a \text{ – точечный в центре сф.}$$

$$\Delta\varphi = \frac{3a}{R^3} \Rightarrow \rho = -\frac{3a\varepsilon_0}{R^3} \text{ – объемн. плотность внутри сферы рад. } R$$

$$D_n = \varepsilon_0 E|_R = -\varepsilon_0 \vec\nabla\varphi =$$

$$= -\varepsilon_0\left(-\frac{1}{r^2} + \frac{r}{R^3}\right)\Big|_R = \varepsilon_0\left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{R^2}\right) = 0$$

№4.20

Найти распред. зарядов для потенциалов:

$$\varphi(r) = \begin{cases} 0 & r \geq R \\ a(R^3 - r^3), & r < R \end{cases}$$

r – расстояние от начала коорд.

1). Сингулярность в $r = 0$ отсутствует

$$\Delta\varphi = -a\, div\left(3r^2 \cdot \frac{\vec r}{r}\right) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} = -3a\left(3r + \frac{r^2}{r}\right) = -12ar$$

$$3\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2} + x \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right) = 3\left(r + \frac{x^2}{r}\right) \Rightarrow \rho = 12 a\varepsilon_0 r$$

$D_n = \varepsilon_0 E|_R = -\varepsilon_0 \nabla\varphi|_R = \varepsilon_0 \cdot 3aR^2 = -\sigma_{dy} \Rightarrow$

$\sigma_{dy} = -3a\varepsilon_0 R^2$

Т.е. На сфере распр заряд с поверхн плотн $\sigma = -3a\varepsilon_0 R^2$.

12.03.2012 $\boxed{\text{Семинар 5}}$

Электрич. ёмкость.

$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$; — потенц. заряж шара

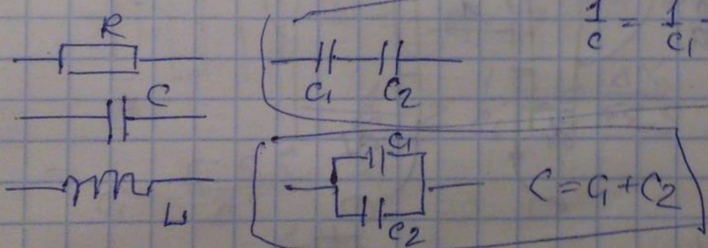
$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$ — емкость заполн конд, диэлект.

$C = \frac{Q}{\varphi} = 4\pi\varepsilon_0 r$ [Ф] — емкость шара, не завис от заряда

$E = \frac{CU^2}{2} = \frac{QU}{2} = \frac{Q^2}{2C}$ — для конденсатора энергия

$C = \frac{Q}{U}$ — велич заряд, разн пот. ; $w = \frac{1}{2}(\vec{E},\vec{D}) = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2$,

$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$



$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

$C = C_1 + C_2$

R, C, L — основные пассив элементы

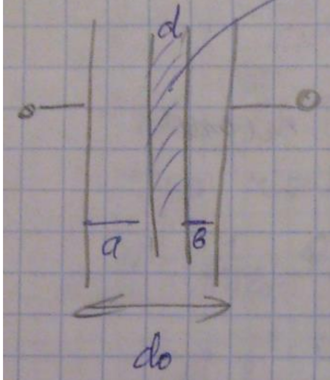
Конденсатор — заряжается, запасает энерг; Q формально м.б. равно ∞; практически ∃ явления пробоя — когда внутрмол. напряженность = напряж внутри конденсатора, электроны отрываются, вещ-во ионизир, появляется ток, проскакивает искра.

∃ энергия элект поля:

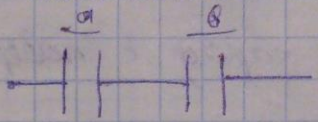
$w = \frac{1}{2}(\vec{E},\vec{D}) = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2$, w — объемная плотность энергии

$R = \int \rho \frac{\Delta r}{4\pi r^2} =$

№1 проводник ⇒ постоянный потенциал



Эквивалентная схема:



$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{a}$

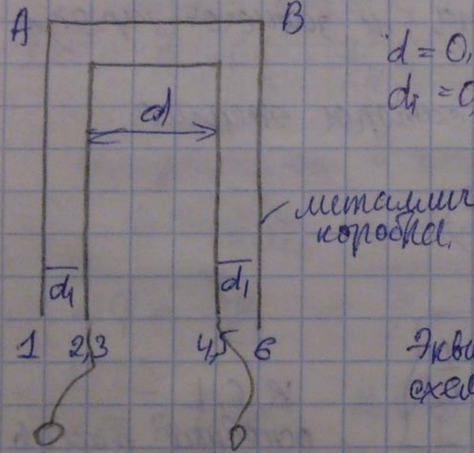
$C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{b}$

$\Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \Rightarrow$

$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{(\varepsilon_0 S)^2}{ab\left(\varepsilon_0 S\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)\right)} =$

$= \frac{\varepsilon_0 S}{a + b} = \frac{\varepsilon_0 S}{d_0 - d} = \frac{\varepsilon_0 S}{d_0\left(1 - \frac{d}{d_0}\right)} = \frac{C_0}{\left(1 - \frac{d}{d_0}\right)}.$

№2 пример 5.3.

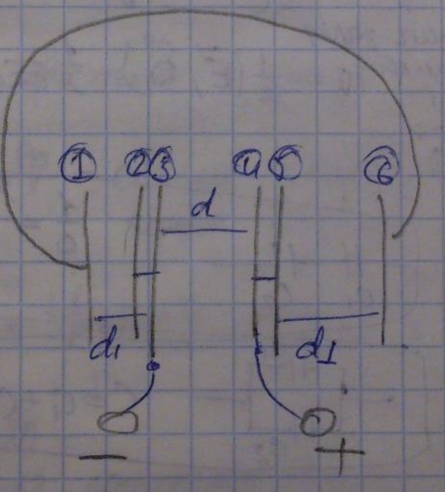


$d = 0{,}5$ мм

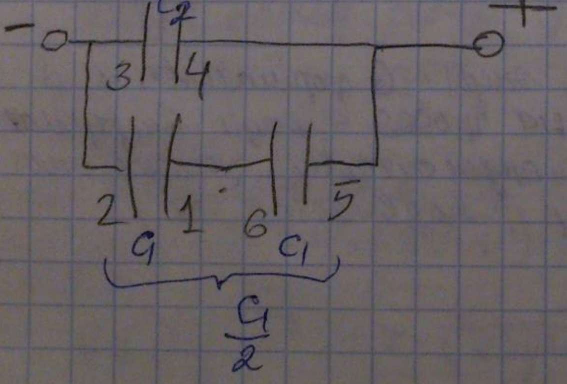
$d_1 = 0{,}25$ мм;

Найти изменение ёмкость конд.

Экв. схема:



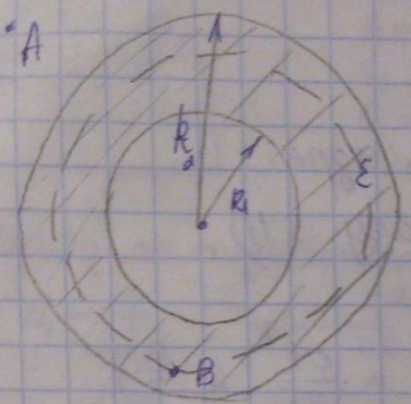
тоже эквивалентная схема.



Итог ёмкость

$C_2 + \frac{C_1}{2}$

№5.1



$$\cancel{C = 4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$\varphi = \int_{R_1}^{\infty} E\,dr$$

$$E(A) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

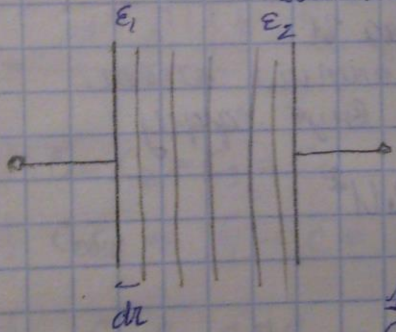
$$E(B) = \cancel{\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{Q}{R_1^2}}$$ {по теореме Гаусса}

$$\oint_{S_3} \vec{D}\,d\vec{S} = D\,4\pi R^3 = Q \Rightarrow E(B) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$$

$$\varphi = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}dr + \int_{R_2}^{\infty}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)+\frac{1}{R_2}\right)$$

$$C = \frac{Q}{\varphi} = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon\frac{R_1R_2}{R_2+(\varepsilon-1)R_1}$$

№5.4



Проницаемость линейно возрастает от одной обкладки к другой.

{разделяем пр-во на много мелких, рассматриваем.

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_1 + \frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{d}x$$

$$\frac{1}{C} = \sum\frac{1}{C_i} = \sum\frac{\Delta x}{\varepsilon\varepsilon_0 S}$$

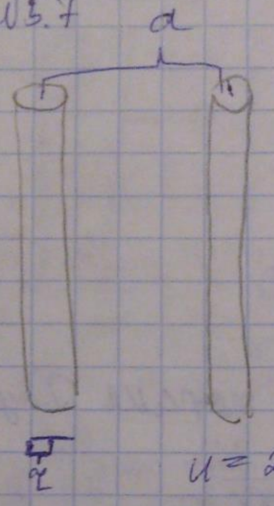
$$C_i = \frac{\varepsilon_i\varepsilon_0 S}{\Delta x}$$

Т.е. $$\frac{1}{C} = \int_0^d \frac{dx}{\varepsilon_0 S\left(\varepsilon_1+\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{d}x\right)} = \ln\left(\varepsilon_1+\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{d}x\right)\frac{d}{\varepsilon_2-\varepsilon_1} =$$

$$= \ln\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\cdot\frac{d}{(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\varepsilon_0 S}$$

$$C = \frac{(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\varepsilon_0 S}{d\cdot\ln\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$$

№5.7



$C = \frac{Q}{U}$

Поле бесконечного цилиндра:

$\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r^2}\vec{r}$ (см задачу 3.11)

$\varphi = \int_r^a \vec{E}\,d\vec{r} = \int_r^a \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r} = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}\left(\ln\frac{a}{r}\right)$

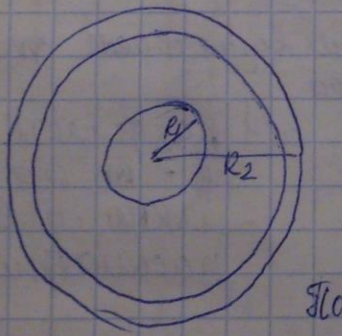
$U = 2\varphi$

$C = \frac{Q}{U} = \frac{\rho R^2 \pi l}{2\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}\ln\left(\frac{a}{r}\right)} = \frac{\varepsilon_0 \pi l}{\ln\left(\frac{a}{r}\right)}$

$Q = \rho R^2 \cdot \pi \cdot l$

Д/з. §5, №2, 11, 12, 18, 21

№5.2.



Конденсатор заряжен на U
Насколько изменится энергия элект. поля, если заземлить внут. сферу

Ответ: $\Delta W = -2\pi\varepsilon_0 R_1 U^2$

Решение.

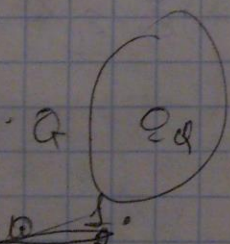
После заземления $\varphi_{внутр} = 0$

внутр заземл $\Rightarrow \varphi_{внутр} = 0$, а был: $\cancel{\frac{kQ}{R_1}} = \frac{kQ}{(R_2)} \cdot \int_0^{R_1} \frac{Q_{нов}}{R} dr$

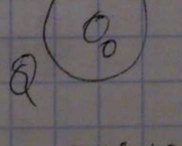
$W_1 = \frac{CU_1^2}{2}$ $\cancel{W_2 = \frac{CU_2^2}{2}}$ $W_2 =$

ЕС/К: $C = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1}$

было



стало



$C_{сф} = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R$

~~было~~ $\frac{1}{2}$

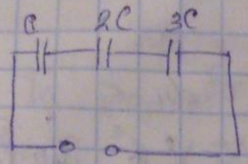
стало: $\frac{1}{2}\sum Q\varphi$

$\varphi =$

$\Delta W = \frac{CU^2}{2} - \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{4\pi\varepsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1}\frac{U^2}{2} - \frac{1}{2}$

$\frac{QU}{2} - \frac{1}{2}\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon R} = \frac{Q}{2}\left(U - \frac{1}{8}\frac{Q}{\pi\varepsilon R}\right)$

№5.11



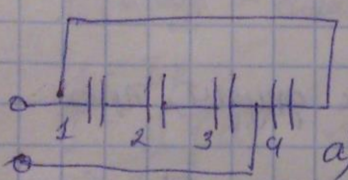
$C_1 = C$
$C_2 = 2C$
$C_3 = 3C$

Какой конд обладает наибольшей электр. энергией?

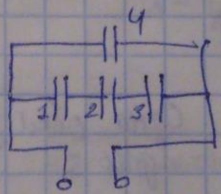
Заряд на конденсаторах одинаковый (пластины кор. замкнуты) $\Rightarrow$

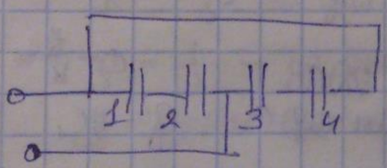
$\Rightarrow W_1 = \frac{Q^2}{2C}$; $W_2 = \frac{Q^2}{4C}$; $W_3 = \frac{Q^2}{6C} \Rightarrow W_1 > W_2 > W_3$

№5.12.

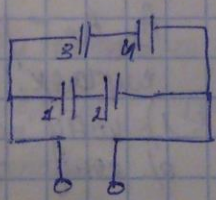


а)





б)



1) $C_1 = C_2 = C_3 = C_4$

а) $C_{общ} = \frac{C}{3} + C = \frac{4C}{3}$ $>$ б) $C_{общ} = \frac{C}{2} + \frac{C}{2} = C$

2) C_1, C_2, C_3, C_4 — различны

$$C_а = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)^{-1} + C_4$$

$$C_б = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2} + \frac{C_3C_4}{C_3+C_4}$$

равны

$$\frac{C_1C_2C_3 + C_1C_2C_4 + C_1C_3C_4 + C_2C_3C_4}{C_1C_2 + C_2C_3 + C_1C_3} = \frac{C_1C_2C_3 + C_1C_2C_4 + C_1C_3C_4 + C_2C_3C_4}{C_1C_3 + C_1C_4 + C_2C_3 + C_2C_4}$$

Т.е. $C_1C_2 = C_1C_4 + C_3C_4 \Rightarrow C_1C_2 = C_4(C_1+C_3) \Rightarrow$

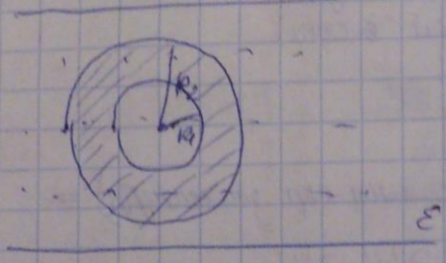
$$\Rightarrow C_4 = \frac{C_1C_2}{C_1+C_3}$$

$\varphi = I R = I \rho \frac{\Delta r}{4\pi r^2} =$

$\ldots \cdot KA^{-1}$

№5.18.

Найти: W слоя



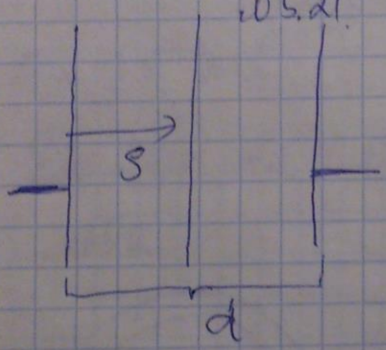
$$W = \int w_0\, dV = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} 4\pi r^2 dr =$$

$$= \int_{R_1}^{R_2} \varepsilon\varepsilon_0 E^2 \cdot 4\pi r dr = \int_{R_1}^{R_2} \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \frac{q^2}{\varepsilon^2 r^4} \cdot 4\pi r^2 dr \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}$$

$$= 2 \cdot \frac{r\varepsilon_0 k^2 q^2 \pi}{\varepsilon} \cdot \frac{r^{-1}}{-1}\Bigg|_{R_1}^{R_2} = \frac{\ldots}{\ldots} =$$

$$= \frac{q^2}{8\varepsilon_0\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

№5.21.



Одна обкл приближ к другой, прох путь S.

A_1, A_2 – работы сил притяж в случаях:

1). конд присоед к ЭДС $\quad C = \frac{q}{U} \Rightarrow$

2). конд отключ от ЭДС. $\quad q = UC$,

Нач. заряд одинаков. $\Rightarrow$

1) $W_1 = \frac{C_1 U^2}{2} \quad W_2 = \frac{C_2 U^2}{2} \Rightarrow C_1 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 \sigma}{d}; \quad C_2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 \sigma}{d-S} \quad U = const = \mathcal{E}$

2). $W_1 = \frac{q^2}{2C_1}; \quad W_2 = \frac{q^2}{2C_2}; \quad C_1 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 \sigma}{d}; \quad C_2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0\sigma}{d-S} \quad q = const$

$$\Delta W_1 = \frac{U^2}{2}(C_2 - C_1) = \frac{U^2\varepsilon\varepsilon_0\sigma}{2}\left(-\frac{1}{d} + \frac{1}{d-S}\right) = \frac{U^2\varepsilon\varepsilon_0\sigma}{2}\frac{S}{d(d-S)}$$

$$\Delta W_2 = \frac{q^2}{2}\left(\frac{d}{\varepsilon\varepsilon_0\sigma} - \frac{d-S}{\varepsilon\varepsilon_0\sigma}\right) = \frac{q^2 \cdot S}{2\varepsilon\varepsilon_0\sigma}$$

$$\frac{\Delta W_1}{\Delta W_2} = \frac{U^2 \varepsilon\varepsilon_0\sigma \frac{S}{d(d-S)}}{U^2\left(\frac{\varepsilon\varepsilon_0\sigma}{d}\right)^2 \cdot \frac{S}{2\varepsilon\varepsilon_0\sigma}} = \frac{S}{d-S} \cdot \frac{d}{S} = \frac{d}{d-S}$$

|Семинар 6| 19.03.2012

Квазистационарные токи

Без процессов включения – выключения.

$\vec{j} = n e \vec{v}$ — плотность тока $\left[\frac{A}{м^2}\right]$

n – плотн. заряда; e – величина заряда элемент.; $\vec{v}$ – скорость движ-я

$[\rho] = ом \cdot м$;

$\vec{j} = \lambda \vec{E}$; — закон Ома.

λ — удельная проводимость

$|I| = \frac{dq}{dt}$ — сила тока;

Ампер $= \frac{кул}{сек}$;

$U = IR$

$I = \int \vec{j}\, d\vec{S}$ — скалярная величина. кул $=$ А$\cdot$с

$R = \frac{\rho l}{S}$ — для проводника пост. сечения длины l и сеч. S.

$\rho = \frac{1}{\lambda}$ — удельное сопротивление; $[\rho] = Ом \cdot м$

ρ — характеристика материала.

$U = IR$ — з. Ома для участка цепи. например, при коротком замыкании локальный нагрев

Закон Джоуля – Ленца: $P = I^2 R = \frac{U^2}{R} = UI$

к-во тепла, выделяемое в единицу времени = мощность тепловых потерь.

Если сечение проводника переменное, нужно интегрировать

Пример 6.1.

ρ — проводимость слоя

r_1, r_2 — радиусы сфер

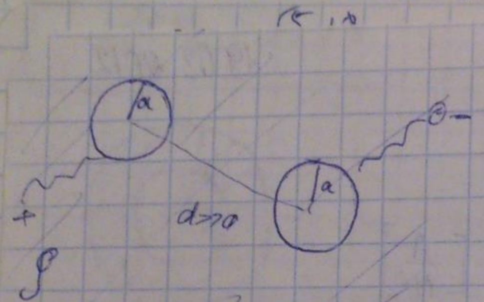
$$R = \rho \int_{r_1}^{r_2} dr / 4\pi r^2 = \rho \cdot \left(-\frac{1}{4\pi r}\right)\Big|_{r_1}^{r_2} = \quad \rho = \frac{1}{\lambda}$$

$$= \frac{1}{4\pi\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{1}{4\pi\lambda}\left(\frac{\Delta r}{r_1 \cdot r_2}\right)$$

Что будет, если слой бесконечный? $r_2 \to \infty$. $R \to \frac{1}{4\pi\lambda r_1}$ — сопр. шара, помещ. в беск. среде

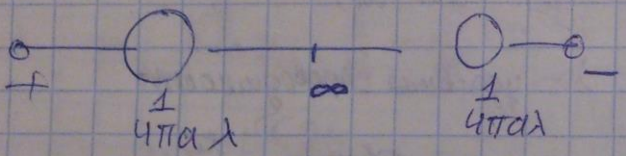
Найти сопротивление системы.

$d >> r \Rightarrow$ считаем что поле этих шаров близко к полю обычных уед. шаров.



Считаем, что сферы замкнуты через точку на бесконечности

эквив схема:



$R_{полн} = \frac{1}{2\pi\lambda a}$

№2.

Ампер/метр/сек

$$RC = \rho\varepsilon\varepsilon_0 = Ом \cdot м \cdot Кл^2/(Н \cdot м^2) = \frac{Ом \cdot м \cdot (Амп \cdot метр)^2}{кг \cdot \frac{м}{с^2} \cdot м^2} =$$

$$= \frac{О \cdot м \cdot A^2 \cdot м^2 \cdot с^2}{кг \cdot м \cdot м^2} = \text{секунда.}$$

Если взять 2 куска металла, одинак зарядить, засунуть в акв с соленой водой, то ток получится экспоненциальн, причем постоянная времени будет RC.

№3 (6.12)

ток утекает в землю, в земле он будет течь через цилиндр

провод не изолирован

между этими полуцилиндрами разность потенциалов

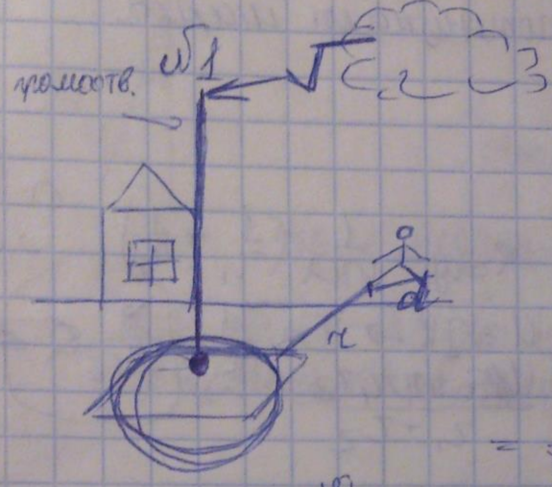
Нужно найти и шаговое напряжение

(интеграл по цилиндрическому слою)

$dR = \rho \frac{dr}{\pi r l}$; $R = \frac{\rho}{\pi l} \ln r \Big|_{r_0}^{r_0+l} = \frac{\rho}{\pi l} \ln\left(\frac{r_0+l}{r_0}\right)$

$U = IR = \frac{I\rho}{\pi l} \ln\left(\frac{r_0+l}{r_0}\right)$

№1



$I = 10^5 A$

$r = 10$ м
$d = 0{,}5$ м
$\rho = 50 \frac{Ом}{м}$

$\frac{1}{4\pi R\lambda} = \frac{1}{4\pi R\rho} = \frac{1}{4\pi R\rho}$

$dR = \frac{1}{4\pi r\lambda} - \frac{1}{4\pi(r+l)\lambda} = \frac{\rho}{4\pi}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+l}\right) =$

$= \frac{\rho}{4\pi}\left(\frac{l}{r(l+r)}\right)$

$\Rightarrow$ в молнию бить

$U = IR = I \cdot \frac{\rho}{4\pi}\left(\frac{l}{r(l+r)}\right) = \frac{10^5 \cdot 50}{4 \cdot 3{,}14} \cdot \frac{0{,}5}{10 \cdot 10{,}5} =$

$= \frac{10^5 \cdot 50 \cdot 0{,}5}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10 \cdot 10{,}5} = \cancel{10^6 \cdot 5}\ \frac{10^5 \cdot 5}{8 \cdot 3{,}14 \cdot 10{,}5} = 0{,}0189566 \cdot 10^5 =$

$= 1895$ В

№2

$S = 5$ см^2
$l = 2$ мм
$\rho = 50 \frac{Ом}{м}$
$U = 220$ В

$(0{,}01)^2$

$P = \frac{U^2}{R} = \frac{U^2 \lambda C}{\varepsilon\varepsilon_0} =$

$= \frac{U^2 \lambda \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{U^2 \lambda S}{d} =$

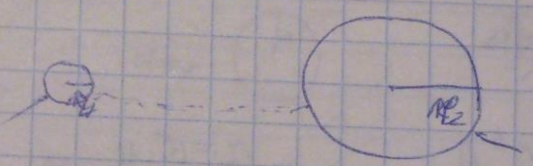
$= \frac{U^2 S}{\rho d} = \frac{220^2 \cdot (0{,}05)^2}{50 \cdot 0{,}02} =$

≈ 250 Вт

Д/З: § 6, № 1, 2, 10, 11, 23

№6.1

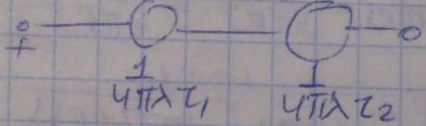
Между шарами с пом внеш источника созд разн пот U



Найти: потенциалы шаров

$R_1 = \frac{1}{4\pi\lambda r_1}$; $R_2 = \frac{1}{4\pi\lambda r_2}$

Экв схема:



$R_{общ} = \frac{1}{4\pi\lambda}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$

$U = IR \Rightarrow I = \frac{U}{R} = \boxed{\frac{\lambda}{\varepsilon_0} Q} \Rightarrow$

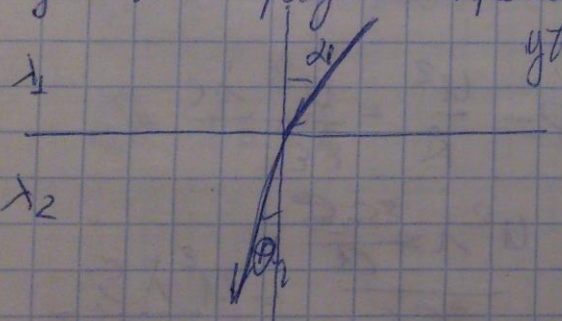
$\Rightarrow Q = \frac{U\varepsilon_0}{R\lambda} = \frac{U\varepsilon_0 \cdot 4\pi\lambda \cdot r_1 r_2}{(r_1+r_2)\lambda} = \frac{U\varepsilon_0 4\pi r_1 r_2}{r_1 + r_2}$

$\varphi_i = \frac{\pm kQ}{r_i} = \frac{\pm 1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{U\varepsilon_0 4\pi r_1 r_2}{r_i (r_1 + r_2)} \Rightarrow$

$\varphi_1 = \frac{U r_2}{r_1 + r_2}$, $\varphi_2 = \frac{-U r_1}{r_1 + r_2}$,

№6.2

Найти закон преломления линий тока на плоской границе 2х сред с проводимостями λ_1 и λ_2



Ответ: $\frac{tg\alpha_1}{tg\alpha_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$

$\vec{j_1} = \lambda_1 \vec{E_1}$

$\vec{j_2} = \lambda_2 \vec{E_2}$

$\frac{\partial\rho}{\partial t} + div\vec{j} = 0$; $div\vec{j} = 0$ т.к ток статич

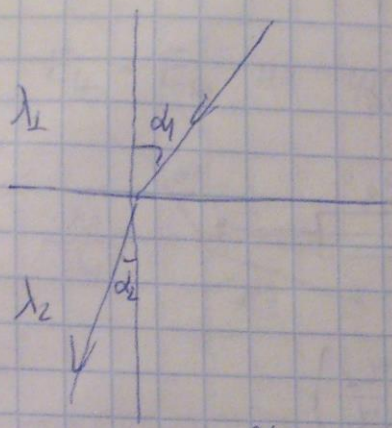
$\Rightarrow \frac{\partial \vec{j}}{\partial x} + \frac{\partial \vec{j}}{\partial y} = 0$ $\lambda_1 \sin\alpha_1 + \lambda_2 \cos\alpha_2 = 0$)

$\lambda_1 \sin\alpha_2 + \lambda_2 \cos$

$\begin{cases} \lambda_1 \sin\alpha_1 - \lambda_1 \cos\alpha_1 = 0 \\ \lambda_2 \sin\alpha_2 - \lambda_2 \cos\alpha_2 = 0 \end{cases}$

$\lambda_1 - tg\alpha_1 = 0 \Rightarrow$

$\lambda_2 - tg\alpha_2 = 0$



$\vec{j_1} = \lambda_1 \vec{E_1}$,
$\vec{j_2} = \lambda_2 \vec{E_2}$,

$j = \sigma n \vec{v}$, $\quad e_1 n_1 = e_2 n_2$

$j_1^x = \lambda_1 E_1 \sin\alpha_1$
$j_1^y = -\lambda_1 E_1 \cos\alpha_1$ $\Rightarrow$ $\vec{j_1} = \lambda_1 E_1 \sin\alpha_1 \cdot \vec{i} - \lambda_1 E_1 \cos\alpha_1 \vec{j}$

Аналогично $\vec{j_2} = \lambda_2 E_2 \sin\alpha_2 \vec{i} - \lambda_2 E_2 \cos\alpha_2 \vec{j}$

Ур-е непрер в случ стац токов $\Rightarrow$ $\operatorname{div} j_1 = 0$
$\operatorname{div} j_2 = 0$

$$\begin{cases} \lambda_1 E_1 \sin\alpha_1 - \lambda_1 E_1 \cos\alpha_1 = 0 \\ \lambda_2 E_2 \sin\alpha_2 - \lambda_2 E_2 \cos\alpha_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$j_1^y = -j_1^x \dfrac{1}{tg\,\alpha_1}$;
$j_2^y = -j_2^x \dfrac{1}{tg\,\alpha_2}$;

№6.10
Найти тепломощности, выделяемые в каждом сферическом слое

Для $\quad R = \dfrac{1}{4\pi\lambda}\left(\dfrac{\Delta r}{r_1 \cdot r_2}\right)$

$$R_{общ} = \rho_1 \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{4\pi r^2} + \rho_2 \int_{r_2}^{r_3} \frac{dr}{4\pi r^2} = \frac{1}{4\pi\lambda_1}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{1}{4\pi\lambda_2}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}\right) = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{1}{r_1\lambda_1} - \frac{1}{r_2\lambda_1} + \frac{1}{r_2\lambda_2} - \frac{1}{r_3\lambda_2}\right)$$

$$\cancel{P = \frac{U^2}{R} = \frac{U^2 \cdot 4\pi}{\frac{1}{r_1\lambda_1} - \frac{1}{r_2\lambda_2} + \frac{1}{r_2\lambda_2} - \frac{1}{r_3\lambda_2}}}$$

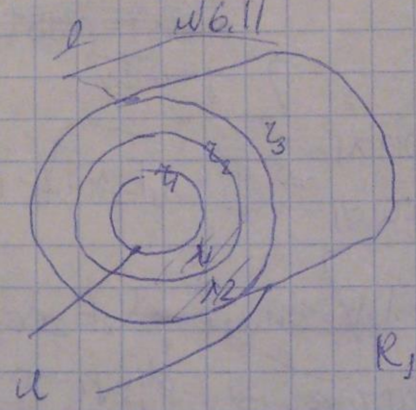
$I = \dfrac{U}{R_{общ}} = \dfrac{U}{R_1 + R_2}$

Экв. схема: $\bullet$—[R_1]—[R_2]—$\bullet$

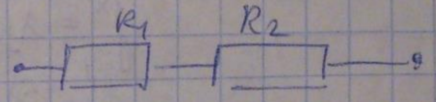
$R_1 = \dfrac{1}{4\pi\lambda_1}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)$; $\quad R_2 = \dfrac{1}{4\pi\lambda_2}\left(\dfrac{1}{r_2} - \dfrac{1}{r_3}\right)$

$N_1 = I^2 R_1 = \dfrac{U^2 R_1}{(R_1 + R_2)^2}$ $\quad N_2 = \dfrac{U^2 R_2}{(R_1 + R_2)^2}$

№6.11



Экв схема



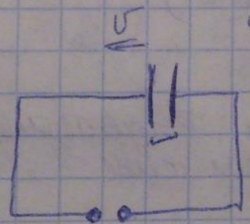
Найти: N_1, N_2

$$R_1 = \frac{1}{\lambda_1 \pi (\cancel{r_2}\, l)} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

$$R_2 = \frac{1}{\lambda_2 \pi (\cancel{r_3}\, l)} \ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)$$

$$N_1 = \frac{U^2 R_1}{(R_1 + R_2)^2}, \quad N_2 = \frac{U^2 R_2}{(R_1+R_2)^2}$$

№6.23



Пластинн раздв с $v = const$. ЭДС $= \varepsilon$

$d(t_0) = d_0$;

Площадь S;

Найти: зависимость $I(t)$.

$d(t) = d_0 + vt$;

$U = \varepsilon$

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} = \frac{\varepsilon_0 S}{d(t)}$$

$$\cancel{E = \frac{CU^2}{2} = const = \frac{C(t_0)\varepsilon^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 S}{d_0} \frac{\varepsilon^2}{2}}$$

$$\cancel{\frac{\varepsilon_0 S}{d(t)} U^2 = \frac{\varepsilon_0 S}{d_0} \cdot \frac{\varepsilon^2}{2}} \qquad \cancel{I = \frac{U}{R}}$$

$$W_2 - W_1 = A = U I(t)$$

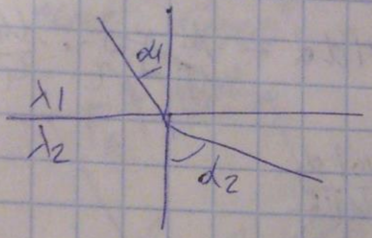
энергия конденсатора

$$\Rightarrow W(t) - W(t_0) = U I(t_0)$$

$$Q = U \cdot C = \varepsilon \cdot C = \varepsilon \cdot \frac{\varepsilon_0 S}{d_0 + vt}; \quad I(t) = \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S \cdot v}{(d_0 + vt)^2}$$

6.2

$E_{1t} = E_{2t}$ на границе , $E_1 \sin\alpha_1 = E_2 \sin\alpha_2$,



стац ток $\Rightarrow$ $j = const$

$$\lambda_1 E_1 \cos\alpha_1 = \lambda_2 E_2 \cos\alpha_2$$

$$\frac{tg\,\alpha_1}{tg\,\alpha_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Семинар 7 Магнитное поле квазистацион. токов

$\vec H$ – напряж маг поля;

$\vec B$ – индукция маг поля; только при движении или изм зарядов

$div \vec B = 0$; – 2е уравнение Максвела

$\oint \vec B\, d\vec S = 0$;

$\vec B = \frac{\mu_0}{4\pi}\int I\frac{[d\vec l, \vec r]}{r^3}$ – закон Био-Сав-Лапл.

$\boxed{\vec B = rot\, \vec A}$

$\vec F_{Лоренца} = q[\vec v, \vec B]$ – сила, действ на движ заряд

Направление – по пр буравчика, или лев руки

$\vec V = \frac{d\vec r}{dt}$

$dA = (\vec F, d\vec r)$,

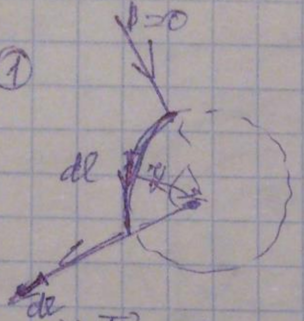
$d\vec F_A = I[d\vec l, \vec B]$ – сила Ампера, действ на проводник в поле

Вектор-потенциал $\vec A = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\, d\vec l}{r}$

Работа силы Лоренца = 0 $\Rightarrow$ величина скорости не меняется $\Rightarrow$ скорость меняет только направление $\Rightarrow$ это движение по окружности с пост скоростью, если нет компоненты вдоль поля.

Если есть компонента вдоль поля, то она не будет меняться.

№1. Найти: $\vec{B}$.

① 

⊙

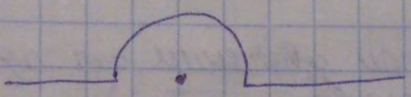
$\vec{r} \parallel d\vec{l} \Rightarrow \vec{B}=0$

Поле на нас.

$$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} I \cdot \int \frac{dl}{r^2}\cdot r\,d\alpha = \frac{\mu}{4\pi}\frac{1}{r}\cdot\frac{\mu_0 \alpha}{4\pi r}$$

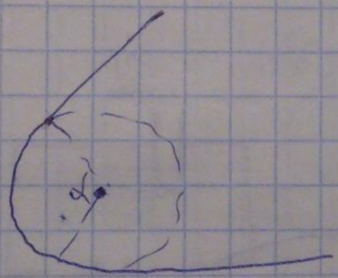
$$\frac{\mu_0 I \alpha}{4\pi R}$$

пальцы по току

② 

Поле на нас.

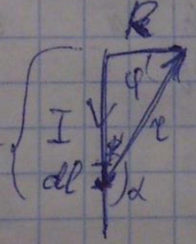
$$B = \frac{\mu_0 \alpha I}{4\pi r} = \frac{\mu_0 I}{4 r} \quad (\alpha = \pi).$$

③ 

$$(3): \quad \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\left(\frac{1}{2}+\frac{\alpha}{2}\right)$$

④ 

⊙



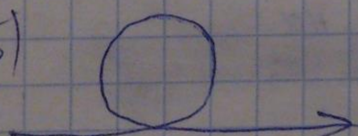
$\varphi \in [0; \frac{\pi}{2})$ $\quad r = \frac{R}{\cos\varphi}$,

$l = R\,\mathrm{tg}\,\varphi \Rightarrow dl = \frac{R}{\cos^2\varphi}\,d\varphi$.

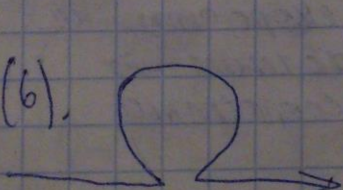
$\alpha = \varphi + \frac{\pi}{2}$.

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} I \frac{R}{\cos^2\varphi}\frac{d\varphi\cdot}{r^2} =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \quad \frac{\mu_0 I}{4\pi R}.$$

(5) 

$$B(5): \frac{\mu_0 I}{2R} + \frac{\mu_0 I}{2\pi R}.$$

(6). 

$$B(6) = -\frac{\mu_0 I}{2R} + \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

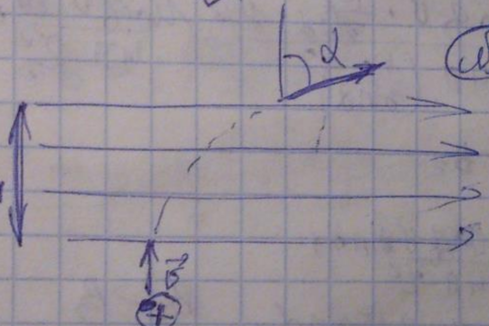
№2

Взяли проволоку, загнули под прям углом, полож на стол, пропустили ток
что будет с проволокой.

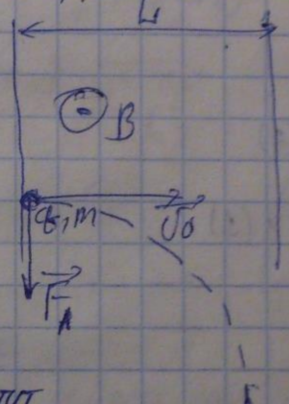
$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

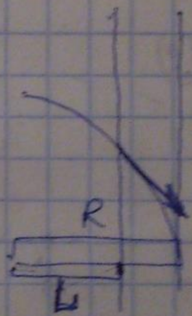
$$I = I[dl, B]$$

⇒ проволока будет разгибаться.



№3. (7.В).





1й случай: $R < L \Rightarrow$ частица вылетит с той же стороны под углом π.

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{F_л}{m} = \frac{qvB}{m} = \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v^2 m}{qvB} = \frac{vm}{qB}$$

$\Rightarrow$ при $\frac{vm}{qB} < L \quad \alpha = \pi$

2й случай: $R > L$.

$$R = \frac{vm}{qB}$$

$$\cos\alpha = \frac{L}{R} = \alpha = \arccos\frac{L}{R} = $$

$$= \arccos\frac{LqB}{vm} \qquad \varphi = \frac{\pi}{2} - \arccos\frac{LqB}{vm}$$

№4

$$\frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}$$

$$\frac{[I d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}, \quad I = \frac{dq}{dt}$$

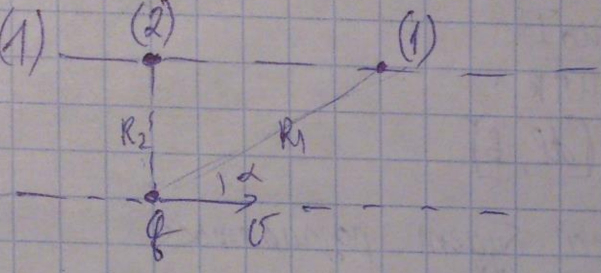
Пусть движется 1 заряд:

$$\frac{dq\, d\vec{l}}{dt} = dq\, \vec{v} \Rightarrow$$

...движ заряда (одиночного) $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v}\,\vec{r}]}{r^3}$

$\vec{r}$ — рад вект из точки с зарядом в т. наблю.

(1)



$B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q v}{r^2}$

$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q v \sin\alpha \, r_2}{R_1^3}$ $\quad R_1 = \frac{R_2}{\sin\alpha}$

~~$B_1 < B_2$~~

$B_1 = \frac{\mu_0 q v \cdot \frac{R_2}{\sin\alpha} \cdot \sin\alpha}{4\pi \left(\frac{R_2}{\sin\alpha}\right)^3} = \frac{\mu_0 q v \, \sin\alpha}{4\pi R_2^2}$

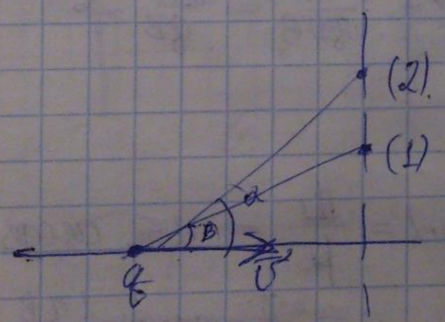
$B_1 < B_2$

(2)

$B_2 = \frac{\mu_0 q v \sin\alpha_1}{4\pi r^2}$

$B_1 = \frac{\mu_0 q v \sin\alpha_2}{4\pi r^2}$ $\quad B_2 > B_1$

(3)



$B_2 = \frac{\mu_0 q v \sin\alpha}{4\pi R_2^2}$;

$B_1 = \frac{\mu_0 q v \sin\beta}{4\pi R_1^2}$

$\frac{\sin\alpha}{R_2^2}, \frac{R_1^2}{\sin\beta}$

$R_1 = \frac{a \cdot \sin\beta}{\cos\beta}$; $R_2 = \frac{a \sin\alpha}{\cos\alpha}$

$R_1 = \frac{a}{\cos\beta}$, $R_2 = \frac{a}{\cos\alpha}$

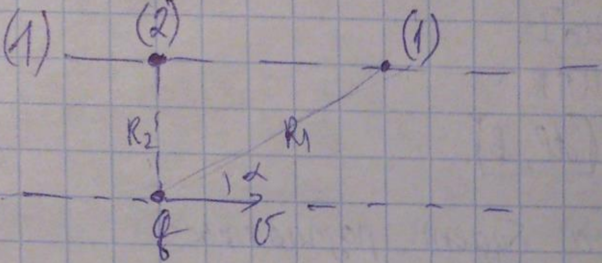
сравнить B_2 и B_1 по модулю. Не определено

Отнош: $\frac{\sin\alpha \cos^2\alpha}{\sin\beta \cos^2\beta} = \frac{\sin\alpha - \sin^3\alpha}{\cos\alpha - \cos^3\alpha}$

... движ заряда (одиночного). $B = \frac{\mu_0 q}{4\pi} \frac{[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}$

$\vec{r}$ — рад вект из точки с зарядом в т. наблю.

(1)



$B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q v}{r^2}$

$R_1 = \frac{R_2}{\sin\alpha}$

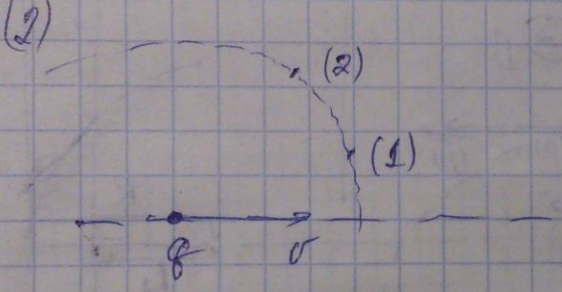
$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q v \sin\alpha \, r_2}{R_2^3}$

~~$B_1 < B_2$~~

$B_1 = \frac{\mu_0 q v \cdot \frac{R_2}{\sin\alpha} \cdot \sin\alpha}{4\pi \left(\frac{R_2}{\sin\alpha}\right)^3} = \frac{\mu_0 q v \, \cancel{R_2} \sin^3\alpha}{4\pi R_2^2}$

$B_1 < B_2$

(2)

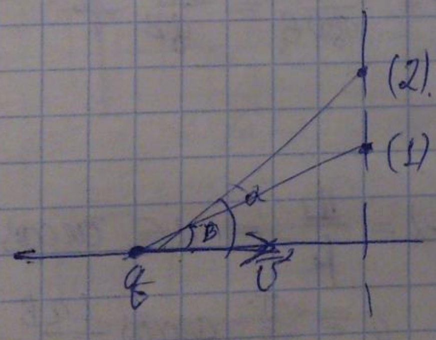


$B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q v \sin\alpha_1}{r^2}$

$B_1 = \frac{\mu_0 q v \sin\alpha_2}{4\pi r^2}$

$B_2 > B_1$

(3)



$B_2 = \frac{\mu_0 q v \sin\alpha}{4\pi R_2^2}$;

$B_1 = \frac{\mu_0 q v \sin\beta}{4\pi R_1^2}$

$\frac{\sin\alpha}{R_2^2}, \frac{R_1^2}{\sin\beta}$

$R_1 = \frac{a \cdot \sin\beta}{\cos\beta}$, $R_2 = \frac{a \sin\alpha}{\cos\alpha}$

$R_1 = \frac{a}{\cos\beta}$, $R_2 = \frac{a}{\cos\alpha}$

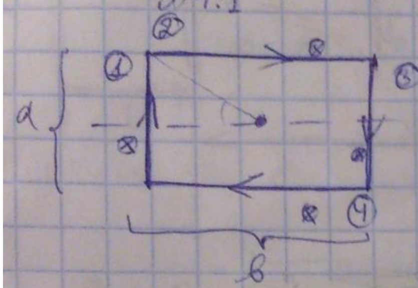
сравнить B_2 и B_1 по модулю.   Не определено

Отнош: $\frac{\sin\alpha \cos^2\alpha}{\sin\beta \cos^2\beta} = \frac{\sin\alpha - \sin^3\alpha}{\cos\alpha - \cos^3\alpha}$

если $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$, то поле максимально

Д/З. §7, N 1, 7, 8, 11, 18

Б7.1



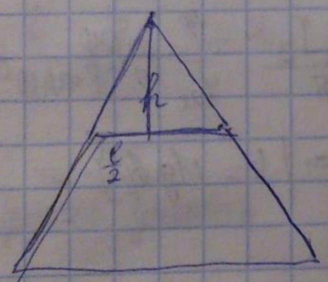
$$B_1 = \left(\frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \int\limits_{\arccos\frac{b/2}{\sqrt{\frac{a^2}{2}+\frac{b^2}{2}}}}^{\pi-\arccos\frac{b/2}{\sqrt{\frac{a^2}{2}+\frac{b^2}{2}}}} \sin\alpha\, d\alpha\right) 2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot 2\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \cdot \frac{1}{2a}$$

$$B_2 = 2\frac{\mu_0 I}{4\pi} \int\limits_{\arccos\frac{a/2}{\sqrt{\frac{a^2}{2}+\frac{b^2}{2}}}}^{\pi-\arccos\frac{a/2}{\sqrt{\frac{a^2}{2}+\frac{b^2}{2}}}} \sin\alpha\, d\alpha = \frac{\mu_0 I}{8\pi} \cdot 2\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \cdot \frac{1}{2b}$$

$$B = 2\frac{\mu_0 I}{\pi}\left(\frac{b/a}{\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{a/b}{\sqrt{a^2+b^2}}\right) = \frac{\sqrt{a^2+b^2}(a+b)}{a^2+b^2} \quad \frac{2\mu_0 I}{\pi}\sqrt{\frac{a^2+b^2+2ab}{a^2+b^2}}$$

$$= 2\frac{\mu_0 I}{\pi} \cdot \frac{b^2+a^2}{ab\sqrt{a^2+b^2}} = 2\frac{\mu_0 I}{\pi}\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{ab}$$

Б7.7



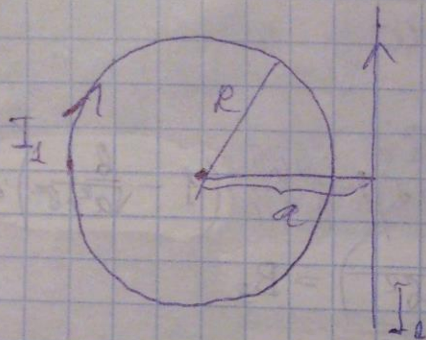
Рассмотрим полосу как совокупность беск. тонких проводов

$$B = \int\limits_{-\frac{l_0}{2}}^{\frac{l_0}{2}} \frac{\mu_0 \cdot 4\pi I}{4\pi} \cdot \frac{dl}{\sqrt{h^2+\frac{l^2}{4}}} = \left\{ t = \frac{l}{2} \right\} =$$

$$= \int\limits_{-t_0}^{t_0} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{dt}{\sqrt{h^2+t^2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \operatorname{arctg}\frac{t}{h}\Big|_{t}^{t} = \frac{\mu_0 I}{\pi} \operatorname{arctg}\frac{b}{2h}$$

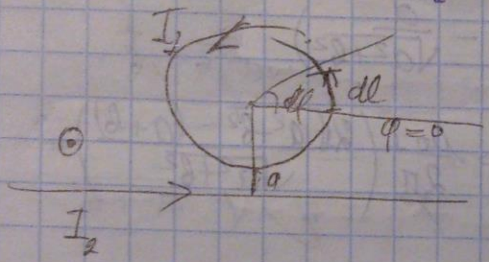
Б7.8 внутри; $\frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}$ (ρ - расст. до проводника)

вне сферы $B = 0$.



№57.11

Найти силу, действ на кольцо



$F - ?$

$dl = R\,d\varphi$

$\vec{dl} = (dx, dy, 0)$

$$\frac{dx}{dl} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \Rightarrow dx = dl \sin\varphi, \quad dy = dl\cos\varphi$$

$$\Rightarrow \vec{dl} = R(\sin\varphi, \cos\varphi, 0)\,d\varphi$$

$$\vec{B_2} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi\rho}\vec{k}, \quad \frac{\rho - a}{R} = \sin\varphi, \quad \rho = a + R\sin\varphi$$

$$[\vec{dl}, \vec{B_2}] = R\,d\varphi \begin{vmatrix} i & j & k \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\mu_0 I_2}{2\pi\rho} \end{vmatrix} = \frac{\mu_0 I_2 R}{2\pi}\,d\varphi \,\frac{(\cos\varphi, -\sin\varphi)}{a + R\sin\varphi}$$

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\int_{2\pi} \frac{(\cos\varphi, -\sin\varphi, 0)}{a + R\sin\varphi}\,d\varphi = \frac{\mu_0 I_1 I_2 R}{2\pi}\int_{2\pi}\frac{\sin\varphi}{a + R\sin\varphi}\,d\varphi$$

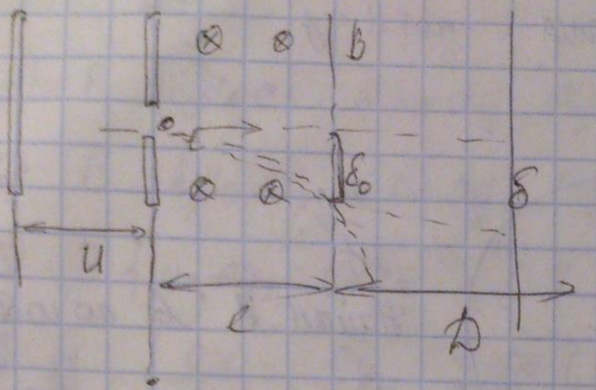
$$I = \int_{2\pi}\frac{\sin\varphi}{a + R\sin\varphi}\,d\varphi = \int_0^{\pi}\sin\varphi\,\frac{2R\sin\varphi}{a^2 - R^2\sin^2\varphi}\,d\varphi = \{t = \operatorname{ctg}\varphi\} =$$

$$= \frac{4}{R}\int_0^{+\infty}\left(\frac{1}{1+t^2} - \frac{1}{1 - \frac{R^2}{a^2} + t^2}\right)dt = \frac{2\pi}{R}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{R^2}{a^2}}}\right)$$

$$F = \boxed{\mu_0 I_1 I_2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{R^2}{a^2}}} - 1\right)\vec{k}}$$

№7.18

Найти: δ(B).



$$R = \frac{vm}{qB}$$

$$\delta_0 = R - \sqrt{R^2 - \ell^2}; \quad \delta = \frac{\delta_0 (D+\ell)}{\ell};$$

$$\delta = \frac{\left(R - \sqrt{R^2-\ell^2}\right)(D+\ell)}{\ell} = \frac{\frac{vm}{qB}\left(1-\sqrt{1-\frac{\ell^2 (qB)^2}{(vm)^2}}\right)(D+\ell)}{\ell}$$

$$v = at = \frac{F}{m} t = \frac{U}{\delta m} t$$

$\boxed{\text{Семинар 8}}$ 2.04.2012

Магнитное поле в веществе

$$\vec E \updownarrow \vec H \qquad \vec D \updownarrow \vec B \qquad \vec P \updownarrow \vec J$$

$$B = \mu_0 \vec H + \vec J;$$

$$\vec B = \mu \mu_0 \vec H$$

$$\vec J = \chi \mu_0 \vec H$$

Гранич условия: $H_{1\tau} = H_{2\tau}$

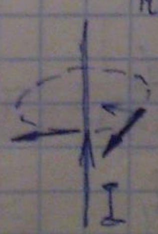
$B_{1n} = B_{2n}$

$$\oint_\Gamma \vec z\, d\vec l$$

3е уравнение максвела: (теор. о циркуляции) $\oint_\Gamma H\, d\vec l = I$

{ $\vec z$ – вект поле в 3х мерн пр-ве; рисуем в нем замк конт Γ }; направление обхода произвольное.

! I – сумма токов, ПРОНИЗЫВАЮЩИХ контур.
не текущих по контуру, контур – виртуальный.

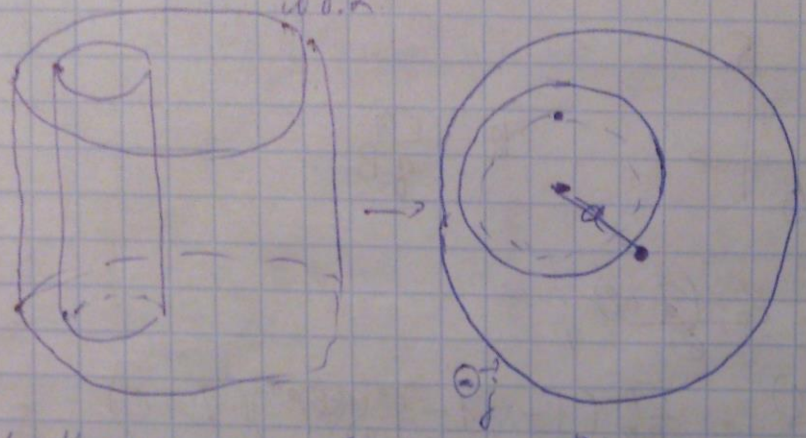


Поле кольцевой структуры

$$\oint \vec H\, d\vec l = I \Rightarrow H \cdot 2\pi r = I \rightarrow H = \frac{I}{2\pi r}$$

$\oint \vec{H} d\vec{l} = I = \int \vec{j} d\vec{S} \Longrightarrow$ дифф форма: $\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{j}$

№8.2



a, $\vec{j}$;

Найти: $\vec{H}$ в полости

Дополним систему заполнением полости

1. Контур с ц в О рад R:

$\oint_R \vec{H} d\vec{l} = H_1 \cdot 2\pi R = \cancel{g}\; j \cdot \pi R^2$ $H_1 = \dfrac{[\vec{j} \times \vec{R}]}{2}$

$\oint_r \vec{H} d\vec{l} = H_2 \cdot 2\pi a = j \cdot \pi a^2$ $H_2 = \dfrac{[\vec{j}\,\vec{a}]}{2} \Rightarrow \vec{H}_{пол} = \vec{H}_1 - \vec{H}_2 =$

$= \frac{1}{2} [\vec{j}, \vec{a}]$ — однородн магнитн поле

№8.5

μ_1

μ_2

В вакууме контур создает поле $H_0(\vec{r})$.

Центр виртуальн окруж — на границе раздела.

$\vec{H}_2 = C_2 \vec{H}_0(\vec{r})$ $H_{1\tau} = H_{2\tau}$

$\vec{H}_1 = C_1 H_0(\vec{r})$ $\boxed{B_{1n} = B_{2n}}$

Теорема о циркуляции $\rightarrow H_1 \pi r + H_2 \pi r = I \rightarrow C_1 H_0(\vec{r}) + C_2 H_0(\vec{r})$.

Если бы не было магнетиков, то $I = 2H_0(\vec{r})$

$C_1 \frac{I}{2} + C_2 \frac{I}{2} = I \rightarrow$

поле $\perp$ плоск по закону БСЛ $\Rightarrow C_1 + C_2 = 2$.

$\mu_1 \mu_0 H_1 = \mu_2 \mu_0 C_2 \rightarrow C_1 = \frac{\mu_2}{\mu_1} C_2$

$$\boxed{\frac{B_1}{B_2} = 1}$$

$\begin{cases} C_1 + C_2 = 2 \\ \frac{\mu_2}{\mu_1} C_2 = C_1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C_1 = 2 - C_2 \\ 2 - C_2 = \frac{\mu_2}{\mu_1} C_2 \end{cases}$ $C_2 = \dfrac{2}{\frac{\mu_2}{\mu_1} + \mu_1}$

№1

1) $B\{\mu_0 ax,\ 2\mu_0 ay,\ 3\mu_0 az\}$

2) $B\{\mu_0 ax,\ 2\mu_0 ay,\ -3\mu_0 az\}$

3) $B\{\mu_0 ay,\ \mu_0 az,\ 0\}$

?

1). бывает ли такое

2). Если да, чему равна j.

Если rot = 0 не факт что не бывает. чтобы определить бывает или нет ⇒ нужно найти

! $\boxed{\operatorname{div} B = 0}$

1). $H = \left\{\frac{ax}{\mu},\ \frac{ay}{\mu},\ \frac{3az}{\mu}\right\}$;

$$\vec{j} = \operatorname{rot}\vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{ax}{\mu} & \frac{ay}{\mu} & \frac{3az}{\mu} \end{vmatrix} = 0+0+0$$

3). $$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{ay}{\mu} & \frac{az}{\mu} & 0 \end{vmatrix} = 0+0+0-\frac{a}{\mu}\vec{k}-\frac{a}{\mu}\vec{i} \qquad \{-a,0,-a\}.$$

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ ay & az & 0 \end{vmatrix} = 0\,0+0-a-i\,a-k\,a = \{-a,0,-a\}.$$

№ 8.7. (пример)

$H = \frac{J}{\chi\mu_0} \Rightarrow B = \frac{J\mu}{\chi}$ — неправда, т.к. эти формулы для магнетика, помещаемого во внешнее поле, а здесь поле пост.

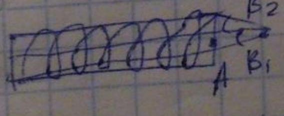
$\operatorname{rot}\vec{J} = \vec{j}_{\text{молек}}$; $J = \text{const} \Rightarrow$ молек токов в объеме нет.

⇒ здесь д.б поверхностные кольцевые токи.

J — число витков на единицу длина

$B = \frac{\mu_0 J n_0}{2}(\cos\beta_2 - \cos\beta_1)$ — на оси соленоида

$\cos\beta_2 = \frac{l}{\sqrt{l^2+r^2}} \to 1 \Rightarrow B_A = \frac{\mu_0 J}{2}$



$\cos\beta_1 =$

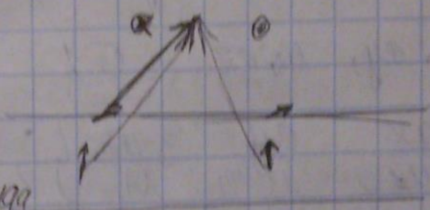
Для B_2 добавляем 2 полубеск соленоида ⇒

Поле снаружи бесконечного $\vec{B} = 0$

ДЗ (1) Доказать, что поле бесконечного соленоида снаружи равно 0.

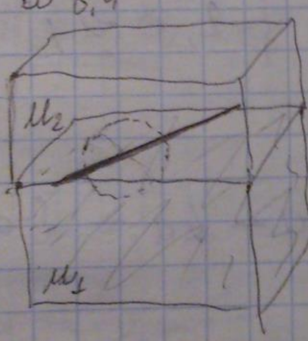
+ § 8 №4, 7, 9, 10

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I[\vec{dl}, \vec{r}]}{r^3}$$



В случае бесконечного соленоида $\forall$ точки наблюдения $\forall$ кольца найдется симметричное относительно этой точки кольцо с таким же током, созд такое же поле по модулю, но противоп направленное, кот гасит его

№ 8.4



В вакууме проводник создает поле H_0

$\vec{H_1} = C_1 \vec{H_0}(\vec{r})$ $\qquad B_{1n} = B_{2n}$

$\vec{H_2} = C_2 \vec{H_0}(\vec{r})$

Теорема о циркуляции $\Rightarrow$

$$I = H_1 \pi R + H_2 \pi R = C_1 H_0 \pi R + C_2 H_0 \pi R$$

Если бы не было магнетиков, то

$I = 2H_0(\vec{r})\pi R \Rightarrow C_1 + C_2 = 1$

Поле $\perp$ плоск по закону БСЛ $\qquad B = \mu\mu_0 H$

$\Rightarrow \mu_1 \mu_0 C_1 = \mu_2 \mu_0 C_2$

$\Rightarrow C_1 = \frac{\mu_2}{\mu_1} C_2$,

$C_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} C_2 = 1 \Rightarrow \frac{\mu_1 + \mu_2}{\mu_1} C_2 = 1 \Rightarrow C_2 = \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2}$

$C_1 = \frac{\mu_2}{(\mu_1 + \mu_2)}$

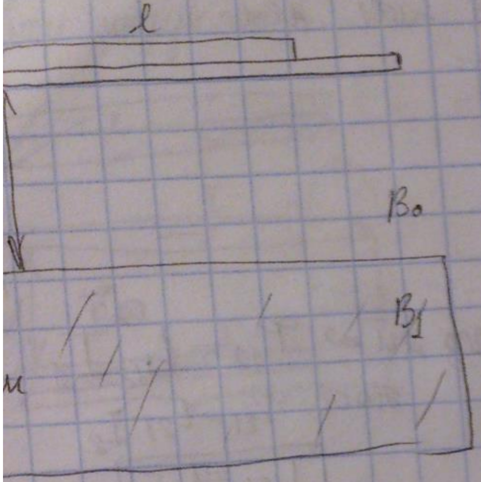
$$H_0(r) = \frac{\mu_0 I}{\mu_0 2\pi R} = \frac{I}{2\pi R}$$

$$B_1 = \mu_0 \cancel{\mu_1} \frac{I}{2\pi R} \cdot \frac{\mu_2}{(\mu_1 + \mu_2)} = \frac{I \mu_0 \mu_2 \mu_1}{2\pi R(\mu_1 + \mu_2)}$$

$$B_2 = \mu_0 \mu_2 \frac{I}{2\pi R} \cdot \frac{\mu_1}{(\mu_1 + \mu_2)} = \frac{I \mu_0 \mu_2 \mu_1}{2\pi R(\mu_1 + \mu_2)}$$

$v = \frac{Q}{C}$ $I = \int j\, dS$

№8.7 «метод изображений»



Найти силу, действ. на единицу длины провода.

Ответ: $F = \frac{1}{2h}\frac{(\mu-1)}{(\mu+1)} I^2$

$$F = I\int_l [d\vec{l}, \vec{B}] = I \cancel{\frac{l}{B}} B \int_l dl$$

$$H_1 = C_1 H_0$$

Контур – квадрат со стороной 4h с центром в проводнике

$$\oint_L \vec{H}\, d\vec{l} = I \Rightarrow I = H_0 \cdot 10h + C_1 H_0 \cdot 6h$$

$H_0(r) = \frac{I}{2\pi r} \Rightarrow$ т.к. $r \sim h$, $H_0(h) = \frac{I}{2\pi h}$

На границе: $\mu_0 H_0 = C_1 \mu \mu_0 H_0 \Rightarrow H_1 = \frac{H_0}{\mu}$.

$$I = H_0 \cdot 10h + \frac{H_0}{\mu}\cdot 6h$$

$$H_0\left(10h + \frac{6h}{\mu}\right) = I \Rightarrow H_0 = \frac{I\mu}{10h\mu + 6h}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi h}$$

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{10h\mu + 6h}$$

$$B = \frac{1}{2h}\frac{(\mu-1)}{(\mu+1)} I = \frac{1}{2h}\cdot\frac{\mu}{\mu+1} I - \frac{1}{2h}\frac{1}{\mu+1} I$$

№8.9, 8.10 – магнит с собств. маг. моментом, найти поле

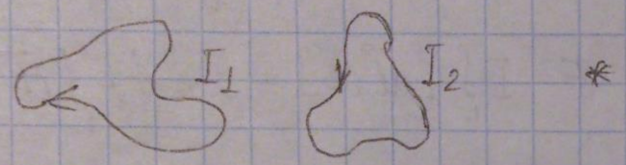
8.9 – непрерывность тангенциальн. сост. – т.к. длинный

8.10 – непрер. норм. комп., т.к. тонкий

9.04.2012 Семинар 9

Маг. поток. Индуктивность. Энергия маг поле

$\Phi = \int \vec{B} d\vec{S}$



Пусть поле созд 1м конт, поток через 2й $\Rightarrow \Phi_{12} = L_{12} I_1$

L_{12} – к-т взаимной индукции

Наоб: $\Phi_{21} = L_{21} I_2$

$\boxed{L_{21} = L_{12}}$

$\Phi_{21} = \int \vec{B_2} d\vec{S_1}$

$\Phi_{12} = \int \vec{B_1} d\vec{S_2}$

S – $\forall$ поверхность, опирающ. на контур.

$\Phi_{11} = \int \vec{B_1} d\vec{S_1}$ 1й контур созд поле, счит через 1й конт

$\Phi = LI$ L – к-т самоинд – индуктивность

В цепях обычно индуктивность – соленоид

Энерг. соотнош:

$w_E = \frac{1}{2} \vec{E} \vec{D}$ – объем плотн энергии элект поля

$= \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 E^2$

$w_M = \frac{1}{2} H \vec{B} = \frac{1}{2} \mu \mu_0 H^2$ – объем плотн энерг маг. поля

$W = \frac{1}{2} CU^2$ – энергия заряж конденсатора; – аналог потенц. энерг.

$W = \frac{1}{2} LI^2$ – энергия тока; аналог кинетич энергии

Суммарн энергия сист контуров *:

$W^{(2)} = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + L_{12} I_1 I_2 \quad (L_{12} = L_{21})$

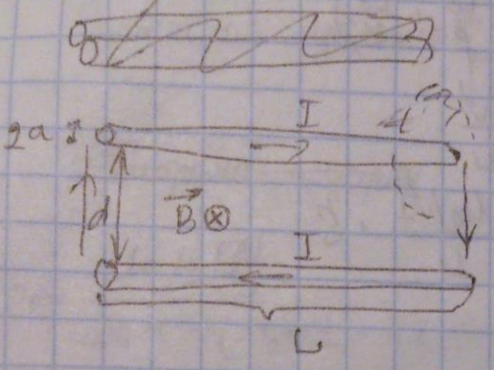
$L_{12} I_1 I_2 = \frac{1}{2} L_{12} I_1 I_2 + \frac{1}{2} L_{21} I_1 I_2$

Найти индук отр

№9.2

$\Phi = \int \vec{B} d\vec{S}$

поверхность виртуальная
контуры реальные



«Замыкаем» эти проводники, получаем контур с током.

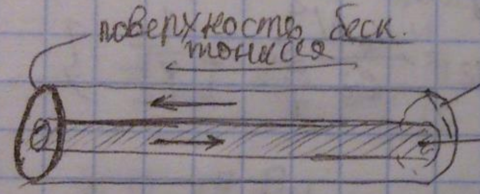
$$\Phi = \int B dS = 2\int \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho} dS = 2\int \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho} d\rho\, dx =$$

$$= 2L \int_a^{d+a} \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho} d\rho = 2L \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{d+a}{a} =$$

$$\approx \frac{L \mu_0 I}{\pi} \ln\left(1 + \frac{d}{a}\right)$$

$$\boxed{L = \frac{L \mu_0}{\pi} \ln\left(1 + \frac{d}{a}\right)}$$ — ответ.

№9.3



$l = 1$ м.

Делаем через энергию.

Т. о цирк;

$\oint H dl = I \Rightarrow H = \frac{I}{2\pi r}$, $B = \frac{\mu_0}{2\pi r}$

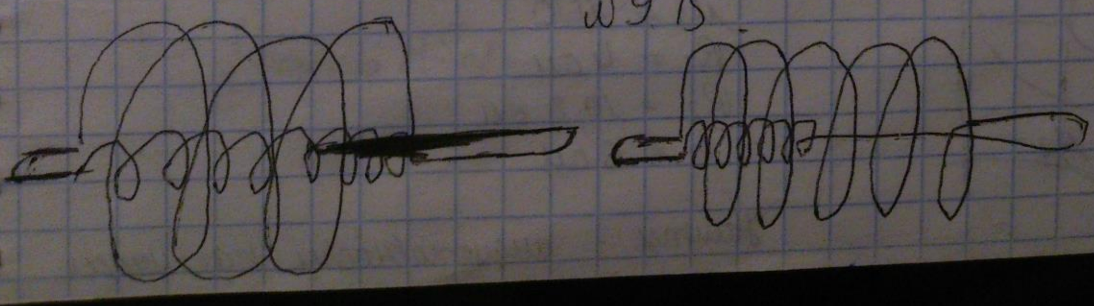
Полная энергия на единицу длины провода: $dV = r\,dr\,d\varphi\,dz$

$$W = \int_{dV} \mu_0 \left(\frac{I}{2\pi r}\right)^2 dV = \int \mu_0 \left(\frac{I}{2\pi r}\right)^2 \cdot r\,dr\,d\varphi\,dz = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2} \cdot 2\pi l \cdot$$

$$\cdot \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I^2}{4 \cdot 8\pi^2} \cdot 2\pi l \cdot \ln \frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{2} L I^2$$

$L = \frac{\mu_0}{2\pi} l \ln \frac{R_2}{R_1}$; На единицу $L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{R_1}{R_2}$

№9.15



$$W^{(2)} = \frac{1}{2}L_1 I^2 + \frac{1}{2}L_2 I^2 + L_{12} I^2$$

$$\{\} \quad \frac{1}{2}L_0 I^2 + \frac{1}{2}\frac{L_0}{B} I^2 + \frac{L_0}{\beta^2} I^2 = I^2 \overbrace{\left(\frac{1}{2}L_0 + \frac{1}{2}\frac{L_0}{\beta} + \frac{L_0}{\beta^2}\right)}^{L\text{ суммарное}}$$

{ Индуктивность уед. соленоида: $B = \cancel{\mu}\mu_0 I \frac{N}{L}$

$$\Phi = \int \vec{B}\, d\vec{S} = \frac{\mu_0 N^2 I}{L} \cdot S$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2}{l_0} S$$

$L_0 = L_{больш}$; $\quad L_{мал} = \frac{L_0}{B}$

$l_{мал} = \frac{l_0}{\beta} \quad S_{мал} = \frac{S}{\beta^2}$

Источник поля выбираем большой соленоид:

$$\Phi = \int \vec{B_б}\, d\vec{S_м} = \frac{\mu_0 N^2 I}{l_0} S_м = L_{12} \cdot I \Rightarrow L_{12} = \frac{\mu_0 N^2}{l_0}\frac{S_б}{\beta^2} = \frac{L_0}{\beta^2} \}$$

Если источ - ник со л.:

$$\Phi = \int \vec{B_м}\, d\vec{S_б} = \frac{\mu_0 N^2 I B}{l_0} \cdot S_б = L_{12} \cdot I \Rightarrow L_{12} = \frac{\mu_0 N^2}{l_0}\frac{S_б B}{\cancel{\beta^2}}$$

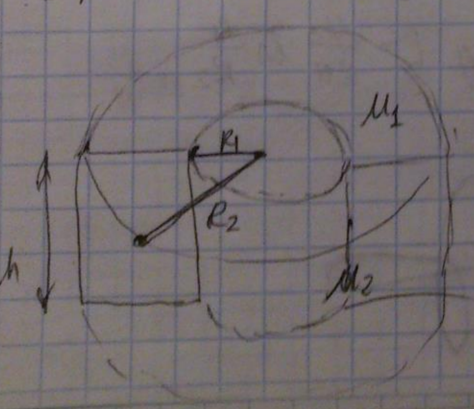
Получается не то т. к не учли прост где у них разные длины $\Rightarrow$ нужно:

$$\Phi = \int B_м\, dS_б = \frac{\mu_0 \cancel{N}}{\cancel{B}} \frac{\mu_0 N I}{l_м} \cdot S_м \cdot \underset{\substack{\text{меньше} \\ N \text{ в } \beta \text{ раз}}}{N'} = \frac{\mu_0 N I}{\frac{l}{B}} \cdot S_м \frac{N'}{\beta^2}$$

$=$ то же самое что и нужно.
сделать симметрично

Д/З. §9, №1, 5, 6, 8, 11

№9.1



$N = 400$ витков
$\mu_1 = 400$
$\mu_2 = 100$
$R_1 = 4$ см
$R_2 = 10,8$ см
$h = 6$ см

Найти - индуктивность катушки

$u = \frac{Q}{C}$ $\quad \frac{\partial Q}{\partial t} + I = 0$

$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}$ $\quad I = -\frac{\partial Q}{\partial t}$

$\Phi = \int \vec{B}\, d\vec{S} = LI$

Для однородного тороида: $B(r) = \frac{\mu \mu_0 N I}{2\pi r}$ $\quad H = \frac{NI}{2\pi r}$ – для целого

Граничное условие: $\boxed{B_{n_1} = B_{n_2}}$ $\boxed{H_{\tau_1} = H_{\tau_2}}$

Для половины тороида: из примера 8.4 $\Rightarrow$

~~Теорема о циркуляции~~

$$B(r) = \frac{\mu_0 \mu I N}{2\pi r + (\mu - 1)\cdot \pi r}$$

$$B_1(r) = \frac{\mu_0 \mu_1 I \frac{N}{2}}{2\pi r + (\mu_1 - 1)\cdot \pi r} \qquad B_2(r) = \frac{\mu_0 \mu_2 I \frac{N}{2}}{2\pi r + (\mu_2 - 1)\cdot \pi r}$$

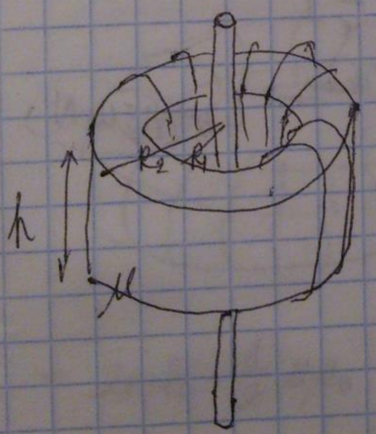
$$W = (\mu_1+\mu_2)\int_0^{\pi} d\varphi \int_{R_1}^{R_2} dr\; r\cdot h \cdot \frac{1}{2}\mu_0 \left(\frac{NI}{2\pi r}\right)^2 = \frac{\mu_0(\mu_1+\mu_2)}{2}\cdot \pi \cdot h \cdot \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr \cdot N^2 I^2}{4\pi^2 r} =$$

$$= \frac{\mu_0(\mu_1+\mu_2)}{2}\cdot \frac{\pi h}{4\pi^2} N^2 I^2 \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0(\mu_1+\mu_2)}{8}\frac{h}{\pi} N^2 I^2 \cdot \ln\frac{R_2}{R_1} =$$

$$= \frac{1}{2} L I^2 \Rightarrow L = \frac{1}{4}\frac{\mu_0(\mu_1+\mu_2)h}{\pi} N^2 \cdot \ln\frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{4}\mu_0\frac{(\mu_1+\mu_2)h}{\pi} N^2 \ln\frac{R_1}{R_2}$$

$\approx 0{,}47$ Гн

№9.5



~~N = 400~~ $N = 500$
$R_1 = 4$ см
$R_2 = 10{,}8$ см
$h = 6$ см
$\mu = 1000$.

Найти: L_{21}

$$W^{(2)} = \frac{1}{2}L_1 I^2 + \frac{1}{2}L_2 I^2 + L_{12} I^2.$$

контур – половина плоскости;?

Источник поля – тороид:

$\Phi = \int B_{тороида}\, dS_{п/п}$

Источник поля – провод

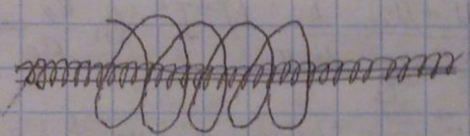
$B_{пр} = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r}$

$\Phi = \int B_{пр}\, dS_{тороида} = \cancel{\int_{r_1}^{r_2} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{h} \frac{dr}{r}}$

$= \cancel{\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{h} dz \int_{r_1}^{r_2}} \quad \int_{r_1}^{r_2} dr \cdot h \cdot N \cdot \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r} = hN\frac{\mu\mu_0 I}{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} =$

$= hN\frac{\mu\mu_0 I}{2\pi} \ln\frac{r_2}{r_1} \Rightarrow L_{12} = hN\frac{\mu\mu_0}{2\pi} \ln\frac{r_2}{r_1}$

№96



$n = 10^3$ витков / ед длины

$S = 10\ см^2$

$N = 20$

Найти: L_{12}

1. источник – большая:

$\Phi = \int B_б\, dS_м = \frac{\mu_0 N^2 I}{l_б} \cdot S \Rightarrow L_{12} I \Rightarrow L_{12} = \frac{\mu_0 N^2 S}{l_б}$

$\frac{L_{12}}{l} = \mu_0 N^2 S$

$B = \mu\mu_0 \frac{N}{l} I$

$\Phi = \int B_б\, dS_м = l_б n S \cdot \mu_0 \frac{N}{l_б} I = \frac{nS\mu_0 N I\, l_{больш}}{l_{больш}} \Rightarrow L_{12} = nS\mu_0 N$

2. источник – маленькая

малонав
простат $u = \frac{Q}{C}$ $\frac{\partial Q}{\partial t} + I = 0$

№9.8

Плотн намотки большого: n витков/ед.
коротк: площадь в. S;
N витков всего
угол между осями α

Найти: $L_{1,2}$

1). Источник – большая.

$\Phi = \int B_б \, dS_м = \mu_0 n \cdot I \cdot N \cdot \cos\alpha \cdot S =$

$= \mu_0 n I N \cos\alpha S \Rightarrow L_{12} = n \cos\alpha N S \mu_0$

2). Источник – маленькая. – нельзя.

$\Phi = \int B_м \, dS_б = \mu_0 \cdot \frac{N}{l_м} \cdot I \cdot n l_м \cdot$

№9.11.

$R_1 = 2$ см
$R_2 = 5{,}4$ см.
$I = 10$ A
$h = 3$ см.
$\mu = 500$
$N = 100$ витков

$$W = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{R_1}^{R_2} dr \cdot r \cdot h \cdot \frac{1}{2} \mu\mu_0 \left(\frac{NI}{2\pi r}\right)^2 =$$

$$= 2\pi h \cdot \frac{1}{2} \mu\mu_0 \frac{N^2 I^2}{4\pi^2} \cdot \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{h \mu\mu_0 N^2 I^2}{4\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \approx 0{,}15 \text{ Дж}$$

16.04.2012 §10 Закон электромагнитной индукции

$\boxed{\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$ — ч.е. уравнение Максвелла.

интегр форма

Контур — реальный.

$dA = (\vec{F} d\vec{l})$

$A = \oint \vec{F} d\vec{l} = q \oint \vec{E} d\vec{l}$ — циркуляция силы

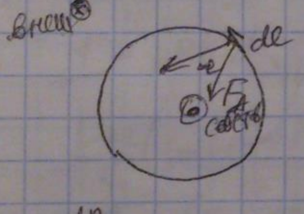
$\vec{F} = q\vec{E}$

$\mathcal{E} = \oint \vec{E} d\vec{l}$ = 0 только в случае, если источники — пост. заряды

$\boxed{\Phi = \int \vec{B} d\vec{S}}$ $\boxed{B\, dS \cos\alpha}$

Знак "−" в формуле: позв. опред напр тока, кот потечет в контуре смысл: при изменении поля в контуре возник ЭДС, чтобы созданное маг. поле (собств) препятствует изменению потока.

№1



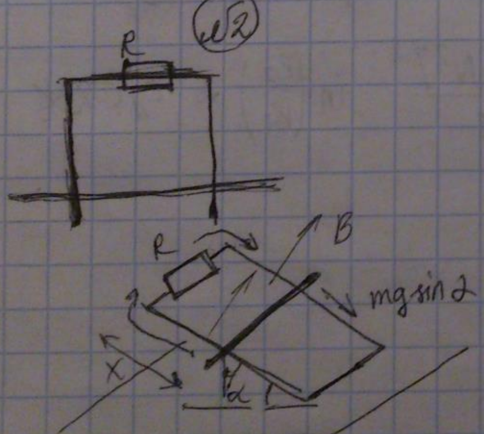
$\frac{dB}{dt} > 0$
поле возрастает

Что будет с контуром?
Поле препятствует возрастанию потока →
→ поле напр на нас

Возникает сила Ампера:
$d\vec{F}_A = I[d\vec{l}, \vec{B}]$

Контур будет сжиматься.

№2



$I = \frac{\mathcal{E}}{R}, \quad \mathcal{E} = -\frac{\partial\Phi}{dt}$

$I = \frac{\partial\Phi}{\partial t} \cdot \frac{1}{R}$

$\Phi = \int_S B\,dS = B \cdot S = BlX = Bl$

$\mathcal{E} = Bl v \Rightarrow I = \frac{Bl}{R} v$

$dF = \frac{Bl^2}{R} v\, dl$

$F = \frac{(Bl)^2}{R} v$, ~~mv~~

$$mg\sin\alpha - \frac{B^2l^2}{Rm}v = \dot v \Rightarrow \dot v = \alpha - \beta v$$

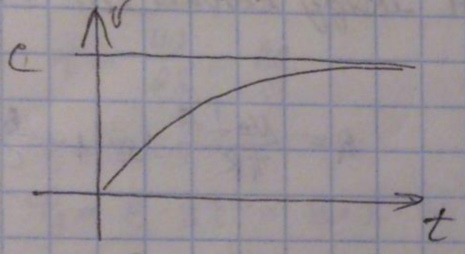
$$\dot v + \beta v = 0; \quad v = Ce^{-\beta t}$$

$$C' e^{-\beta t} = \alpha;$$

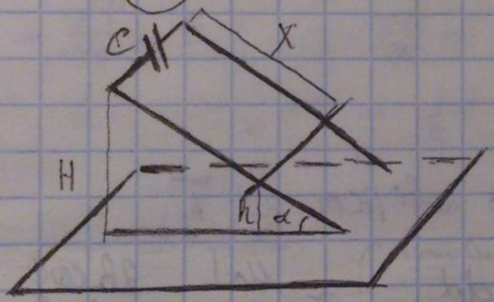
$$C' = \alpha e^{\beta t}, \quad C = \frac{\alpha}{\beta}e^{\beta t} + \hat C, \text{ в нул. момент } v = 0 \Rightarrow$$

$$v = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\alpha}{\beta}e^{-\beta t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{mg\sin\alpha\, Rm}{B^2l^2} - \frac{mg\sin\alpha\, Rm}{B^2l^2}e^{-\frac{B^2l^2}{Rm}t}.$$



№3



Уравнение Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial v}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \qquad L = K - \Pi$$

полная частная

$$K = \frac{mv^2}{2}$$

$$\Pi = \frac{CU^2}{2} + mgh = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} + mgh$$

$$h = H - \Delta h = H - x\sin\alpha$$

$$\mathcal{E} = \frac{-\partial\Phi}{\partial t} = Blv$$

$$\Pi = \frac{-CB^2l^2v^2}{2} + mg(H - x\sin\alpha).$$

$\frac{CU^2}{2}$ – энергия ~~заряж~~ конденс;

А он был ~~разряж~~ = он заряжается = забирает энергию

$$L = \frac{mv^2}{2} + \frac{CB^2l^2v^2}{2} - mg(H - x\sin\alpha).$$

Д-б +

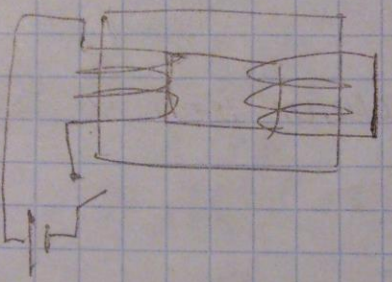
$$\frac{\partial L}{\partial v} = v(m + CB^2l^2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = mg\sin\alpha.$$

$$a(m + CB^2l^2) - mg\sin\alpha = 0$$

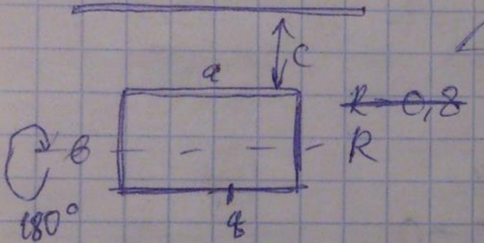
$$a = \frac{mg\sin\alpha}{m + CB^2l^2},$$ ✓ разность в знаменателе, неправильно плохо!

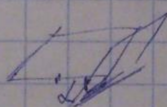
ДЗ: §10 ; 5, 7, 9, 13
коммент. к 13Б;



ключ замык, ток начин, возник ЭДС самоинд,
магн поле из-за сердечника в обеих катушках одинак.
Получ 2 диф. урав:
1) $ЭДС_б + ЭДС_{си} = IR$ — левая
2) $ЭДС_б = IR$ — правая
Поле равно → соотн между потоками и токами

$\underline{I = 10A}$ №10.5





$I = 10A;$
$a = 20$ см
$b = 17$ см
$R = 0{,}8$ Ом
$c = 10$ см
$\varphi = 180°C.$
Найти: q

$$Q = \frac{\mu_0 I a}{\pi R} \ln\left(1 + \frac{b}{c}\right)$$

$B = \mu_0 I / 2\pi R$ — от провода.

$$\mathcal{E} = -\frac{\partial\Phi}{\partial t}$$

Пусть поворот за T

$$\Phi(\varphi) = \int B\,dS = \int_{c+(b-b\cos\varphi)\cdot\frac{1}{2}}^{c+(b+b\cos\varphi)\cdot\frac{1}{2}} \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\cdot a = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{c+\frac{1}{2}(b+b\cos\varphi)}{c+\frac{1}{2}(b-b\cos\varphi)}\right)\cdot a$$

$$\Phi(0) = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\left(\frac{c+b}{c}\right)$$

$$\Delta\Phi = \Phi(0) - \Phi(\pi) = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\ln\frac{c+b}{c}\right)\cdot 2a = \frac{\mu_0 I}{\pi}\ln\left(\frac{c+b}{c}\right) =$$

$$= \frac{\mu_0 Q}{t\pi}\ln\left(\frac{c+b}{2}\right)\cdot a,$$

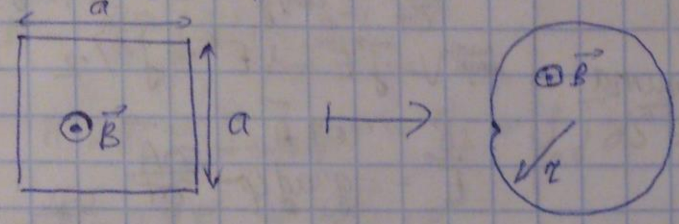
$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} =$$

$\Phi(Q) = \int_S B\,dS = \int_c \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot a\,dr = \frac{a\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{c+b}{c}\right)$

$\Delta\Phi = 2\Phi(0) = \frac{a\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{c+b}{c}\right)$

$Q = tI = t\frac{\varepsilon}{R} = t \cdot \frac{\Delta\Phi}{t} \cdot \frac{1}{R} = \frac{\mu_0 I a}{\pi R} \ln\left(\frac{c+b}{c}\right)$

№ 10.7



$r = \frac{4a}{2\pi} = \frac{2a}{\pi}$

$\Phi_1 = B \cdot a^2$

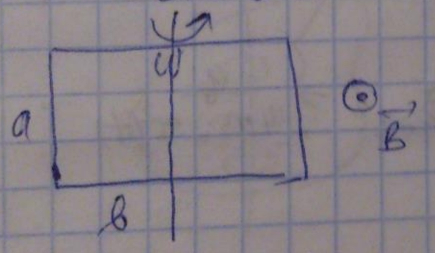
$\Phi_2 = B \cdot \pi r^2 = B \cdot \pi \cdot \frac{4a^2}{\pi^2} = \frac{4a^2 B}{\pi}$

$\Delta\Phi = Ba^2\left(\frac{4}{\pi} - 1\right) \quad (>0)$

$-\frac{\partial\Phi}{\partial t} = \varepsilon; \quad I = \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\varepsilon}{R} = -\frac{\partial\Phi}{\partial t\, R}$

$\Delta Q = -\frac{1}{R}\Delta\Phi = \frac{1}{R}\left(1 - \frac{4}{\pi}\right)Ba^2$; $\Delta Q < 0 \Rightarrow$ напр. тока поменялось

№ 10.9



$\Phi(0) = abB$

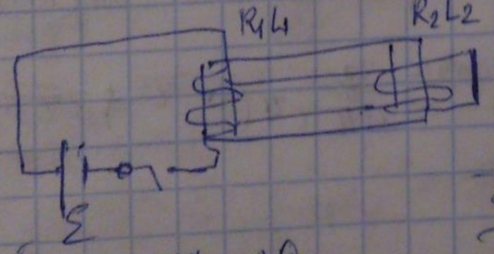
$\Phi(\varphi) = abB\cos\varphi$

$\Phi(t) = abB\cos(\omega t)$

$-\frac{d\Phi}{dt} = (abB\sin\omega t)\cdot\omega \Rightarrow$

$\Rightarrow \varepsilon = abB\omega\sin(\omega t)$

№ 10.13



левая ~~правая~~: $\frac{\partial\Phi_2}{\partial t} + \frac{\partial\Phi_{1}}{\partial t} L\frac{dI_1}{dt} = -\frac{I}{1}R$

левая пр.: $\frac{\partial\Phi_{1}}{\partial t} = -\frac{IR}{2}$

$-\frac{\partial Q_1}{\partial t} = \frac{\partial\Phi_1}{\partial t} + L\frac{dI}{dt}$

$-\frac{\partial Q_2}{\partial t} = \frac{\partial\Phi_1}{\partial t}$

$\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$

$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{N_2}{N_1}$

Найти заряд ΔQ_2

$\varepsilon_1 = I_1R_1 \Rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon_1}{R_1} \Rightarrow \Phi_1 = L_1 I_1 = L_1\frac{\varepsilon}{R_1} \Rightarrow \Phi_2 = \sqrt{L_1L_2}\frac{\varepsilon}{R_1}$

$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} \Rightarrow I_2 R_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} \Rightarrow \Delta Q = \frac{\sqrt{L_1L_2}}{R_1R_2}\varepsilon$

24.04.2012 §11 Уравнения Максвелла.

③ $\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ — если поле созд токи

④ $\operatorname{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$) плотность тока смещения } если токи созд поле

① $\operatorname{div}\vec{D} = \rho$

② $\operatorname{div}\vec{B} = 0.$

$\vec{\Pi} = [\vec{E}, \vec{H}]$ — вектор Пойнтинга.

$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$

$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$

$\vec{j} = \lambda(\vec{E} + \vec{E}_{ст})$ — сторонн

$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}\vec{j} = 0$ / закон сохр заряда

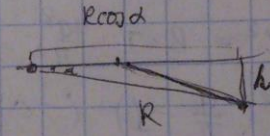
плотн мощн $V = \vec{j}\vec{E} = \lambda E^2 = j^2/\lambda$

$\vec{B} = \operatorname{rot}\vec{A}$

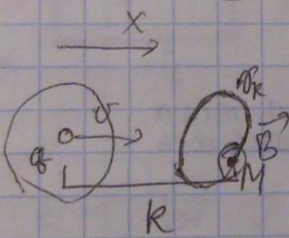
$\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$

вспомогательные

$$\frac{dW}{dt} = -\oint_S \vec{\Pi}\, d\vec{S} - N + \int_V \vec{j}\vec{E}_{ст}\, dV$$



№1



$\upsilon = const$;

M — точка наблюдения вблизи оси по ходу заряда

Найти плотность тока смещения в M.

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} - ?\ ;\ D = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E};\ E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2(t)} =$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \cancel{\sqrt{R^2 - h^2}}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 (R - t\upsilon)}$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \left(\frac{\varepsilon_0 q}{4\pi\varepsilon_0 (R - t\upsilon)}\right)'_t = \left(\frac{q}{4\pi(R - t\upsilon)}\right)'_t = \frac{4\pi\upsilon q \cdot (-\upsilon)}{(4\pi(R - t\upsilon))^2} = \frac{-\upsilon^2 q}{4\pi(R - t\upsilon)^2}$$

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \left(\frac{q\vec{r}\varepsilon_0}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\right)'_t = \frac{q}{4\pi}\frac{-\vec{\upsilon} r^3 + \vec{r}\cdot 3r^2\cdot \upsilon}{r^6} = \frac{q}{4\pi r^4}(-\vec{\upsilon} r + 3\vec{r}\upsilon) =$$

$$= +\frac{q\vec{\upsilon}}{2\pi r^3}$$

№2.

Все то же, в M найти величину маг поля

$\mathrm{rot}\,\vec{H} = j + \frac{\partial D}{\partial t}$

Интегральная форма: теорема о циркуляции.

$$\oint \vec{H}\,d\vec{l} = I_{\text{смещ}} + 0.$$

Контур: окружность;

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{I[d\vec{l},\vec{r}]}{r^3}$$

$$H\cdot 2\pi R = I_{\text{смещ}}\quad;\quad I = \int_S \vec{j}\,d\vec{S} = \int_0^R \frac{qv}{2\pi r^3}\cdot\vec{n}\,dS = \frac{qv}{2\pi r^3}\cdot\pi R^2 =$$

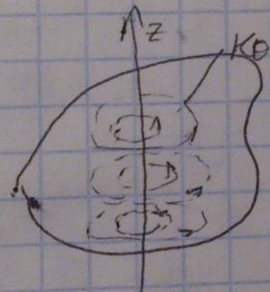
$$= \frac{qv}{2\pi r^3}\cdot\pi R^2 = \frac{qv}{2r^3}\cdot R^2$$

$$H = \frac{qvR^2}{2r^3\cdot 2\pi R} = \frac{qvR}{4\pi r^3}.$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{[\frac{\partial Q}{\partial t}dl,\vec{r}]}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\partial Q}{\partial t}\int\frac{[\vec{v},\vec{r}]\,dQ}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{[\vec{v},\vec{r}]}{r^3}q$$

$$B = \mu_0 H \Rightarrow H = \frac{[\vec{v},\vec{r}]}{r^3}q\cdot\frac{1}{4\pi}\;;\quad [\vec{v}\,\vec{r}] = v\cdot r\cdot\sin\alpha = v\cdot r\cdot\frac{R}{r} = v\cdot R.$$

№11.3



$j(r,t) = kre^{-t/\tau}$

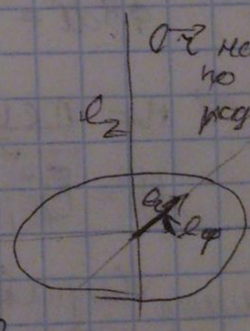
$B(0) = 0$ во всём объеме проводника

Найти: $\vec{B}$

$\mathrm{rot}\,H = j + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \Rightarrow H\cdot 2\pi R = I_{\text{смещ}}$

$$\oint_\gamma \vec{H}\,d\vec{l} = \oint_{\text{int}\,\gamma} \vec{j}(t,r)\,d\vec{S} + I_{\text{смещ}}^{\,0}$$

$$\oint_{\text{int}\,\gamma}\vec{j}(t,r)\,d\vec{S} = \oint_{\text{int}\,\gamma}\quad 0 = \oint_\gamma \vec{H}\,d\vec{l}$$



$0\vec{r}$ напр по радиусу.

Здесь магнит. поле порожд ток $\Rightarrow$ нужно ур-е:

$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}$

$j = \lambda\vec{E} \Rightarrow \frac{1}{\lambda}\mathrm{rot}\,\vec{j} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$

$j = \{\cancel{kre^{-\frac{t}{\tau}}\cos\varphi};\ kre^{-\frac{t}{\tau}}\sin\varphi,\ 0\}$

0

$\vec{j} = \{0;\ kre^{-\frac{t}{\tau}},\ 0\}$

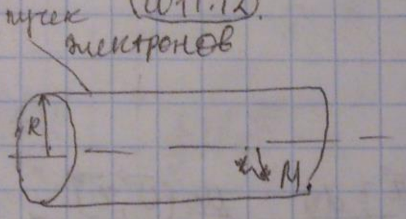
$$\operatorname{rot}\vec{j} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\rho}\vec{e}_r, & \vec{e}_\varphi, & \frac{1}{\rho}\vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial\rho}, & \frac{\partial}{\partial\varphi}, & \frac{\partial}{\partial z} \\ \underset{0}{a_\rho}, & \rho a_\varphi, & \underset{0}{a_z} \end{bmatrix} = \{0, 0, 2ke^{-\frac{t}{\tau}}\} = -\frac{1}{\lambda}\frac{\partial B}{\partial t} \Rightarrow$$

~~$\Rightarrow B = -\tau \cdot 2ke^{-\frac{t}{\tau}}$ — по z~~

чтобы B 0 было 0

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\frac{2ke^{-\frac{t}{\tau}}}{\lambda}; \quad B_z = \frac{-2k}{\lambda}\cdot -\tau\cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + C = \frac{2k\tau}{\lambda}\left(e^{-\frac{t}{\tau}} - 1\right)$$

№11.12.



Конц. пучка = n
Кин энергия кажд электр = U
ск. пучка v
Найти: велич и напр вект Пойнтинга в ∀ точке пр-ва.

$\vec{E}$:

Поле в M направлено по R.

$$\oint \vec{D}\,d\vec{S} = \rho V = neV = ne\pi r^2 L =$$

$$D 2\pi r l = ne\pi r^2 l$$

$$D = \frac{ner}{2} \qquad E = \frac{ner}{2\varepsilon_0}$$

$\vec{H}$: теорема о циркуляции
контур:

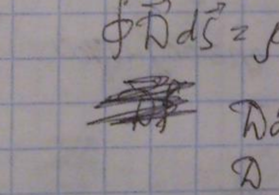
$$\oint \vec{H}\,d\vec{l} = I = \frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\partial(\rho V)}{\partial t} = \overset{v}{\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)}\cdot\rho\cdot S = v\rho S = ne\pi r^2 v = H\cdot 2\pi r$$

$$\Rightarrow H = \frac{nevr}{2} \Rightarrow$$

$$\Pi = [E, H] = E\cdot H = \left(\frac{ner}{2}\right)^2\cdot\frac{v}{\varepsilon_0}$$

снаружи — аналогично

Направление.

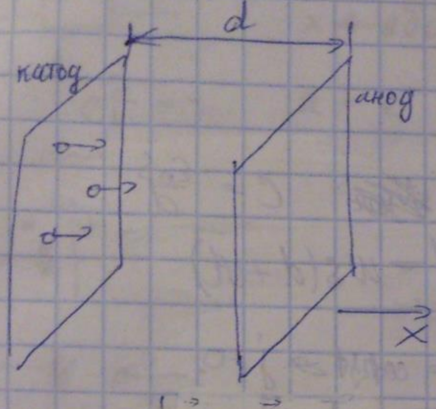


т.к электроны

⊗ - напр вект. Пойнт.

Д/З §11, 5, 6, 7, 10, 11.

№11.5



Напр на аноде $U_0 = 200$ В;
расст между К и А $d = 5$ мм;

Найти: пл тока $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ $\vec{j}$

Отв
$\frac{4}{9}\varepsilon_0\sqrt{\frac{2e}{m}}\frac{U_0^{\frac{3}{2}}}{d^2} = 2.64$

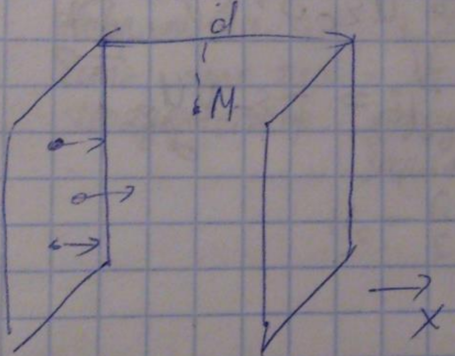
Пример 11.2 $\Rightarrow a = \frac{j\sqrt{m}}{\varepsilon_0\sqrt{2e}}$

$\varphi(x) = U_0\left(\frac{x}{d}\right)^{\frac{4}{3}} = \left(\frac{9a}{4}\right)^{\frac{2}{3}} x^{\frac{4}{3}} \Rightarrow$

$\Rightarrow a = \left(\frac{U_0\left(\frac{x}{d}\right)^{\frac{4}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{4}{9}\right) = \frac{U_0^{\frac{3}{2}}}{d^2} \cdot \frac{4}{9}$

$$j = \frac{a\varepsilon_0\sqrt{2e}}{\sqrt{m}} = \frac{U_0^{\frac{3}{2}}\varepsilon_0\sqrt{2e}}{d^2\sqrt{m}} \cdot \frac{4}{9} = \frac{4}{9}\varepsilon_0\sqrt{\frac{2e}{m}}\frac{U_0^{\frac{3}{2}}}{d^2} \approx 2.64$$

№11.6



$U_0 = 200$ В

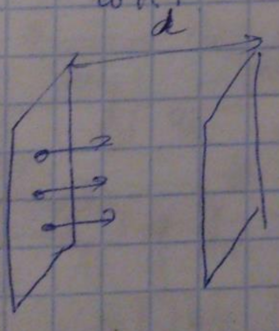
Найти: v_M

Пример 11.2 $\Rightarrow$

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2eU_0\left(\frac{x}{d}\right)^{\frac{4}{3}}}{m}} = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}} \cdot \left(\frac{x}{d}\right)^{\frac{2}{3}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2eU_0}{m}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \approx 3.7 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

№11.7



$U_0 = 100$ В;
$d = 10$ мм;
$t_{\text{пол}}$ — ?

$$S = \int_0^t v\,dt = \int_0^t \sqrt{\frac{2eU_0}{m}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} dt = t \cdot \sqrt{\frac{2eU_0}{m}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \quad ?$$

$$\Rightarrow t = S\sqrt{\frac{m}{2eU_0}} \cdot (2)^{\frac{2}{3}} =$$

$$S = \int_0^t \sqrt{\frac{2eU_0}{m}} \cdot \left(\frac{x}{d}\right)^{\frac{2}{3}} d = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$$

№11.10.

$\vec{v}$

1) $q = const$
2) $U = const$
d;
v;
Найти: $\vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

$C = \frac{Q}{U}$

1. $q = const$;

① $j_{см} = \frac{\partial D}{\partial t}$

$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$; $\vec{E} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}\vec{i}$; $\vec{D} = \frac{Q}{S}\vec{i}$,

② 1). $j_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$

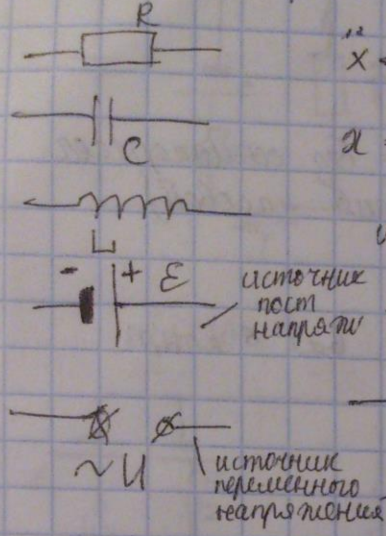
2). $j_{см} = \frac{\vec{i}}{S}\frac{\partial Q}{\partial t}$ $\quad U = Ed \quad E = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}$

$U = \frac{Qd}{\varepsilon_0 S} = const \Rightarrow \frac{\partial Q}{\partial t} = -U\varepsilon_0 S \cdot \frac{1}{d^2} \cdot \frac{\partial d}{\partial t}$

$\Rightarrow j_{см} = \vec{i}\varepsilon_0 \cdot \frac{U}{\,} \cdot \frac{V}{d^2} = -\varepsilon_0 \frac{VU}{d^2}\vec{i}$

№11.11.

§12 Электрич. цепи. Правило Кирхгофа. 28.04.2012



$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$;

$x = e^{-\delta t}(A\cos\omega t + B\sin\omega t)$;

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$

Типы цепей:

① Только R и ℰ — стационарные цепи.

Напряж на L: $L\frac{dI}{dt}$ ⇒ если ток стацион ⇒ $U_L = 0$ ⇒ что она есть, что нет - не имеет значения.

Конденсатор: зарядился ⇒ тока нет (или разряжен).

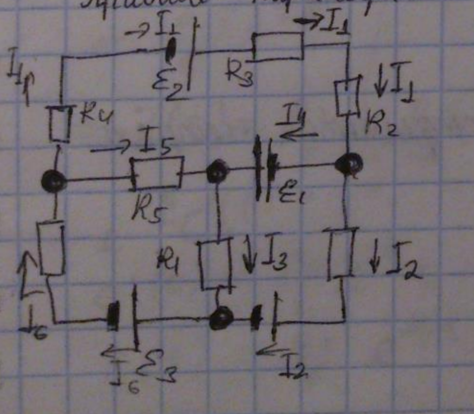
заряжается/разряж — есть ток

$U_C = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C}\underbrace{\int I\,dt}_{\text{зарядный ток}} = 0$ ⇒ не влияет.

② Цепи с нестационарными процессами — если есть ключи

③ Системы с переменными процесами.

Правило Кирхгофа.



1. Расставляем токи.
по каждому эл-ту цепи должен течь какой-то ток. Направление выбирается произвольно. Не должно быть, что все токи втекают в узел или вытекают из узла.

I Правило Кирхгофа:

$\Sigma_{\text{токов, втек в узел}} = \Sigma_{\text{токов, вытек из узла}}$.

Получаем:

$I_5 + I_4 = I_3$

...

II Правило Кирхгофа:

1). Выбрать произвольный замкнутый контур; без самопересеч.

2). Выбираем направление обхода (по или против часовой)

$\sum I_i R_i = \sum \varepsilon_j$

Сумма падений напр в контуре = сумме ЭДС, вкл в конт.

Пад. напряж: +, если напр тока = напр обхода.

$-I_3R_1 - I_1R_2 - I_1R_3 - I_1R_4 - I_6R_5 = -\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3$

ЭДС: если ЭДС прох от + к − ⇒ −
от − к + ⇒ +.

Процесс продолжается, пока к-во токов < к-во уравнений.

Если в цепи есть катушки и конд ⇒ в лев части в падения напряж добавляются: $L\frac{dI}{dt}$ и $\frac{1}{C}\int I dt$ — берутся по умолчанию с "+"

Работают только если есть ключи или переменный ток

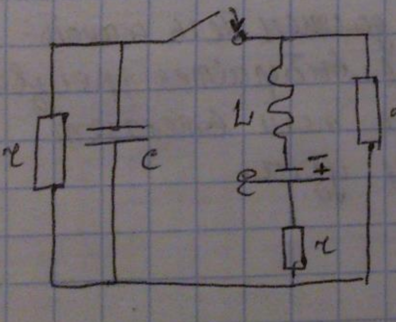
Получается дифур с решением:

$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0;$

$x = e^{-\delta t}(A\cos\omega t + B\sin\omega t)$ $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$

Это затухающие колебания

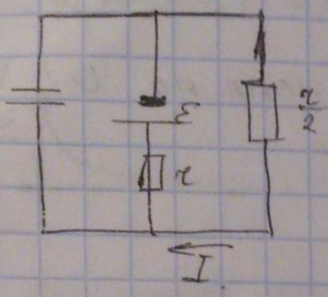
№12.14



К какому значению стремится напряж на конденсаторе.

$U_C - ?$

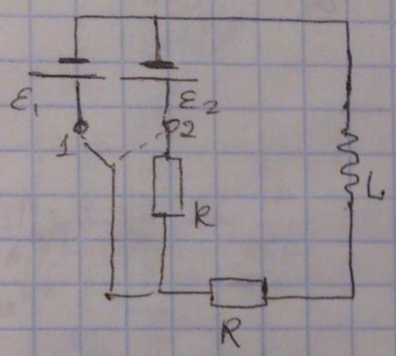
Экив. схема:



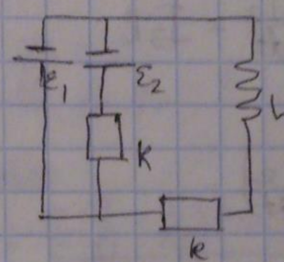
Рассматриваем процесс, когда он уже стал стационарным ⇒ убираем индуктивность;
Через конденсатор ток уже не течет.

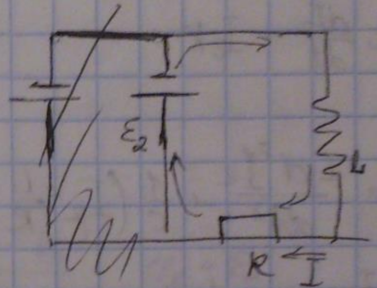
$I = \frac{2\mathcal{E}}{3r}$; $U_{\frac{r}{2}} = I \cdot \frac{r}{2} = \frac{2\mathcal{E}}{3r} \cdot \frac{r}{2} = \frac{\mathcal{E}}{3} = U_c$

№ 12.16



① Ключ в 1: Ключ в 2:





① – стац схема; Нужно найти ток через L, он и будет нач. знач.
2е правило для большого контура: $\mathcal{E}_1 = IR \to I = \frac{\mathcal{E}_1}{R} = I(0)$

$L\frac{\partial I}{\partial t} + IR = \mathcal{E}_2$ $\quad \dot{I} - \frac{IR}{L} = \frac{\mathcal{E}_2}{L}$

$\cancel{\frac{\partial I}{\partial t} = \frac{\mathcal{E}_2 - IR}{L}}$ $\quad \cancel{I(t) =}$ $\quad e^{\frac{R}{L}} \cdot \cancel{C(t)} \cdot C_1 + \frac{R}{2L} I^2 + \frac{\mathcal{E}_2}{L} I$

$\Rightarrow I(t) = e^{\frac{R}{L}} \cdot C_1 + \frac{R}{2L}t^2 + \frac{\mathcal{E}_2}{L}t$;

$I(0) = e^{\frac{R}{L}} C_1 + \frac{R}{2L}t^2 + \frac{\mathcal{E}_2}{L}t = e^{\frac{R}{L}} C_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{R} \Rightarrow C_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{R e^{\frac{R}{L}}} =$

$= \frac{\mathcal{E}_1}{R} e^{-\frac{R}{L}}$

$\Rightarrow I(t) = \frac{\mathcal{E}_1}{R} + \frac{R}{2L}t^2 + \frac{\mathcal{E}_2}{L}t$

Ответ:

$(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2) e^{-\frac{R}{L}t}$

$I = \frac{\mathcal{E}_2}{R} + \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$

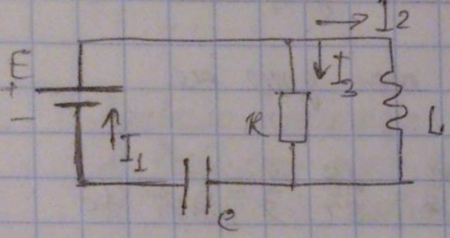
$e^{-\frac{R}{L}} C'(t) = \frac{\mathcal{E}_2}{L}$

$C'(t) = \frac{\mathcal{E}_2}{L} e^{\frac{R}{L}t}$;

$C(t) = \frac{\mathcal{E}_2}{R} e^{\frac{R}{L}t} + C$. $\quad I = \frac{\mathcal{E}_2}{R} + C_1$

$I = \frac{\mathcal{E}_1}{R}$

№12.22.



При каких R измен напр на L будет апериодическим.

$I_1 = I_2 + I_3$

$\mathcal{E} = L\frac{dI_2}{dt} + \frac{1}{C}\int I_1\,dt \Rightarrow \frac{d\mathcal{E}}{dt} = L\frac{d^2 I_2}{dt^2} + \frac{1}{C}I_1 = L\frac{d^2 I_2}{dt^2} + \frac{1}{C}(I_2 + I_3)$

$0 = L\frac{dI_2}{dt} - I_3 R \qquad L\frac{dI_2}{dt} = I_3 R$

$$0 = \frac{L d^2 I_2}{dt^2} + \frac{1}{C}\left(I_2 + \frac{L}{R}\frac{dI_2}{dt}\right)$$

$$\frac{d^2 I_2}{dt^2} + 2\frac{1}{L}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{C}\cdot\frac{L}{R}\frac{dI_2}{dt} + \left(\sqrt{\frac{1}{CL}}\right)^2 I_2 = 0$$

$$\frac{d^2 I^2}{dt^2} + 2\frac{1}{LCR2}\frac{dI^2}{dt} + \left(\sqrt{\frac{1}{CL}}\right)^2 I_2 = 0$$

время зат. < чем период

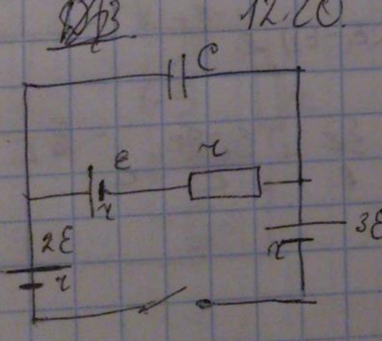
Апериодичность, если: $\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} < 0 \Rightarrow$ затухание больше чем гармонич. часть, т.е.

$\omega_0 < \delta \Rightarrow$

$\frac{1}{LCR\cdot 2} > \frac{1}{\sqrt{CL}} \Rightarrow \sqrt{CL} > LCR\,2 \Rightarrow R < \frac{\sqrt{CL}}{2CL} = R < \frac{1}{2\sqrt{CL}}$

$$\boxed{R < \sqrt{\frac{L}{2C}}}$$

~~ДЗ~~ 12.20.

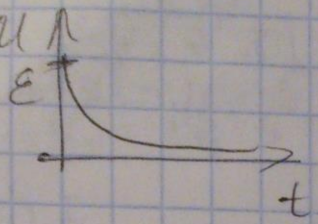


Найти напряж. на конд как ф-цию от времени.

0_ : Напряж на конд:

$U_C(-0) = \mathcal{E}$

$U_C(\infty)$: $Ir + 3Ir = 2\mathcal{E} \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{2r}$

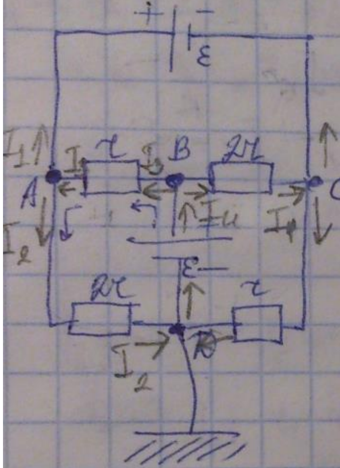


Через какое сопротивление разр. конденсатор: через R

$\Rightarrow \tau = rC \Rightarrow U(t) = \mathcal{E} e^{-t/\tau} = \mathcal{E} e^{-\frac{t}{rC}}$

Д/З: 12.9, 10, 18, 21, 27 — в ответе апериодич. решение с гиперб. ф-циями

№12.9



$\varphi_D = 0$

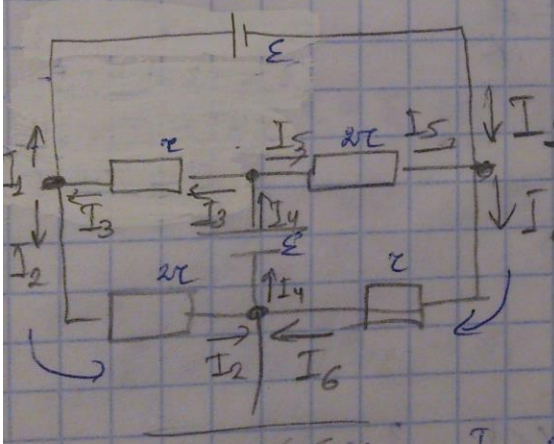
$\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C - ?$

Ответ:

$$\varphi_A = \frac{\mathcal{E}_2\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) + \mathcal{E}_1\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}} \qquad \varphi_B = \mathcal{E}_2;$$

$$\varphi_C = \frac{\mathcal{E}_2\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) - \mathcal{E}_1\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_4}\right)}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}}.$$

Решение:



$$\begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ I_5 + I_3 = I_4; \\ I_1 + I_5 = I_6; \\ I_4 = I_2 + I_6 \\ I_2 \cdot 2r + I_3 \cdot r = \mathcal{E} \\ I_6 \cdot r + I_5 \cdot 2r = \mathcal{E} \end{cases} \qquad \begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ I_5 = I_4 - I_1 - I_2 \\ I_6 = I_4 - I_1 - I_2 + I_2 \\ I_6 = I_4 - I_2 \\ I_2 \cdot 2r + I_3 \cdot r = \mathcal{E} \\ I_6 \cdot r + I_5 \cdot 2r = \mathcal{E} \end{cases}$$

$I_2 = I_1; \quad I_3 = 2I_1; \quad I_5 = I_4 - 2I_1$

$I_6 = I_4 - I_1$

$I_1 \cdot 2r + 2I_1 \cdot r = \mathcal{E}; \qquad I_1 = \frac{\mathcal{E}}{3r};$

$(I_4 - I_1)r + \underbrace{\cancel{I_5} \cdot 2r}_{(I_4 - 2I_1) \cdot 2r} = \mathcal{E}$

$I_4 \cdot 3r = \mathcal{E} + 5I_1 r$

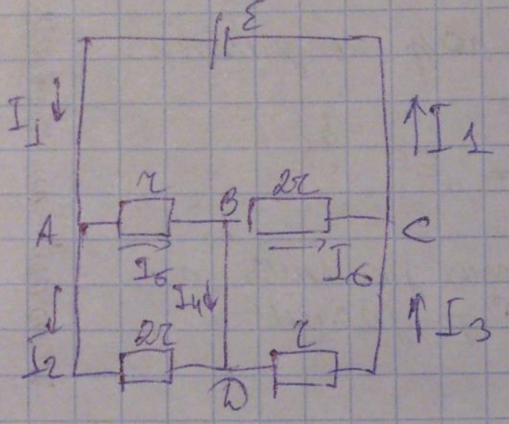
$I_4 = \frac{\mathcal{E}}{3r} + \frac{5}{3}I_1;$

$I_1 = I_2 = \frac{\mathcal{E}}{3r}; \quad I_3 = \frac{2\mathcal{E}}{3r}; \quad I_4 = \frac{\mathcal{E}}{3r} + \frac{5}{3}\frac{\mathcal{E}}{3r} = \frac{\mathcal{E}}{3r} \cdot \frac{8}{3}; \quad I_5 = \frac{8}{9}\mathcal{E} - 2 \cdot \frac{\mathcal{E}}{3r} = \frac{2}{9}\frac{\mathcal{E}}{3r};$

$I_6 = \frac{5}{9}\frac{\mathcal{E}}{3r};$

Напряж. на участке: единица над напряж. — ЭДС на участке.

$\varphi_A = -I_2 \cdot 2r + \cancel{\varphi_B}\ I_3 r - \varphi_b$



$I_1 = I_2 + I_3;$
$I_2 + I_4 = I_5;$
$I_2 = I_4 + I_3;$
$I_6 = I_5 + I_1;$

$I_1 = I_2 + I_3;$
$I_2 = I_1 + I_6;$
$I_5 = I_3 + I_4.$

$$\begin{cases} I_2 r + I_6 \cdot 2R = \varepsilon; \\ I_3 2r - I_2 r = \varepsilon; \\ I_6 \cdot 2r - I_3 r = \varepsilon \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1 + 2I_6 = \frac{\varepsilon}{r} \to I_4 + 3I_6 = \frac{\varepsilon}{R} \\ -I_2 + 2I_3 = \frac{\varepsilon}{R} \to 2I_3 - I_4 - I_1 = \frac{\varepsilon}{R} \\ -I_5 + 2I_6 = \frac{\varepsilon}{R} \end{cases}$$

(2) $\Rightarrow$ $3I_4 + 2I_3 - I_6 = \frac{\varepsilon}{r}$.
$I_4 + 3I_6 = \frac{\varepsilon}{R}$
$-I_3 + 2I_1 = \frac{\varepsilon}{R}$

$\Rightarrow$ $I_6 = \frac{\varepsilon}{3r};$
$I_5 = \frac{2\varepsilon}{3r};$
$I_4 = 0$
$I_1 = \frac{\varepsilon}{R}$

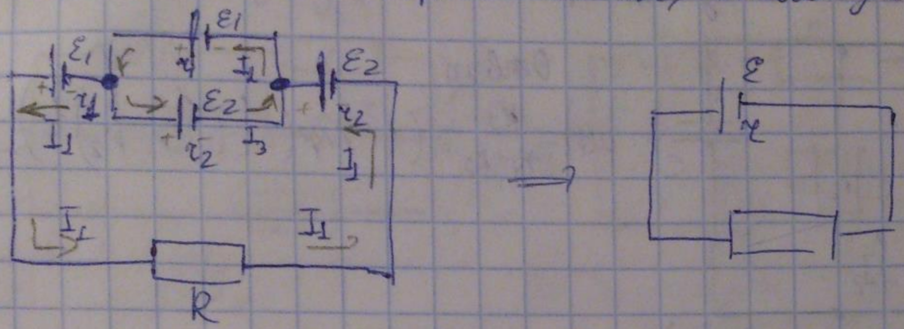
$\varphi(A) - 2r I_3 - \varphi(D) = 0;$
$\varphi(A) = \frac{4\varepsilon}{3};$

$\varphi(C) - \varphi(D) - r I_5 = \frac{2\varepsilon}{3};$
$\varphi(B) - \varphi(A) + I_2 r = \frac{\varepsilon}{3}$

$\Rightarrow \varphi(A) = \frac{4}{3}\varepsilon; \varphi(B) = \frac{1}{3}\varepsilon; \varphi(C) = \frac{3}{2}\varepsilon.$

№1210

Найти ЭДС и вн. сопрот. эл-та, эквив. данной батарее



$I_1 + I_3 = I_2$;

$I_1 r_1 + I_1 R + I_1 r_2 = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_1$

$I_2 r_1 + I_3 r_2 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2$

$$\begin{cases} I_3 = I_2 - I_1; \\ I_2(r_1) + I_1(r_1 + r_2 + R) = 2\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2; \\ I_2 r_1 + (I_2 - I_1) r_2 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_3 = I_2 - I_1; \\ I_2 = \dfrac{2\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - I_1(r_1 + r_2)}{r_1} \\ 2\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - I_1(r_1 + r_2) + \left(\dfrac{2\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - I_1(r_1 + r_2)}{r_1} - I_1\right) r_2 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 \end{cases}$$

$$I_1\left(-r_1 - r_2 - \frac{r_2}{r_1}\right) = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 - 2\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 - \frac{r_1}{r_2}(2\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2)$$

$$- \frac{r_1 + r_2}{r_1}$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{\mathcal{E}_1(r_1 + 2r_2) + \mathcal{E}_2(2r_2 + r_1)}{(r_1 + r_2)^2 + r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}$$

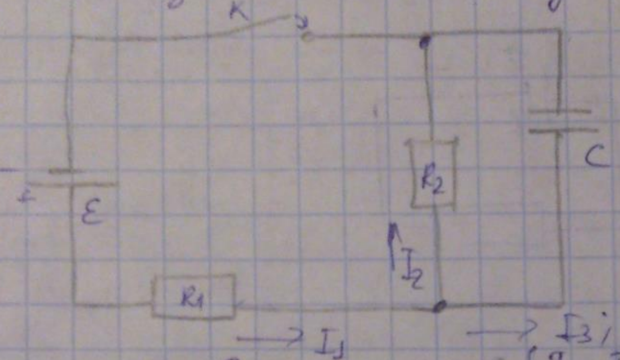
$I_1 R + I_1 r = \mathcal{E} \Rightarrow I_1(R + r) = \mathcal{E}$

$$r = \frac{2r_2}{r_1 + r_2} + \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = \cancel{\frac{3r_1 r_2 + 2r_2^2}{r_1 + r_2}} \quad \frac{r_1^2 + r_2^2 + 3r_1 r_2}{(r_1 + r_2)}$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_2 \frac{r_2}{r_1 + r_2} + \mathcal{E}_1 \frac{r_1 - 2r_2}{r_1 + r_2}$$

№12.18

Найти завис. напряж. на конд. от времени; в $t=0$ К замкн.



Ответ:

$$u(t)=\frac{R_2}{R_1+R_2}\mathcal{E}\left[1-\exp\left(-\frac{1}{C}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)t\right)\right].$$

Решение.

$u_0(-0)=0;$

$$\begin{cases} I_1-I_2=I_3 \\ I_1R_1+I_2R_2=\mathcal{E}; \\ \int I_3dt\cdot\frac{1}{C}-I_1R_2=0; \end{cases}$$

$$u=\frac{\int I_3dt}{C}$$

$$\begin{cases} I_1-I_2=C\dot{u} \\ I_1R_1+I_2R_2=\mathcal{E}; \\ u-I_2R_2=0; \end{cases} \Rightarrow I_2=\frac{\begin{vmatrix}1 & C\dot{u}\\ R_1 & \mathcal{E}\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & -1\\ R_1 & R_2\end{vmatrix}}=\frac{\mathcal{E}-R_1C\dot{u}}{R_2+R_1}$$

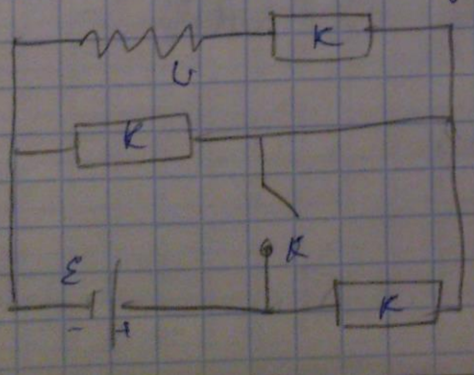
$$u-\frac{R_1}{R_1+R_2}\cdot(\mathcal{E}-R_1C\dot{u})=0.$$

$$u\cdot c(t)=\exp\left(\frac{-t}{\frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot R_1C}\right)$$

$$\Rightarrow u(t)=\frac{R_2}{R_1+R_2}\mathcal{E}\left(1-\exp\left(-\frac{1}{C}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)t\right)\right].$$

№12.21

Найти напр. на катушке как ф-цию от времени.



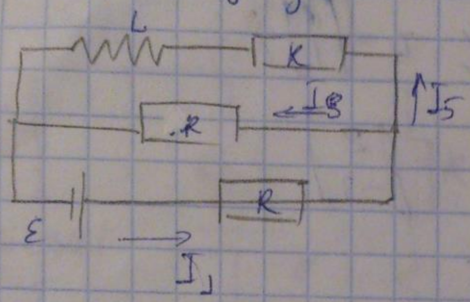
ответ:

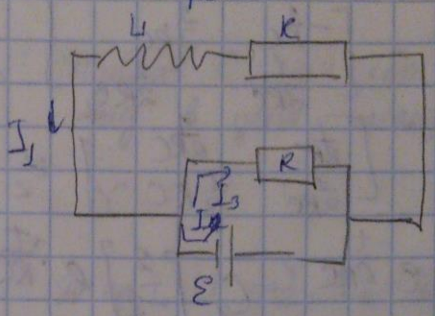
$$u_L(t)=\frac{2}{3}\mathcal{E}\exp\left(-\frac{R}{L}t\right).$$

Решение:

Экв схема до замык-я

После:





$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3; \\ I_1 R + I_3 R = \mathcal{E}; \\ I_1 R - I_3 R = 0; \end{cases} \Rightarrow \quad I_3 = \frac{\mathcal{E}}{3R}; \quad I_2 = \frac{\mathcal{E}}{3R}; \quad I = \frac{2\mathcal{E}}{3R};$$

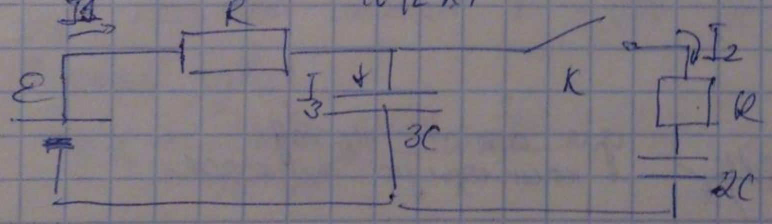
$$U(t) = I_3 R + I_2 R = \frac{2}{3}\mathcal{E};$$

При $t > 0$: $\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3; \\ I_3 R = \mathcal{E}; \\ L\dot{I}_1 + R I_1 = \mathcal{E} \end{cases} \Rightarrow \dot{I}_1 + \frac{R}{L} I_1 = \mathcal{E}; \quad I_1 = c(t)\, e^{-\frac{R}{L}t};$

$c' = \mathcal{E} e^{-\frac{R}{L}t}; \quad c = \frac{\mathcal{E}L}{R} e^{\frac{R}{L}t} + \hat{C} \Rightarrow$

$\Rightarrow U(t) = \frac{2}{3}\mathcal{E}\exp\left(-\frac{R}{L}t\right).$

№12.27



τ - ?

$U_{3C} = max;$

$I_1 = I_2 + I_3;$

$$\begin{cases} I_1 R + \frac{1}{3C}\int I_3 dt = \mathcal{E}; \\ I_1 R + I_3 R + \frac{1}{2C}\int I_2 dt = \mathcal{E} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_1 + I_3 + \frac{1}{RC}\int I_3 dt = \frac{\mathcal{E}}{R}; \\ 2I_2 + I_3 + \frac{1}{2RC}\int I_2 dt = \frac{\mathcal{E}}{R} \end{cases}$$

дифф:

$$\begin{cases} \dot{I}_2 + \dot{I}_3 + \frac{1}{3RC} I_3 = 0 \\ 2\dot{I}_2 + \dot{I}_3 + \frac{1}{2RC} I_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{I}_2 = \frac{1}{3RC} I_3 - \frac{1}{2RC} I_2; \\ \dot{I}_3 = -\frac{2}{3RC} I_2 + \frac{1}{2R} I \end{cases} \leftarrow \text{линейн сист ДУ}$$

$$\left(-\frac{1}{2RC} - \lambda\right)\left(-\frac{2}{3RC} - \lambda\right) - \frac{1}{6R^2C^2} = 0;$$

$$\lambda^2 + \frac{7}{6RC}\lambda - \frac{1}{6R^2C^2} = 0$$

$\lambda_1 = -\frac{1}{6RC}$; $\lambda_2 = \frac{-1}{RC}$;

$A_1 = A - \lambda_2 I = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & \frac{1}{3}RC \\ \frac{1}{2RC} & -\frac{1}{2RC} \end{bmatrix}$; $r_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$;

$A_2 = A - \lambda_2 I = \begin{bmatrix} \frac{1}{2RC} & \frac{1}{2RC} \\ \frac{1}{2RC} & \frac{1}{3}RC \end{bmatrix}$ $r_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = C_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{-\frac{t}{6RC}} + C_2 \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\begin{cases} I_2 = C_1 e^{-\frac{t}{6RC}} + 2C_1 e^{-t/RC} \\ I_3 = C_1 e^{-\frac{t}{6RC}} - 3C_2 e^{-\frac{t}{RC}} \end{cases}$$

$$T = -\frac{\varepsilon}{5} \ln \frac{C_1}{3C_2} = \frac{5}{3} \ln \frac{3C_2}{C1} \cdot RC$$

$Z_R = R$;

$Z_L = i\omega L$

$Z_C = \frac{1}{i\omega C}$

$e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\sin\alpha$;

$U = IZ$

$U = U_0 \cos\omega t = U_0 e^{i\omega t}$ — для этого — переход в комплексную плоскость

$I = I_0 e^{i(\omega t + \varphi)}$ — итоговое выр - е для токов

$I = I_0 \cos(\omega t + \varphi)$

$P = UI$.

Z – импеданс (комплексное сопротивл.).

i – мнимая ед

ω – частота колеб.

2е правило + 1е правило; падение напряж. через импед.

Мгн. знач-е мощности:

$P = \frac{1}{2} U_0 I_0 [\cos(2\omega t + \varphi) + \cos\varphi]$

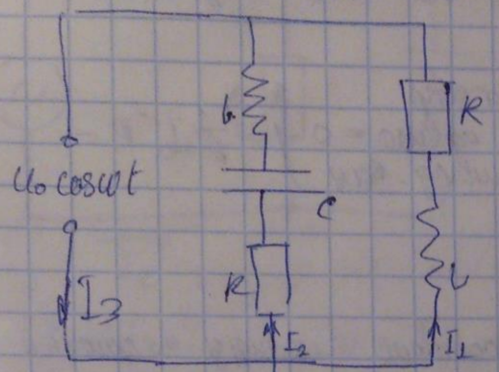
при усреднении: $P = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos\varphi$

$\vec{j} = \lambda\ldots$

$I = \int \vec{j}\, d\vec{S}$ $\quad \vec{\ldots} = 0$

Ни на конд. ни на емкости тепло не выделяется

№1 (12.35)



Найти: C, при кот мощность выд в цепи - максимально,

C - ?

2й пр: $U = I_2(Z_R + Z_C + Z_L) =$
$= I_2(R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C})$

$$I_2 = \frac{U}{R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C}} = \frac{U}{R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

Аналогично: $I_1 = \frac{U}{R + i\omega L}$

Нужно предст отв ~~вы~~ в виде $\rho e^{i\varphi}$

$$I_2 = \frac{U(R - i(\omega L - \frac{1}{\omega C}))}{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = I_{2_0} e^{i\varphi_1}, \text{ где } \cancel{I_{2_0} = \ldots}$$

$$I_{2_0} = U_0 \sqrt{\frac{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}{(R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2)^2}} = U_0 \sqrt{\frac{1}{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

$I_{2_0} = max$ при миним $R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L}$.

Фазовый сдвиг:

$$tg\, \varphi_2 = \frac{Im\, I_2}{Re\, I_2} = \frac{-\omega L + \frac{1}{\omega C}}{R}$$

$tg\, \varphi_2 = 0 \Rightarrow \varphi_2 = 0 \Rightarrow \cos\varphi_2 = 1 = max \Rightarrow$ амплитуда max и $\cos\varphi$ max $\Rightarrow$ max тепловыдел.

Во 2й ветке: $I_1 = a + ib = \frac{U(R - i\omega L)}{R^2 + \omega^2 L^2} = I_{1_0} e^{i\varphi_1}$;

$$I_{1_0} = U_0 \sqrt{\frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

$$P_2 = \frac{U_0}{2} I_0 \cos\varphi_1 = \frac{U_0}{2} \cdot U \sqrt{\frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2}} \cdot \cos\varphi_1$$

$$tg\, \varphi_1 = \frac{-\omega L}{R}$$

$$1 + \frac{\omega^2 L^2}{R^2} = \frac{1}{\cos^2\varphi} \Rightarrow \cos\varphi = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\omega^2 L^2}{R^2}}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

$$P_2 = \frac{U_0 R}{2} \sqrt{\frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

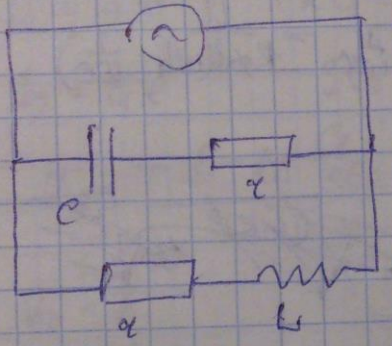
Здесь мы просто считали по формуле

Можно было бы сразу предположить, что ток выделяется только на акт сопром;

$$P = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos\varphi = \frac{1}{2} I_0 R I_0 = \left\{ \begin{array}{l} \text{на акт сопр} \\ \text{tg фаз сдвига} = 0 \\ \text{тк синфаз. вел} \end{array} \right\} = \frac{1}{2} I_0^2 R -$$

то же самое.

№12.32



При каком соотнош. между частотой перем тока ω и парам. схемы r, L, C сдвиг фаз между напряж и током через источник будет равен нулю?

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ U = I_2\left(\frac{1}{i\omega C} + r\right) \\ U = I_3(r + i\omega L) \end{cases} \Rightarrow \quad I_2 = \frac{U}{r - i\frac{1}{\omega C}}, \quad I_3 = \frac{U}{r + i\omega L}$$

$$I_1 = U\left(\frac{1}{r - i\frac{1}{\omega C}} + \frac{1}{r + i\omega L}\right) = U\left(\frac{r + i\frac{1}{\omega C}}{r^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} + \frac{r - i\omega L}{r^2 + \omega^2 L^2}\right) =$$

$$= U\left(\left[\frac{r}{r^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} + \frac{r}{r^2 + \omega^2 L^2}\right] + i\left[\frac{\frac{1}{\omega C}}{r^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} - \frac{\omega L}{r^2 + \omega^2 L^2}\right]\right) =$$

$$\frac{\frac{1}{C}}{\omega} \Big/ \left(r^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}\right) = \frac{\omega L}{r^2 + \omega^2 L^2} \Rightarrow \frac{\omega C}{r^2\omega^2 C^2 + 1} = \frac{\omega L}{r^2 + \omega^2 L^2}$$

$$r^2 C + \omega^2 L^2 C = r^2 L \omega^2 C^2 + L$$

$$\omega^2 (L^2 C - r^2 C^2 L) = L - rC^2$$

$$\omega^2 = \frac{L - r^2 C}{LC(L - r^2 C)} = \frac{1}{LC} \quad (1)$$

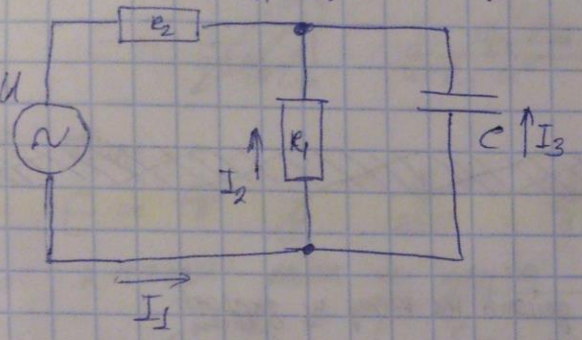
(2): $L = r^2 C \Rightarrow$ частота — любая

$\frac{a}{c}$ $\quad I = \int j\, d$

$R \quad \dot\rho + \operatorname{div} \vec{j} = 0$

№12.46

Найти $P_{сред}$, отдаваемую источником.



$U = U_0 \cos \omega t$;

$I_1 = I_2 + I_3$; $\quad U = I_1 R_2 + I_2 R_1$; $\quad U = I_3 \frac{1}{i\omega C} + I_1 R_2$ $\Longrightarrow$ $I_2 = \frac{1}{i\omega C R} I_3$, $\quad I_3 = i\omega C R_1 I_2$.

$I_1 = I_2 (1 + i\omega C R_1)$;

$U = I_2 R_1 + I_2 R_2 \cdot (1 + \omega C i R_1)$.

$I_2 = I_{2_0} e^{i\varphi_2}$

$I_{20} = U_0 \frac{1}{\sqrt{(R_1+R_2)^2 + (\omega C R_1 R_2)^2}} \Longrightarrow Q = \frac{1}{2} I_{20}^2 R_1 = \frac{1}{2} U_0^2 \frac{R_1}{(R_1+R_2)^2 + (\omega C R_1 R_2)^2}$!

не общ, а на этом участке

$\frac{1}{2} U_0 I_0 \cos \varphi$

На R_2:

$I_1 = I_2 (1 + i\omega C R_1) = I_{20} e^{i\varphi_2} (1 + i\omega C R_1) = U \frac{1 + i\omega C R_1}{R_1 + R_2 + i\omega C R_1 R_2}$

$I_{1_0} = U_0 \cdot \sqrt{\frac{1 + \omega^2 C^2 R_1^2}{(R_1 + R_2)^2 + (\omega C R_1 R_2)^2}}$

! $P_2 = \frac{U_0^2 R_2 (1 + \omega^2 C^2 R_1^2)}{2((R_1 + R_2)^2 + (\omega C R_1 R_2)^2)}$

Итог ответ: $\boxed{P_1 + P_2}$

След раз (14.05) — сдача теор вопросов.
теор. минимум — у лектора (31 вопрос)
(все векторы, все подробно с объяснениями)

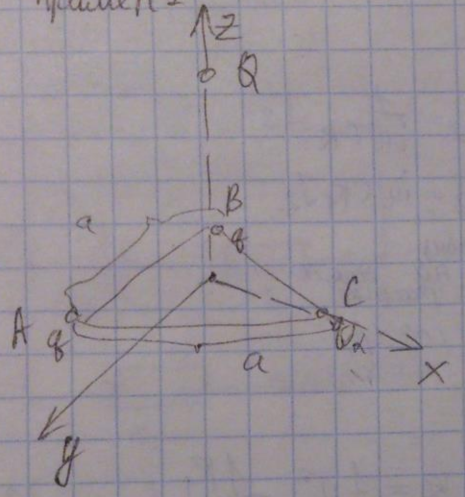
Сам задачи: снач задача, потом, если успеваешь — это теорию

посл 14 го числа;

1я итерация чт 17 или пт 18 ч 1,5 часа.
или 21 ч

Итого: 1 задача

§1.
Пример 1



Найти: силу, дейст. на кажд. из зарядов

$$F_C = \vec{r}\frac{kQq}{(QC)^3} + 2\frac{kq^2}{a^3} - F_A = F_B$$

$$QC^2 = OC^2 + OQ^2$$

$$OC^2 = \left(\frac{a}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{16}$$

$$OQ^2 = a^2 - \frac{3a^2}{16} = \frac{13}{16}a^2$$

$$QC^2 =$$

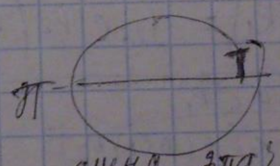
$$F_{C_x} = \frac{kQq}{a^2}\cdot\cos\alpha + 2\frac{kq^2}{a^2}\cdot\cos 30^\circ =$$

$$\cos\alpha = \frac{OC}{a} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$\frac{F}{q}$

$$F_q = \frac{kQq}{a^2}\cdot\sin\alpha = \frac{kQq}{a^2}\cdot\frac{\sqrt{13}}{4}$$

$$F_{C_x} = \frac{kQq}{a^2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{kq^2}{a^2}\cdot\sqrt{3}$$

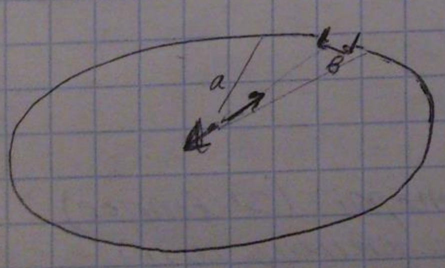


длина $2\pi a$; b

$$\varphi = \frac{l}{2\pi a}$$

Д/З 1
№1 (2), (5), (6), 10, 16

№1.2



Равн. распр. q.
Найти: $|E|$ и напр. E в центре

$$dq = \frac{q}{2\pi l}$$

$$\int_0^{2\pi - \frac{b}{2\pi a}} \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r} = \frac{\vec{q}}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$\int_0^{2\pi - \frac{b}{2\pi a}} \frac{q}{2\pi a}\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\vec{r}}{r^3}\,dr =$$

$$= \left(2\pi - \frac{b}{2\pi a}\right)\cdot\frac{q}{8\pi^2 a}\cdot\frac{1}{\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{a^2} = \frac{\cancel{2\pi}\cdot 4\pi^2 a\, b}{q}\, l/2$$

$\vec{j} = \lambda \vec{E}$

$I = \int \vec{j}\, d\vec{S}$

$= \frac{a}{c}$

$? = 0$

$= \frac{4\pi^2 a - b}{2\pi a} \cdot \frac{q}{\varepsilon_0 8\pi^2 a^3} = \frac{q(4\pi^2 a - b)}{16\pi^3 a^4 \varepsilon_0}$

$E = \cancel{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{2\pi}} \quad \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q(2\pi a - b)}{a^2} = \frac{q(2\pi a - b)}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$

Напр-е

$E = \cancel{\frac{q}{b}} \cancel{\int} \frac{q}{2\pi a} \cdot \frac{q(\cancel{2\pi a} - b)}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$

2 части кольц от друга

№1.5

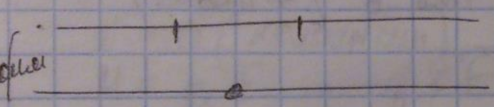
Беск длинн || нити, заряж с лин плотн

$k = 3\cdot 10^{-6}$ Кл/м;

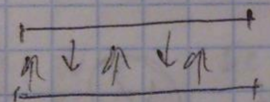
$b = 20$мм

нити отталкиваются

Сила, действ на ед длины -?



Из сообр симметрии поле как на рисунке;



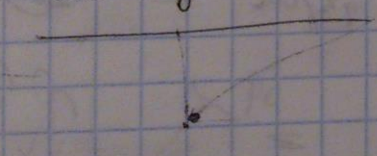
$\cancel{F}$

$F_{\text{точ}} = \frac{k^2 \cdot b}{4\pi\varepsilon_0 b^3} = \frac{k^2}{4\pi\varepsilon_0 b^2}$

~~F l~~ $F_{\text{точ}}$

$\int_0^l \_\_ = \frac{k^2}{4\pi\varepsilon_0 b^2}\cdot l$

Сила, дейст на точку:



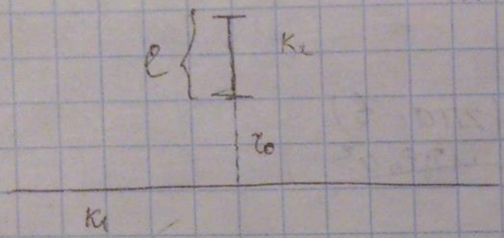
$\int_0^{\pi} \frac{k^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{\frac{b}{\cos\varphi}} d\varphi =$

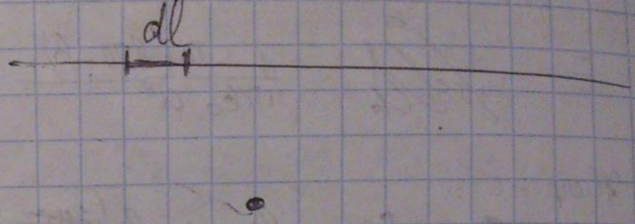
$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{k^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{d\varphi \cos^2\varphi}{b^2} = \frac{k^2}{4\pi\varepsilon_0 b^2}\int_0^{\pi} \cos^2\varphi\, d\varphi$

$= \frac{k^2}{4\pi\varepsilon_0 b^2} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{k^2}{8\varepsilon_0 b^2}$

На прямую: $l \frac{k^2}{8\varepsilon_0 b^2}$

№1.6.





Сила, действ на отр:

$\int_{r_0}^{r_0+c} \left\{\text{сила на точку}\right\} dr$

Сила, действ на точку:

$$\int_{-\infty}^{b} \frac{k^2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\vec r}{r^3}\,dl + \int_{b}^{+\infty}\frac{k^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec r}{r^3}\,dl =$$

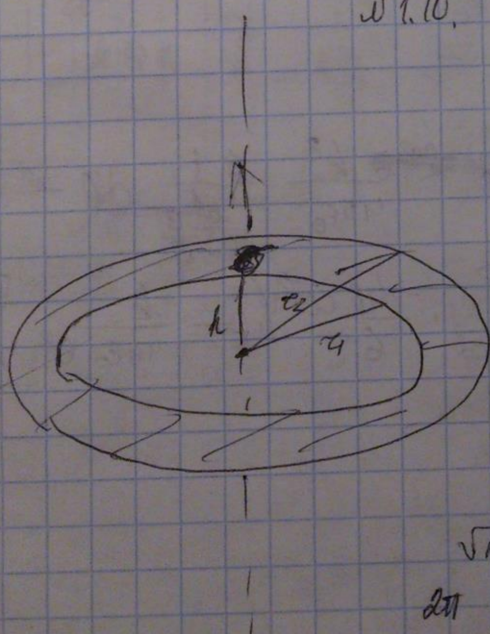
$$= 2\int_{0}^{+\infty}\frac{k^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{b}{r^2}\,dl = \quad 2\cdot 2\cdot\frac{k^2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{b}{b^2} = \boxed{\frac{k^2}{2\pi\varepsilon_0 b}}$$

$$\cancel{dl = \frac{b}{\cos\alpha_1} - \frac{b}{\cos\alpha_2} = \frac{b(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)}{\cos\alpha_1\cos\alpha_2}}$$

На отрезок: $\int_{r_0}^{r_0+c}\frac{k_1k_2}{2\pi\varepsilon_0 r}\,dr = \ln\left(\frac{r_0+c}{r_0}\right)\cdot\frac{k_1k_2}{2\pi\varepsilon_0}$ ✓

№1.10.

Напряж на ⊥ - ?



$$2\pi\cdot\int_{\sqrt{h^2+r_1^2}}^{\sqrt{h^2+r_2^2}}\frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r^2+h^2}\,dr =$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\cancel{\frac{1}{r}} =$$

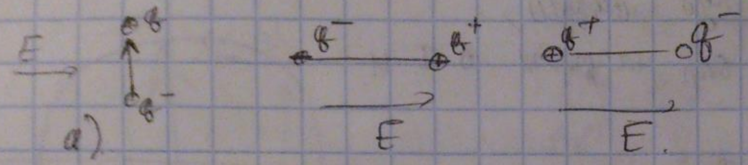
$$= \frac{h\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{h^2+r_2^2}} - \frac{1}{\sqrt{h^2+r_1^2}}\right].$$

h

$$\cancel{2\pi\int_{\sqrt{h^2+r_1^2}}^{\sqrt{h^2+r_2^2}}\frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r^2+h^2}\,dr =}$$

$v = \frac{a}{c}$ $\qquad \vec{j} = \lambda \ldots$ $\qquad I = \int \vec{j}\, d\vec{S}$ $\qquad \operatorname{div} \vec{j} = 0$

№2. (4), (7), (10), 15.



а)

Дано: $\vec{p_e}$; $\vec{E}$

Найти: $\vec{W}, \vec{M}, \vec{F}$!

момент сил

(9.58)

$$W = q\varphi = 2q \frac{\vec{r}\,\vec{p_e}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = 2\frac{q\,p_e}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \quad ?$$

а) $\cancel{\vec{M} = \vec{E}}$. $\quad M = 0$

$\cancel{\vec{F} = q\vec{E}}$

$\vec{p_e} = q\vec{l}$

а) $\varphi(M) = \frac{(\vec{r}\,\vec{p_e})}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$ – потенциал диполя

$W = 0$ (компенсир).

$M = p_e E = q\vec{l}\vec{E}$; в плоскость рисунка

$F = 0$

б). $W = -p_e E = -q\vec{l}E$

$M = 0$

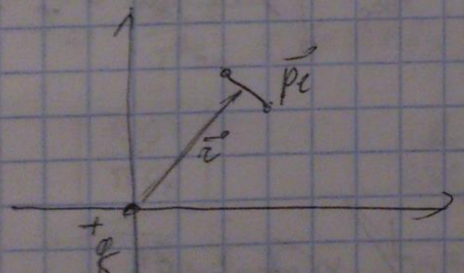
$F = 0$

в) $W = p_e E = q\vec{l}\vec{E}$.

$M = 0$

$F = 0$

№7.



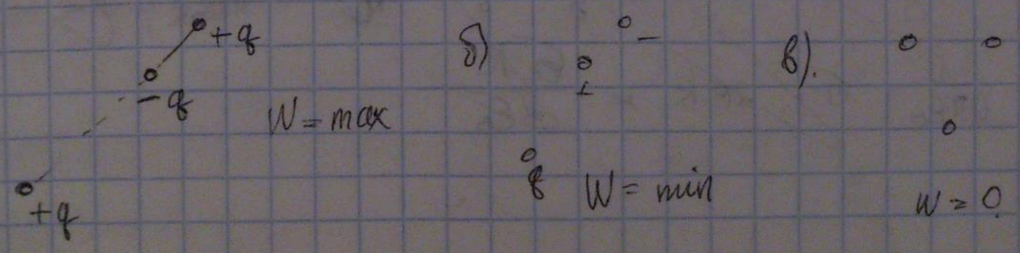
(10.14)

При какой ориент диполя энергия взаимод

а) max

б) min

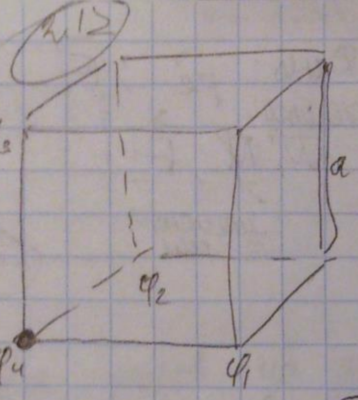
в) = 0.



а). б) в).

(10.15)

2.12



Куб мелкий;
опр напряж в т. и.

Реш:
принцип суперпоз
ребра – диполи

$$\cancel{E =}$$
$$\cancel{\varphi = q\ell E}$$
$$\cancel{p = \ell q}$$

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad \varphi_i = 4\pi\varepsilon_0 a\varphi_i$$

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

будем разделять ребра

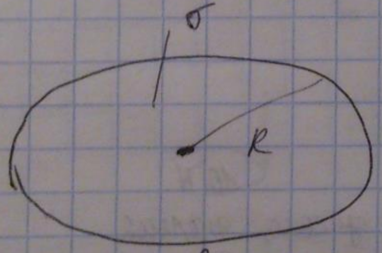
$$E = \frac{q_1 \cdot (-i)}{4\pi\varepsilon_0 a^2} + \frac{q_2 (j)}{4\pi\varepsilon_0 a^2} + \frac{q_3(-k)}{4\pi\varepsilon_0 a^2} \qquad \varphi_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

$$= \frac{\varphi_1}{a}(-\vec{i}) + \frac{\varphi_2(\vec{j})}{a} + \frac{\varphi_3(\vec{k})}{a} = \qquad \varphi_3 = \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 a}.$$

$$= \frac{\varphi_1(\vec{i}) + \varphi_2(j) + \varphi_3(k)}{a}$$

10.26

2.15.



Найти потенциал края диска.

Реш:

$$\varphi(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S \frac{\sigma dS}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^r dr \int_0^{2\pi} d\varphi\, \sigma \frac{\cancel{r\,dr\,d\varphi}}{r} =$$

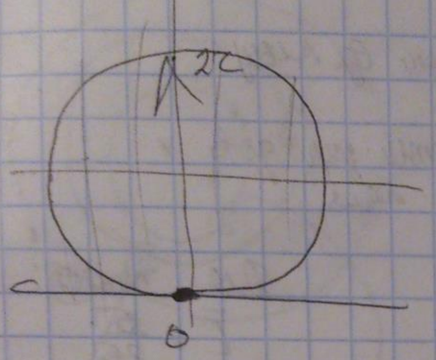
$$\cancel{= \int_0^r dr \int_0^{2\pi} d\varphi =}$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S \frac{\sigma dS}{R} = \cancel{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^R dr \int_0^{2\pi} \frac{r\,dr\,d\varphi\,\sigma}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R}\cdot \pi R^2 = \boxed{\frac{\sigma R}{4\varepsilon_0}}} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\sigma\cdot 2\pi R = \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}$$

$4\pi\varepsilon_0 R$ $\quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} j = 0$

$\frac{\partial Q}{\partial t} + I = 0$



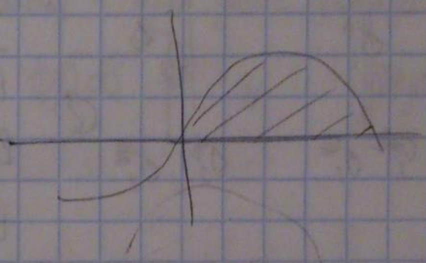
По Ox все взаимно компенс.

По Oy:

$\int_0^{2R} dr \int_0^{\pi} \ell$

$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iint \frac{\sigma\, dS}{r}$

$\int$



$x^2 + (y-r)^2 = r^2$

$x = r\cos\varphi$

$y = r\sin\varphi$

$r^2\sin^2\varphi + r^2\cos^2\varphi - 2r^2\sin\varphi + r^2 = r^2$

$-r^2\sin^2\varphi + r^2\cos^2\varphi = 0; \qquad J = r$

$r^2 \cos 2\varphi = 0.$

$2\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{2r} \frac{\sigma r}{r}\cos 2\varphi\, dr = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{2R} r\cos 2\varphi\, dr =$

$= \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \cdot \cos 2\varphi \cdot \frac{4r^2}{2} = \frac{2R^2\sigma}{\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2\alpha\, d2\varphi =$

$= \frac{R^2\sigma}{\pi\varepsilon_0}\left(-\sin 2\varphi\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{R^2\sigma}{\pi\varepsilon_0}$

$\boxed{\frac{R\sigma}{\pi\varepsilon_0}}$ $\qquad \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \cos 2\varphi \int_0^{2R} \sigma\, dr =$

$\boxed{1 - 2r^2\sin\varphi = 0;}$

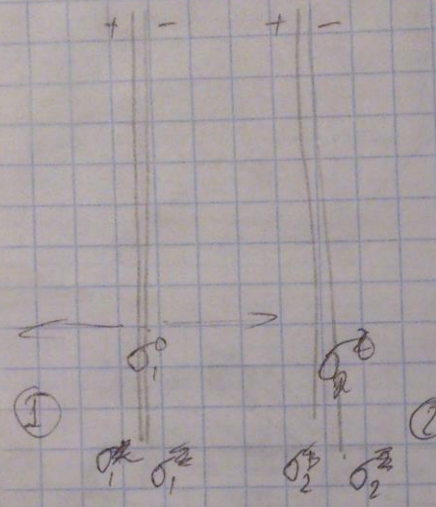
$v = \frac{a}{c}$ $\vec{j} = \lambda E$ $\rho = \lambda$

$I = \int \vec{j}\, d\vec{S}$

10.08. §3. (2), (3), 7, 9, 11, 19.

Полные заряды на ед. площ.

Найти: пов. плотности зарядов + + напряженность поля



$\sigma_1^0 = \sigma_1^1 + \sigma_1^2$

$\sigma_2^0 = \sigma_2^1 + \sigma_2^2$

Для пласт: $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$\vec{E}_{внутр} = E_1 + E_2 = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^1}{2\varepsilon_0}$

$E_{внеш①} = E_2 - E_1 = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_1}{2\varepsilon_0}$

$E_{внеш②} = E_1 - E_2$

Пов пл зарядов:

$\cancel{\sigma_2^1 - \sigma_2^2 + \sigma_1^2 = 0}$; $\cancel{\sigma_1^2}$

$\sigma_1^2 - \sigma_1^1 + \sigma_2^1 - \sigma_2^2 = 0.$

$\sigma_1^1 + \sigma_1^2 = \sigma_1^0;$

$\sigma_2^0 = \sigma_2^1 + \sigma_2^2,$

$\cancel{\sigma_2^1 + \sigma_1^2 - \sigma_2^2 - \sigma_1^1 = 0.}$

$\sigma_1^1 = \sigma_1^0 - \sigma_1^2$

$\sigma_2^2 = \sigma_2^0 - \sigma_2^1$

$\cancel{\sigma_1^2 + \sigma_2^1 =}$ $\sigma_2^0 + \sigma_1^0 - \sigma_1^2 - \sigma_2^1 = \sigma_1^2 + \sigma_2^1$

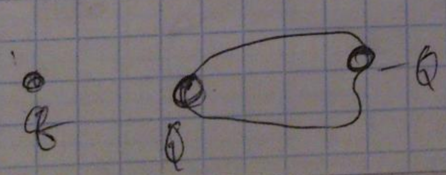
(1.14)

$\sigma_1^2 + \sigma_2^1 = \frac{\sigma_2^0 + \sigma_1^0}{2}$

№3.3

Д-ть, что заряды, инд на проводнике зарядом q, по модулю не больше q

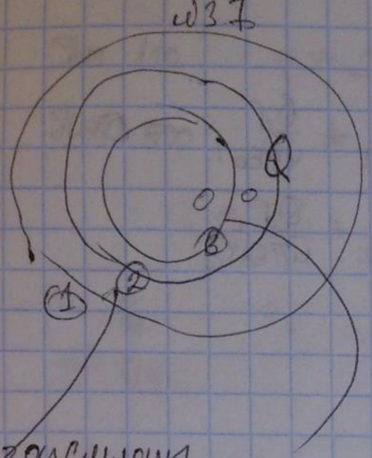
поле в середине:



$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}$

(1.2(?)

№37



Найти: напряж-и поля во всем пространстве.

Заземлены $\Rightarrow$ потенциал этих сфер $= 0$.

φ для точ заряда $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$; $\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

Вне сферы потенц - как у точ заряда

$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E}$; $\oint \vec{D}d\vec{S} = \Sigma q_i$ Т. Гаусса

заземлены.

$\varphi_1 = \varphi_3 = 0$;
$\varphi_2 =$

Снаружи: напряженность $E = 0$ т.к ~~...~~ $\varphi_3 = 0$ {шар заземл}

$$\cancel{\varphi}\ \varphi(r) = \begin{cases} r < r_1 & - 0 \\ & = r_1 \quad \cancel{\frac{q}{...}} \\ r \in (r_1 r_2) & - \text{от } Q \text{ пот нет.} \\ & = r_2 \quad \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \\ r \in [r_2 r_3] & - \\ & = r_3 \\ r \in [r_3 \cancel{r_4} +\infty) & = 0 \end{cases}$$

Потенциалы:

~~Внутри~~ ~~r<r~~ $r > r_3$: $\varphi = 0 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \cancel{q}\frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 r}$ $\quad q' = -Q$

$r \in [r_2; r_3]$; $\varphi = \{$пот на поверхн больш$\} + \{$пот средн$\} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$.

$r \in [r_1; r_2]$; $\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$; q - заряд, появ на малой.

на пов средн

$r \in [0; r_1]$ $\varphi = 0. = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2} + \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 r_3}$

$$q = \left(-\frac{Q}{r_2} + \frac{Q}{r_3}\right) r_1 = Q r_1 \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_2}\right).$$

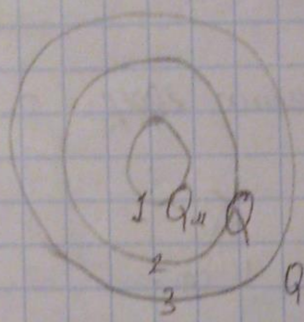
E: внутри малой: 0

$r \in [r_1 r_2]$: $\frac{kq}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2} + kq$

$r \in [r_2 r_3]$:

Потенц:

$r > r_3: \varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{Q_б}{4\pi\varepsilon_0 r} = 0$



$r < r_1: \varphi = \frac{Q_м}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2} + \frac{Q_б}{4\pi\varepsilon_0 r_3}$

$Q_б = -Q$,

$Q_м = Q r_1 \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_2}\right)$.

$E_1 = 0$

$E_{1-2} = \frac{Q_M}{4\pi\varepsilon_0 r^2} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2} = \frac{Q r_1\left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_2}\right)}{4\pi\varepsilon_0 r^2} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{r_1}{r_3} - \frac{r_1}{r_2 r^2}\right.$

$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{r_1}{r_3 r^2} - \frac{1}{r_2 r^2} + \frac{1}{r_2^2}\right)$.

Потенц $1-2$

$\varphi_1 = 0 = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q_{M}}{r^2} + \int_{R_2}^{R_3} \frac{Q_M + Q}{r^2} = \frac{Q_M}{R_2 - R_1} + \frac{Q_M + Q}{r_3 - R_2} \Rightarrow$

$\Rightarrow Q_M$

№39

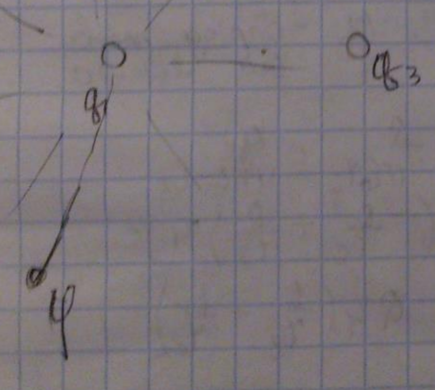
$q_2 (-)$

Шары металлич

Проволокой, подкл к какому-то ист с пост потенц, по очереди касаются шаров.

q_1, q_2

$\frac{q_2^2}{q_1}$?



$q_3 - ?$

При 1м касании пот шара:

$\varphi_{ист} = \frac{k q_1}{r}$

После 2го кас:

$\varphi_{ист} = \frac{k q_1}{r_1} + \frac{k q_2}{r_2}$

После 3: $\varphi_{ист} = \frac{k q_1}{r_1} + \frac{k q_2}{r_2} + \frac{k q_3}{r_3}$

$F = \frac{k q_2^2 q_1}{q_1 a^2} = \frac{k q_2^2}{a^2}$

$F_2 = \frac{k q_2^2 q_2}{q_1}$

Пот 1го: $\varphi = \frac{kq_1}{r_1}$

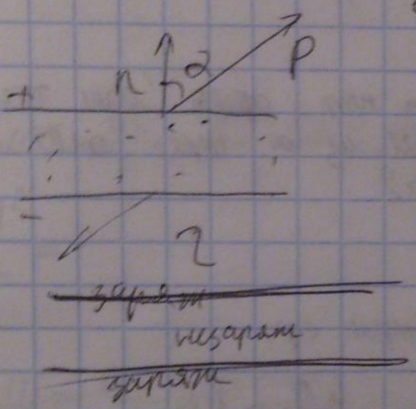
Пот 2го $\varphi = kq_2$

$W = q_1\varphi$

$q_1\varphi + q_2\varphi$

$W = q\varphi$

$\text{б } 3.19$ 15.02



Найти: напр внутри и вне слоя.
(однородно поляриз)

$\cancel{\vec{P} = \chi\varepsilon_0\vec{E}}$

слой создает поле

$\vec{P} = n\vec{p_e}; \Rightarrow \vec{p_e} = \frac{\vec{P}}{n} -$ кол-во

Как дип созд: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

$\vec{E} = \frac{P\cos\alpha}{\chi\varepsilon_0} = \frac{|P|\cos\alpha\,\vec{n}}{\varepsilon_0}$

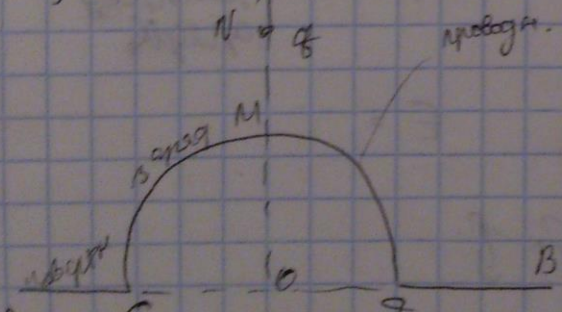
Внутри и вне НЕЗАРЯЖ диэл слоя с ~~[illegible]~~ поляриз $\vec{P}$

~ конденсатору E - $\sigma = D_{n_1} - D_{n_2} = \varepsilon\varepsilon_0$

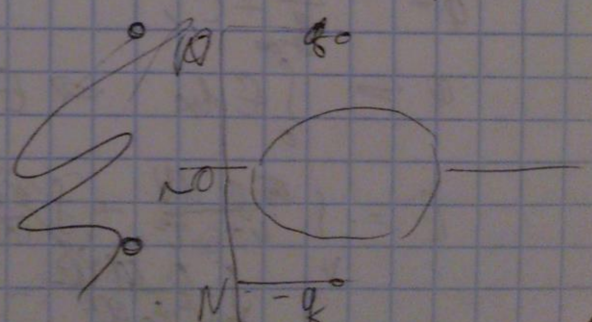
15.14

§ 4 7, 9, 10, 18, 19, 20.

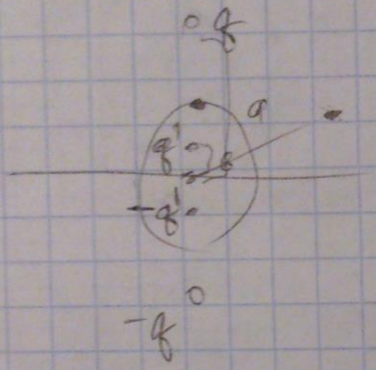
Найти: потенциал во всем пр-ве



~



Потому на сф = 0;



$\varphi(r, \alpha) =$

$\varphi(A) = \varphi(B) = \varphi(C) = 0.$

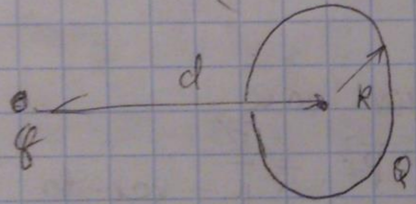
q

$\frac{q}{a-r} - \frac{q}{a+r} - \frac{q'}{r+b} + \frac{q'}{r-b} = 0;$

$\frac{q}{\sqrt{a^2+r^2}} - \frac{q}{\sqrt{a^2+r^2}} = 0.$

$q\left(\frac{2r}{(a+r)(a-r)}\right) = 2q' \frac{2b}{(r+b)(r-b)}$!

√4.9



Как б минялся пот. сферы, если точ заряд q перем из ∞ через это внутрь шара?

Когда q вне сф:

$\overset{\circ}{q}$ $\quad$ $\overset{\circ}{Q}$

$\varphi = \frac{kQ}{r}$

внутри: $\varphi = \frac{kQ}{R}$

q внутри сф;

$\varphi_{внеш} = \frac{kQ}{r} + \frac{kQ}{r_1}$

$\varphi_{внут} =$

4.10

Найти: напряж и распред зарядов

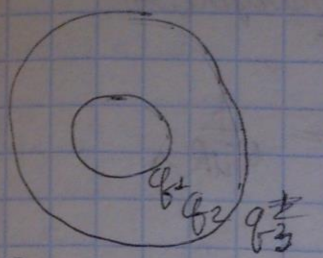
$\varphi = -\frac{\alpha x^2}{2} + C;$

$\varphi = \int_0^{+\infty} E\,dx \Rightarrow E = -\alpha x.$ $\quad E =$

$E = \int_V \frac{\rho\, dV}{4\pi\varepsilon_0 r^2} + \cancel{\int \frac{\sigma\, dV\, dS}{4\pi\varepsilon_0 r^2}} + \oint$

$\int_S \frac{\rho\, 4\pi r^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = -\alpha x$

№5.2



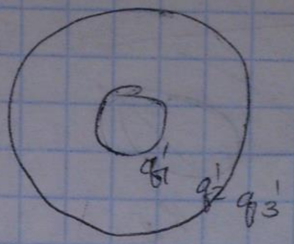
До заземления:

$q_1 = q_2$.

$W =$

Была: $\frac{QC}{2} = \frac{q_2+q_3}{2} \cdot \frac{4\pi\varepsilon R_1 R_2}{R_1+R_2}$

$\frac{CU^2}{2} =$



После заземления

$\cancel{q_1^0 = q_2^{\neq 0}}$

$q_2^0 + q_2 = \cancel{q_2} + q_2'$

$q_1' = q_2'$

$q_2 + q_3 = q_2' + q_3'$

$\varphi_{внутр} = 0$

$q_1' = q_2' = 0$

$q_3' = q_2 + q_3$.

Потенциал:

$\int_{R_2}^{+\infty} \frac{q_2+q_3}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{q_2+q_3}{4\pi\varepsilon R_2}$

$W = \frac{1}{2} \frac{q_2+q_3}{4\pi\varepsilon R_2}$.

$\cancel{\Delta W = \frac{q_2+q_3}{2} \cdot \left(\frac{4\pi\varepsilon R_1 R_2}{R_1+R_2}\right.}$

$q_2 + q_3 = CU = U \cdot \frac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}$.

$\cancel{\Delta W = \frac{1}{2}(CU) \cdot}$ $\frac{1}{2}CU^2 - \frac{1}{2}CU \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon R_2} = \frac{1}{2}CU\left(U - \frac{1}{4\pi\varepsilon R_2}\right) =$

$= \frac{1}{2}$