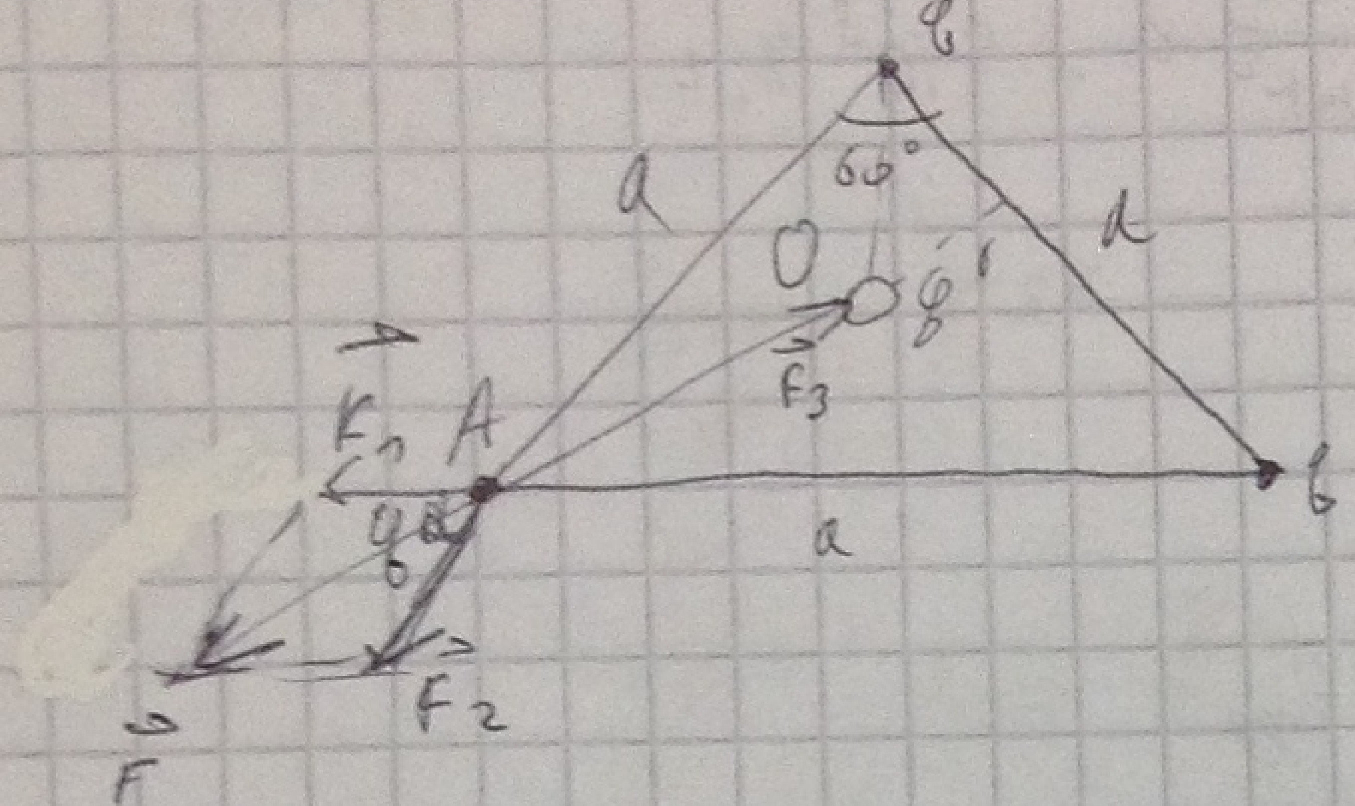
Физика

§1

№1.1.




Дано: $F_{равн.} = 0$

$q$

Найти: $q'$

очевидно, $q q' < 0$

$\Downarrow$

$F_{равн.} = 0 \Rightarrow \vec{F_3} = \vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$

$AO = \frac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow F_3 = \frac{-k q q' \cdot 3}{a^2}$

$\vec{F} = \sqrt{\vec{F_1}^2 + \vec{F_2}^2 - 2F_1F_2\cos\alpha}$, $\alpha = 120°$

$\Downarrow$

$F = \sqrt{\left(\frac{kq^2}{a^2}\right)^2 + \left(\frac{kq^2}{a^2}\right)^2 + 2\left(\frac{kq^2}{a^2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}} =$

$= \sqrt{2\left(\frac{kq^2}{a^2}\right)^2 + \left(\frac{kq^2}{a^2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}kq^2}{\cancel{a^2}} = -\frac{kqq' \cdot 3}{\cancel{a^2}}$

$\Downarrow$

$q' = -\frac{q}{\sqrt{3}}$

№1.3.

Дано: $m_e$

$G$

$e$

Найти:

$\frac{F_{эл}}{F_{гр}}$

$F_{эл} = \frac{ke^2}{r^2}$, $F_{гр} = G\frac{m_e^2}{r^2}$

$\Downarrow$

$\frac{F_{эл}}{F_{гр}} = \frac{ke^2}{Gm_e^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 G}\left(\frac{e}{m_e}\right)^2 =$

$\approx 4{,}2 \cdot 10^{42}$

№ 1.4

$r = 10^{-3}$ м
$m = 9.1 \cdot 10^{-31}$ кг
$e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл

---

$a$ - ?

$$ma = \frac{ke^2}{r^2}$$

$$\Downarrow$$

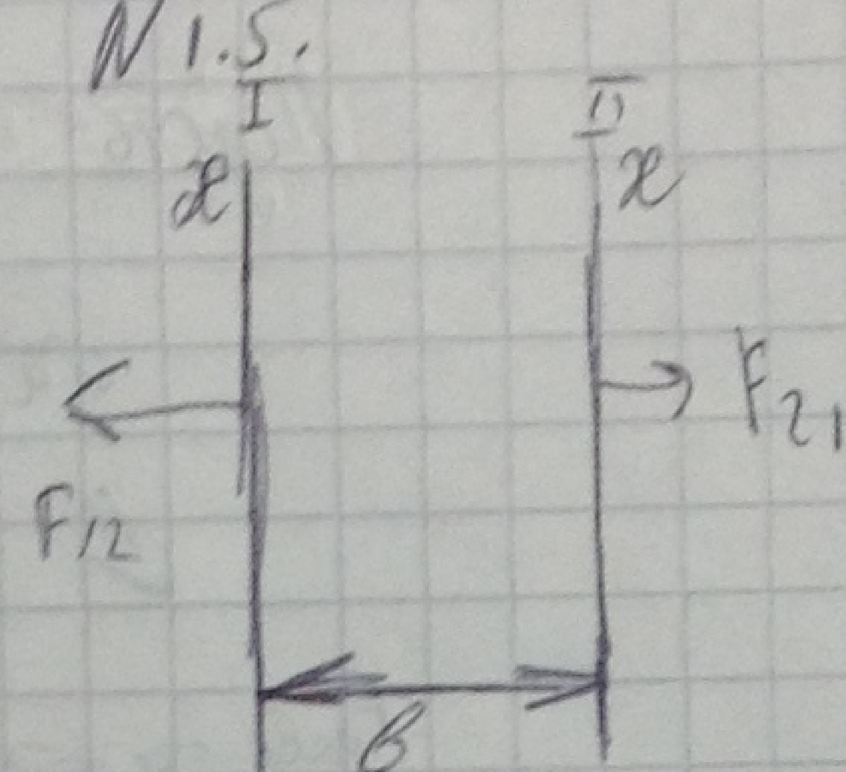
$$a = \frac{ke^2}{mr^2} \approx 2.5 \cdot 10^8 \text{ м/с}^2$$

№ 1.5.

$\varkappa = 3 \cdot 10^{-6}$ Кл/м
$b = 2 \cdot 10^{-2}$ м

---

$F_l$ - ?




$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ (III з. Н.)

$E_1 = \dfrac{\varkappa}{2\pi\varepsilon_0 \cdot b}$ (I нить => II нить)

$$\Downarrow$$

$$F_{21} = F = Q_2 E_1 = \frac{Q_2 \cdot \varkappa}{2\pi\varepsilon_0 b}$$

Заряд отрезка нити: $Q_2 = \varkappa \cdot l$

$$\Downarrow$$

$$F = \frac{\varkappa\, l \cdot \varkappa}{2\pi\varepsilon_0 b}$$

$$\Downarrow$$

$$F_l = \frac{F}{l} = \frac{\varkappa^2}{2\pi\varepsilon_0 b} = 8.1 \text{ Н/м}$$ (отталкиваются).

№ 1.2.

$a$
$b \ll a$
$b > 0$

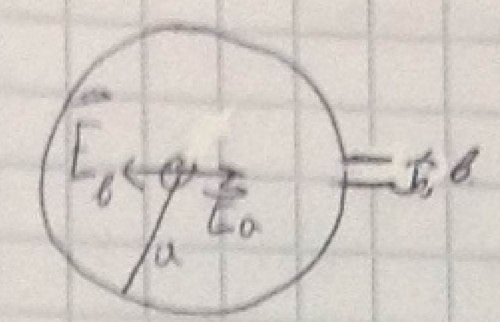
---

$\vec{E}_{внутр}$

① р/м кольцо без щели

$$\Downarrow$$

② в силу симметрии в центре кольца поле равно нулю. Но это поле - суперпозиция полей кольца с прорезью $\vec{E}_a$ и поля заряда в прорези $\vec{E}_b$



$$\vec{E}_a+\vec{E}_b=0$$
$$\Downarrow$$
$$\vec{E}_a=-\vec{E}_b$$

③ поле $\vec{E}_b$ $(b \ll a)$

$$q_b=\frac{qb}{2\pi a-b}\approx\frac{qb}{2\pi a}$$

$$E_b=\frac{qb}{8\pi^2\varepsilon_0 a^3}$$ и направлено от прорези.

$$\Downarrow$$

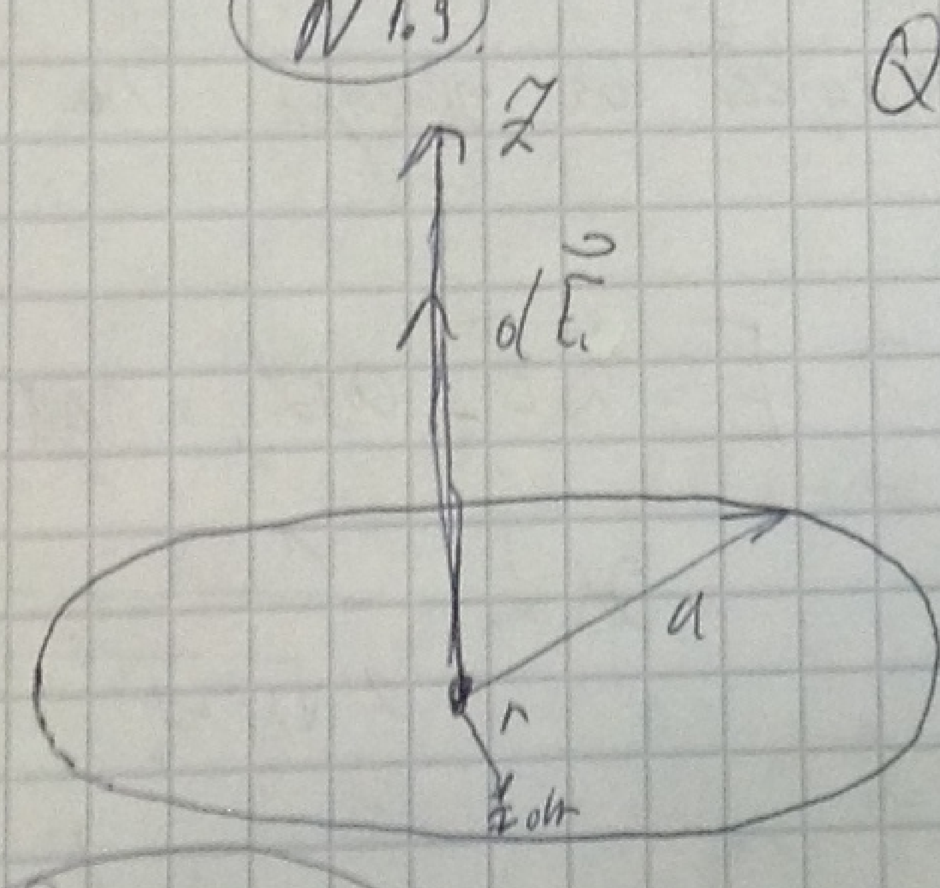
$E_a=E_b$ и напр. от центра кольца к прорези.

№1.9

Дано:
$a$
$Q$

---

$E_z$
$z \ll a$
$z \gg a$



$Q=\sigma\cdot S=\sigma\cdot 2\pi a^2$

$dq=\sigma dS=\sigma\cdot 2\pi r\,dr$

Ф-ла для $E$ на оси кольца, запишем $E$ в точке $A$ с координатой $z$.

$$dE_z=\frac{z\,dq}{4\pi\varepsilon_0(r^2+z^2)^{3/2}}=\frac{z\cdot\sigma 2\pi r\,dr}{4\pi\varepsilon_0(r^2+z^2)^{3/2}}$$

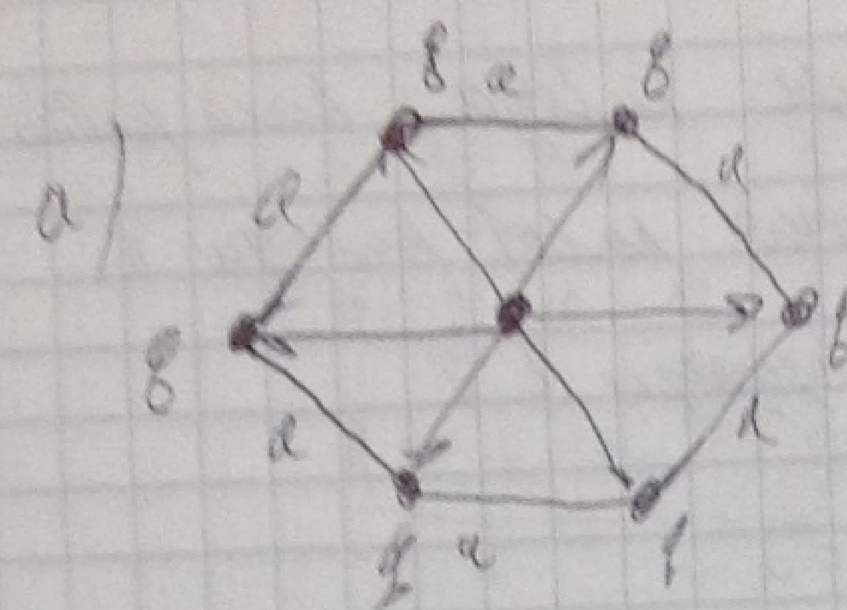
$$\Downarrow$$

$$E_z=\frac{\sigma}{4\varepsilon_0}z\int_0^a\frac{2r\,dr}{(r^2+z^2)^{3/2}}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{z}{\sqrt{a^2+z^2}}\right)=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 a^2}\left(1-\frac{z}{\sqrt{a^2+z^2}}\right)$$

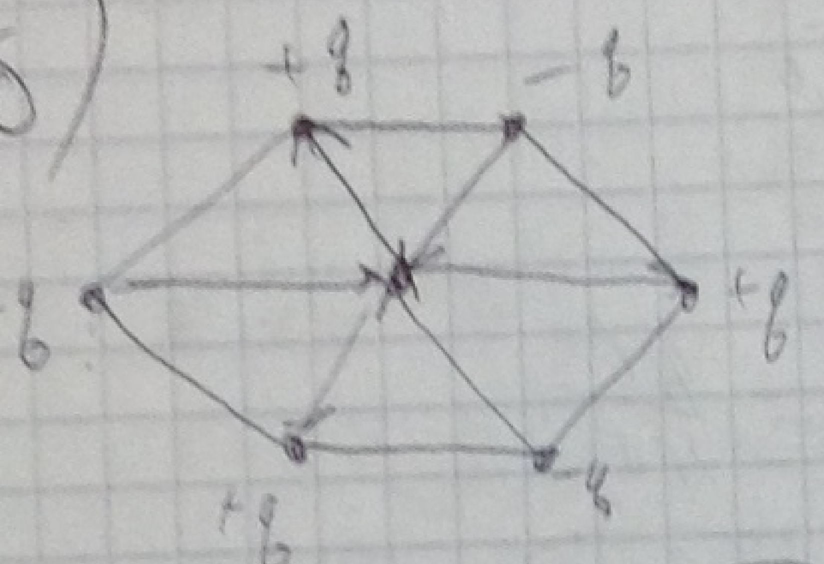
$z \ll a$
$$\Downarrow$$
$$E=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 a^2}$$

$z \gg a$
$$\Downarrow$$
$$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 z^2}$$

N1.7

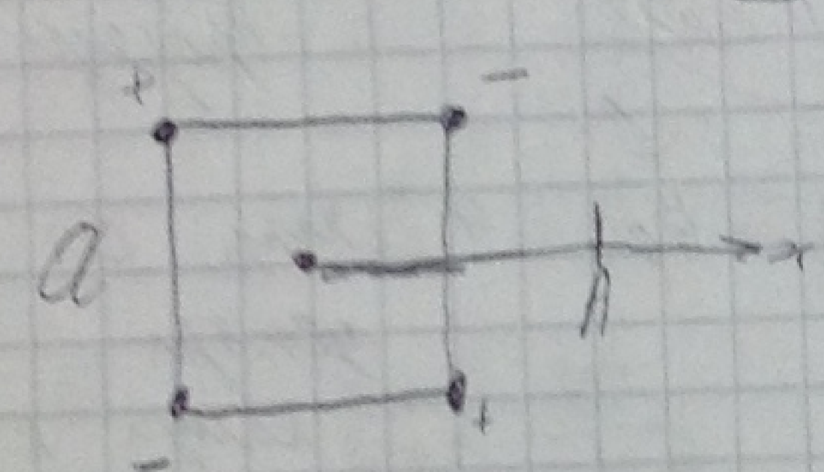
а) 

$E = 0$

б) 

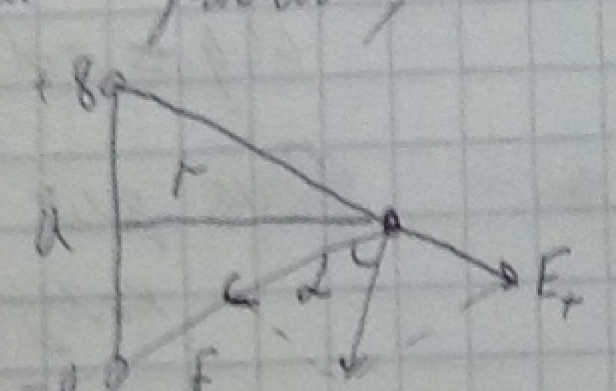
$E = 0.$

N 1.8



① Поле квадруполя можно получить, наложив поле двух диполей.

② Рассчитаем поле диполя в точке на перпендикуляре к оси диполя, восстановл. из центра диполя, и отстоящей от центра на $r \gg l$.



$\Rightarrow E = 2E_- \cos\alpha$, где

$$\cos\alpha = \frac{l}{2\sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4}}} \approx \frac{l}{2r}$$

$$E_- = E_+ = \frac{kq}{r^2}$$

$\Downarrow$

$$E = 2\frac{kq}{r^2} \cdot \frac{l}{2r} = \frac{kql}{r^3}$$

③ Складываем два поля (их дип. моменты смотрят в противопол. стороны, сами диполи на расст. $a$)

$\Downarrow$

$$E_y = E_{квадр} = \left|\frac{\partial E_{дип}}{\partial r}\right| \cdot a = \frac{3kq}{r^4} \cdot a^2 = \frac{3qa^2}{4\pi\varepsilon_0 r^4}$$

$E_x = 0.$

N 1.11

$\sigma$

---

$E - ?$


$E' = E'' = E$

т. Остр.-Гаусса:

$\Phi_E = 2\Delta S E$ (через осн.)

$q = \sigma \Delta S$

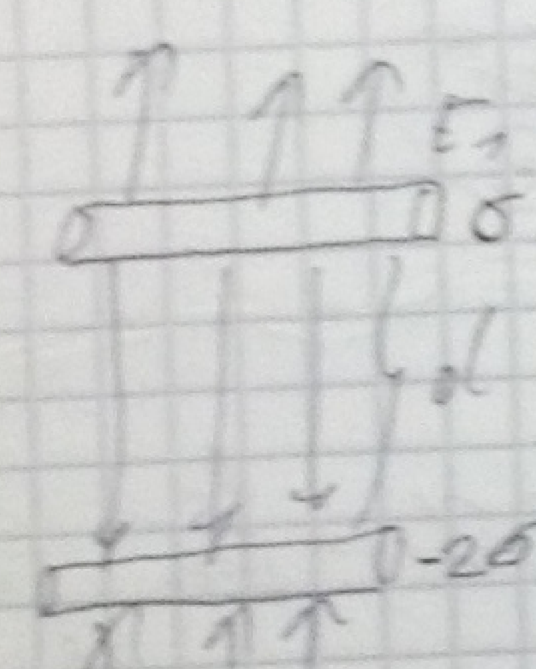
$\Downarrow$

$\Phi_E = 2\Delta S E = \sigma \Delta S \frac{1}{\varepsilon_0}$

$\Downarrow$

$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

N 1.12




N 1.13

$\sigma$

$R$

---

$E - ?$

$E = E_z$

$dE_z = dE \cdot \cos\theta$ , $dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{R^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma dS}{R^2}$

$\Downarrow$

$E = E_z = \int \frac{k\sigma\cos\theta}{R^2} dS = \int_0^{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\sigma\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \sin\theta \, d\theta =$

$= \frac{-2\pi\sigma}{4\pi\varepsilon_0} \int_0^{\pi/2} \cos\theta \, d(\cos\theta) = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}$

N 1.14

$R$

$\rho$

$\varepsilon$

---

$E$

Изучим шар без полости:

по т. Остр.-Гаусса:

$$\Phi = \int_S \vec{E}\, ds = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\Downarrow$$

$$ES = \frac{\rho}{\varepsilon_0} V$$

$$\Downarrow$$

$$E = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}$$

$$\Downarrow$$

В векторном виде: $\vec{E} = \dfrac{\rho \vec{r}}{3\varepsilon_0}$

Наш шар – суперпозиция двух, один плотностью $-\rho$, второй в месте полости.

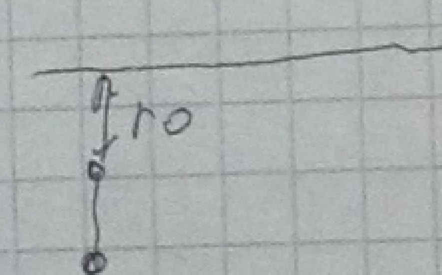
$$\Downarrow$$

$$E_{y\ полости} = \frac{\rho \vec{a}}{3\varepsilon_0} + \frac{(-\rho)\cdot(\vec{0})}{3\varepsilon_0} = \frac{\rho \vec{a}}{3\varepsilon_0}$$

N1.6.

$k_1, l, k_2, r_0$

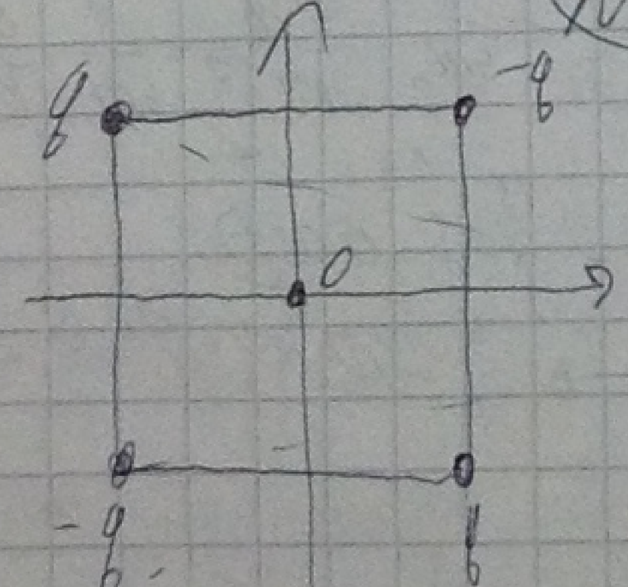
$F - ?$

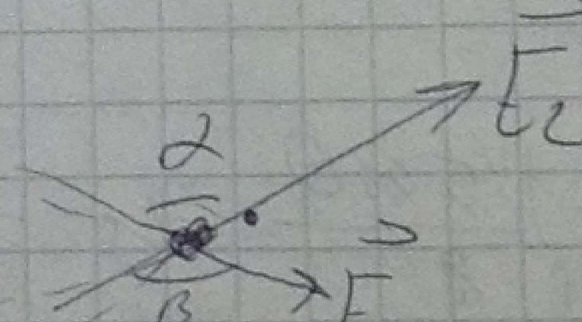



① $E(r) = \dfrac{k_1}{2\pi r \varepsilon_0}$ (по т. Гаусса)

② $F = k_2 \displaystyle\int_{r_0}^{r_0+l} \frac{k_1\, dr}{2\pi\varepsilon_0 r} = \frac{k_1 k_2}{2\pi\varepsilon_0} \ln r \Big|_{r_0}^{r_0+l} = \frac{k_1 k_2}{2\pi\varepsilon_0} \ln\left(1+\frac{l}{r_0}\right)$

N1.8




$$E_x = 0$$

$$E_y = 2(E_2 \cos\alpha - E_1 \cos\beta)$$

$$\cos\beta = \frac{a}{2\sqrt{\frac{a^2}{4} + \left(x+\frac{a}{2}\right)^2}}$$

$$\cos\alpha = \frac{a}{2\sqrt{\frac{a^2}{4} + \left(x-\frac{a}{2}\right)^2}}$$

$$\Downarrow$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\left(\frac{a^2}{4} + \left(x-\frac{a}{2}\right)^2\right)} \quad \Leftarrow \quad E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\left(\frac{a^2}{4} + \left(x+\frac{a}{2}\right)^2\right)}$$

$$E = 2\left(E_2\cos\alpha - E_1\cos\beta\right) = \ldots = \frac{q a}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\left(\frac{a^2}{2} + x^2 - ax\right)^{3/2}} - \frac{1}{\left(\frac{a^2}{2} + x^2 + ax\right)^{3/2}}\right)$$

N 1.10.

$\sigma$

$R_1$

$R_2$

$E - ?$

1) $$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{z\,dq}{\left(R^2+z^2\right)^{3/2}}$$

2) $$dq = \sigma\,ds = \sigma\,2\pi R\,dR$$

3) $$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{z\sigma\cdot 2\pi R\,dR}{\left(R^2+z^2\right)^{3/2}} = \ldots = \frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{R_1^2+z^2}} - \frac{1}{\sqrt{R_2^2+z^2}}\right)$$

§2.

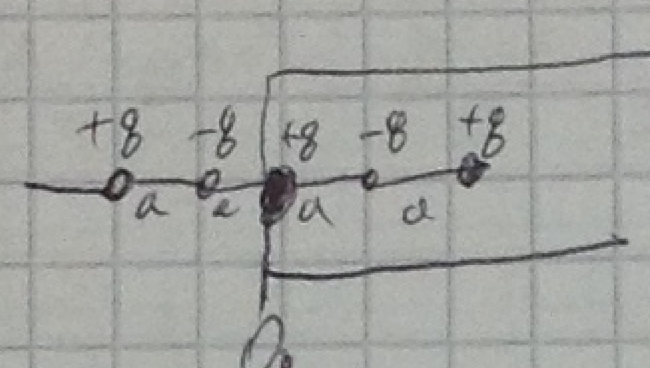
№2.1.

$$A_{1,2}=\int_1^2 q\vec{E}\,dr=\frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\int_1^2\frac{dr}{r^2}=\frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

$\Downarrow$

ответ в а, б, в одина.

№2.2




$\Downarrow$

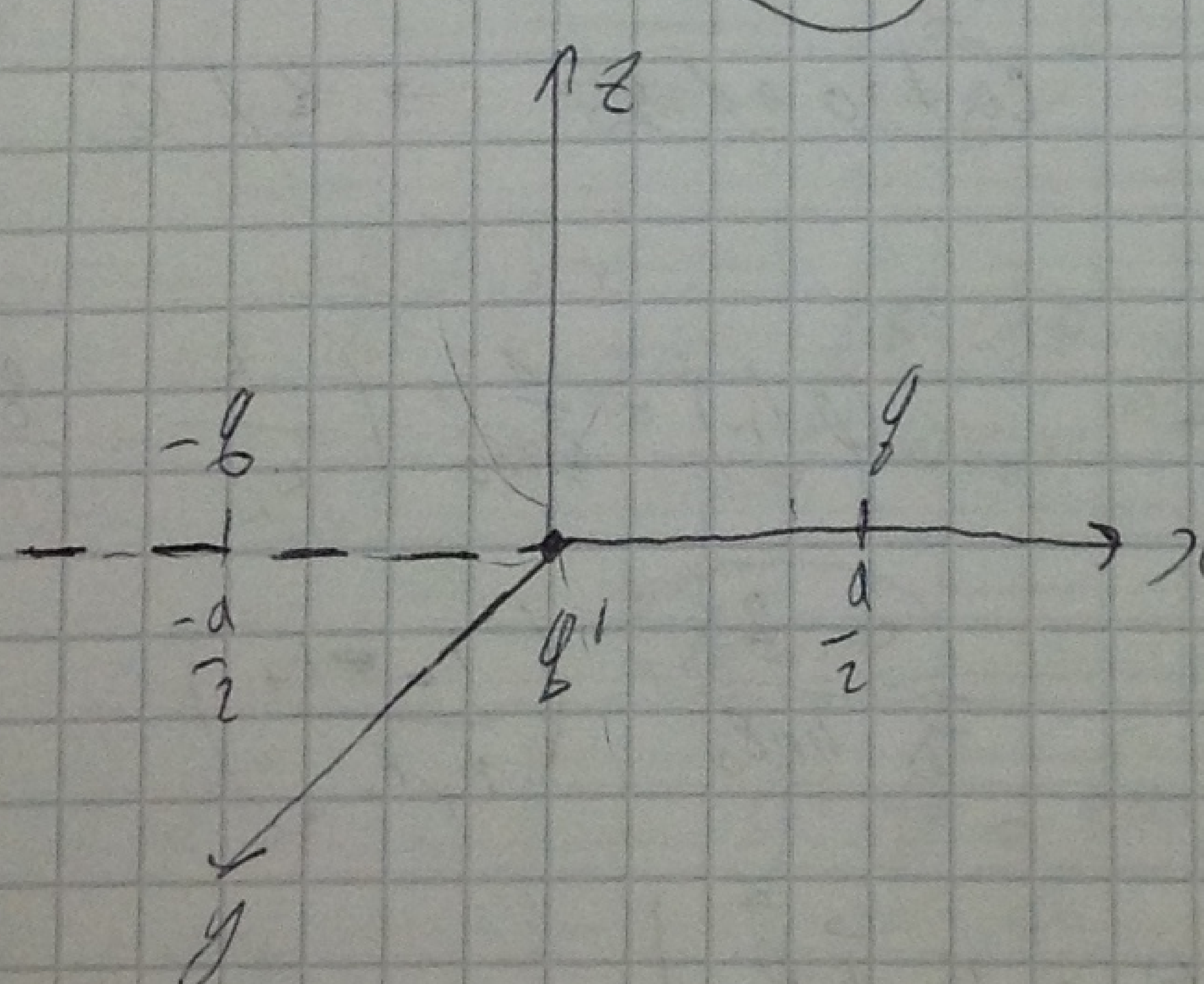
$$\varphi_1=k\left(\frac{-q}{a}+\frac{q}{2a}-\frac{q}{3a}+\ldots\right)$$

т.к. стороны две (лево и право), то

$$\varphi=2\varphi_1=-\frac{2kq}{a}\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots\right)=$$

$$=-\frac{2\ln 2\,q}{a}\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}=-\frac{q\ln 2}{a}\cdot\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}$$

№2.3




① по опр-ю: вначале к ... на ∞-ти

$$A_{0\infty}=q'(\varphi_0-\varphi_\infty)$$

② $\varphi_0=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{q}{a/2}-\frac{q}{a/2}\right)=0$

③ $\varphi_\infty=0$

$\Downarrow$

$$A_{0\infty}=0.$$

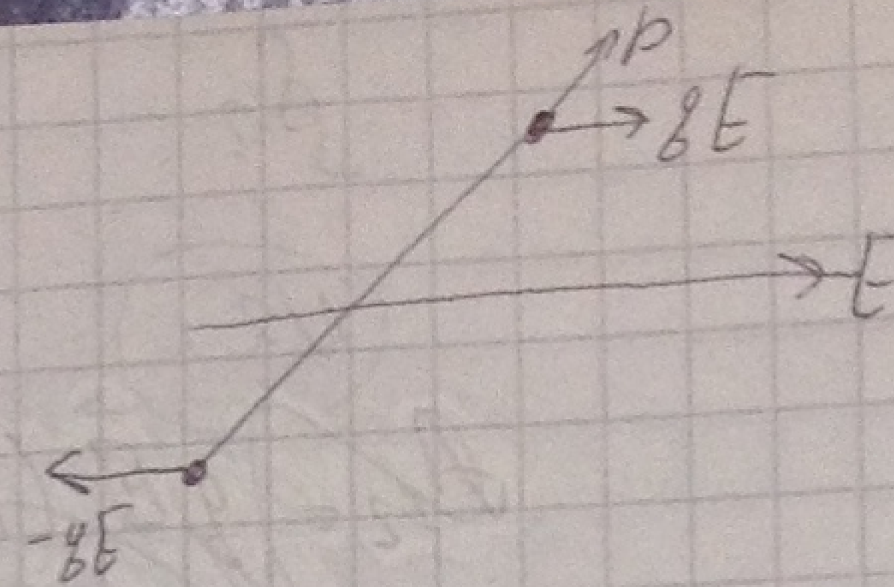
④ Если $+q$, то

$$A_{0\infty}=q'\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{2q}{a/2}=\frac{q'q}{a\pi\varepsilon_0}$$

## N2.4.

$W = -p_e E\cos\alpha$

$M = p_e E\sin\alpha$



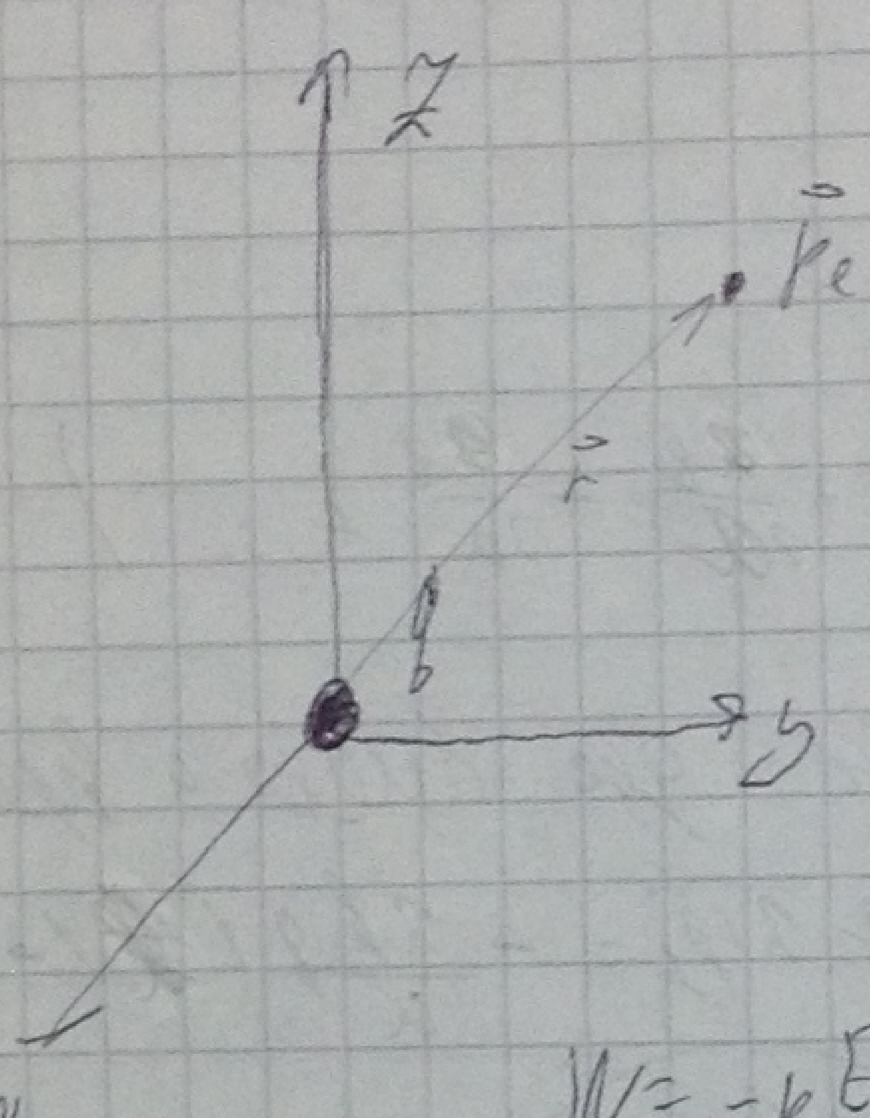

а) $0 = W$, $M = p_e E$, $\alpha = 90^\circ$

б) $\parallel \Rightarrow W = -p_e E$, $M = 0$, $\alpha = 0$

в) антип $\parallel \Rightarrow W = p_e E$, $M = 0$, $\alpha = 180^\circ$

$F = 0 = p\frac{\partial E}{\partial x}\cos\alpha$

## N2.7.




$W = -p_e E\cos\alpha$

$\cos\alpha = -1 \to \alpha = 180^\circ \to$ а) max. антип.

$\cos\alpha = 1 \to \alpha = 0^\circ \to$ б) min пар.

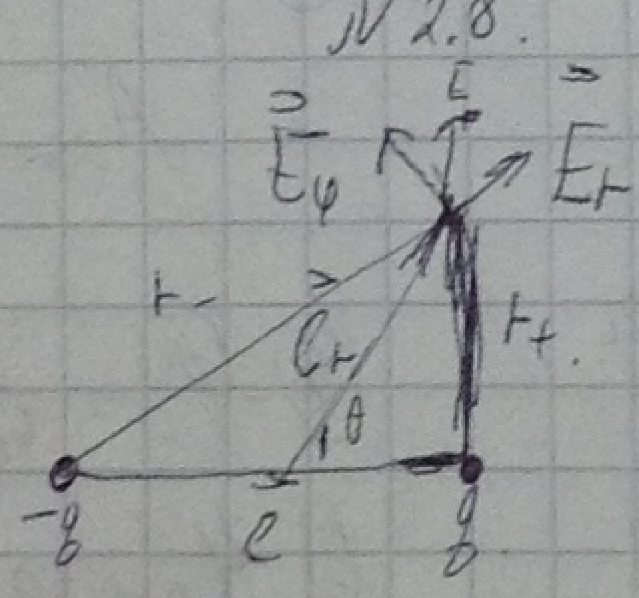
$\cos\alpha = 0 \to \alpha = 90^\circ \to$ в) 0 $\perp$

## N2.8.

$R$

$p_e$

$E(r)$




$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r_+} - \frac{q}{r_-}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{r_- - r_+}{r_+ r_-}\right) =$$

$= \cdot$

$r_+ = r - a\cos\theta = r - \vec a\vec e_r$

$r_- = r + a\cos\theta = r + \vec a\vec e_r$

$\vec l = 2\vec a$

$2\vec a\,\vec e_r = \vec l\,\vec e_r$

$\vec p = q\vec l$ $\quad \vec p\,\vec e_r = p\cos\theta$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\vec l\cdot\vec e_r}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec p\cdot\vec e_r}{r^2} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{p\cos\theta}{r^2}.$$

$$\Downarrow$$

$$E_r = -\frac{\partial\varphi}{\partial r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2p\cos\theta}{r^3}.$$

$$E_\theta = \frac{-\partial\varphi}{r\partial\theta} = -\frac{1}{r}\frac{d\varphi}{\partial\theta} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{p\sin\theta}{r^2}.$$

$$\Downarrow$$

$$E^2 = E_r^2 + E_\theta^2 = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \cdot \left(\frac{p}{r^3}\right)^2 \left(1+3\cos^2\theta\right)$$

$$\Downarrow$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}$$

N 2.9

| $R$ |
|---|
| $\sigma$ |
| $\varphi$ |
| $E$ |

$$d\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\sigma dS}{R}.$$

$$\Downarrow$$

$$\varphi = \int_S \frac{\sigma dS}{4\pi\varepsilon_0 R} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0 R} R^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi =$$

$$= \frac{\sigma R \cdot 2\pi}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}$$

$$dE_z = dE\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cos\theta \cdot \frac{\sigma dS}{R^2}.$$

$$E = E_z = \int_S \frac{\sigma\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2} dS = \ldots = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}$$

N 2.10

| |
|---|
| $r = 1 \cdot 10^{-2}$ м |
| $\varphi = 3 \cdot 10^3$ В |
| $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ кг |
| $e = -1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл. |
| $N_e$ |
| $\delta m$ |

$$C = \frac{Q}{\varphi} = 4\pi\varepsilon_0 R.$$

$$\Downarrow$$

$$Q = \varphi \cdot 4\pi\varepsilon_0 R$$

$$N_e = \frac{Q}{q_e} = \frac{4\pi\varepsilon_0\varphi R}{e} \approx 2 \cdot 10^{10}$$

$$\delta m = m_e \cdot N \approx 2 \cdot 10^{-20}\ \text{кг}$$

## №2.11

$q$

$d$

$\vec{p}_e$

$F - ?$

См. №2.8.

$$E = \frac{kp}{r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}$$

В нашем случае $\theta = 0$

$\Downarrow$

$$F = qE(\theta=0) = 2\frac{qp}{r^3\cdot 4\pi\varepsilon_0} = \frac{qp_e}{2\pi\varepsilon_0 d^3}$$

## №2.12

$\varphi_4$

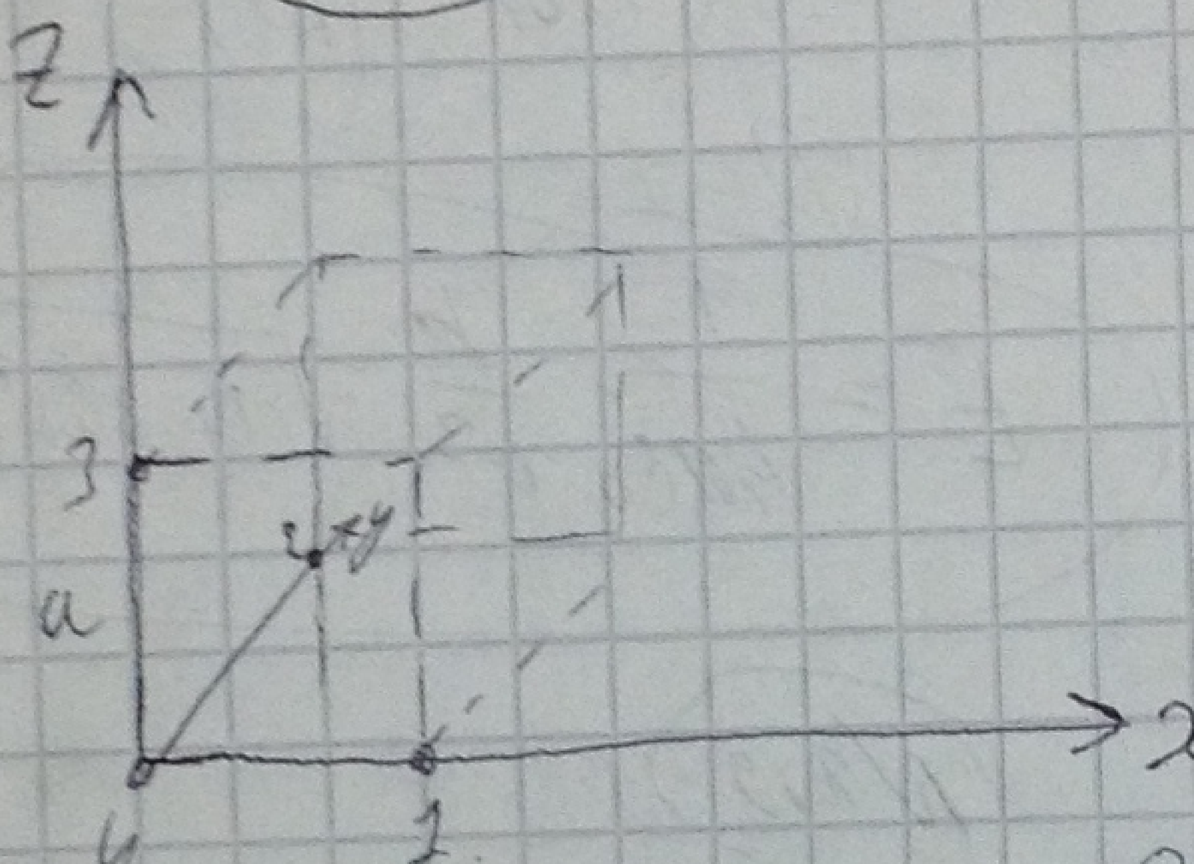
$\varphi_1$

$\varphi_2$

$\varphi_3$

$a$

$E_4 - ?$




1) $OX$: $E_x = \frac{\varphi_4 - \varphi_1}{a}$

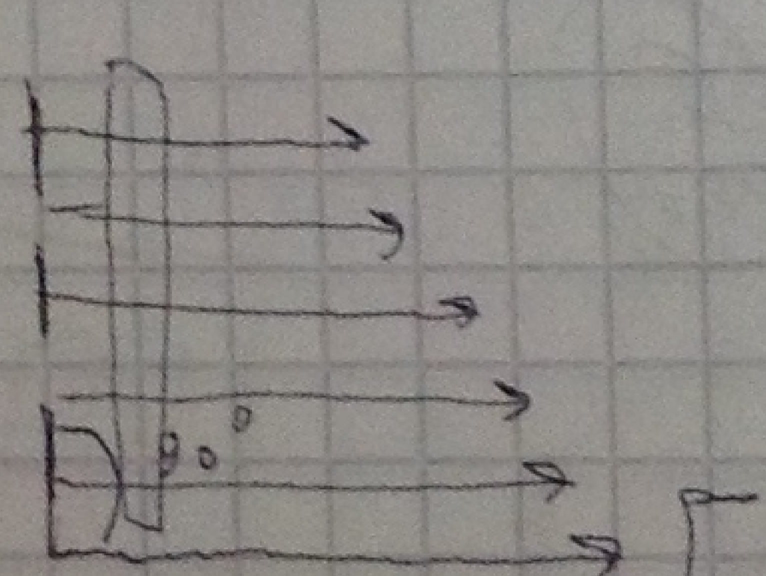
2) $OY$: $E_y = \frac{\varphi_4 - \varphi_2}{a}$

3) $OZ$: $E_z = \frac{\varphi_4 - \varphi_3}{a}$

4) $\Downarrow$

$$\vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k}$$

## №2.14



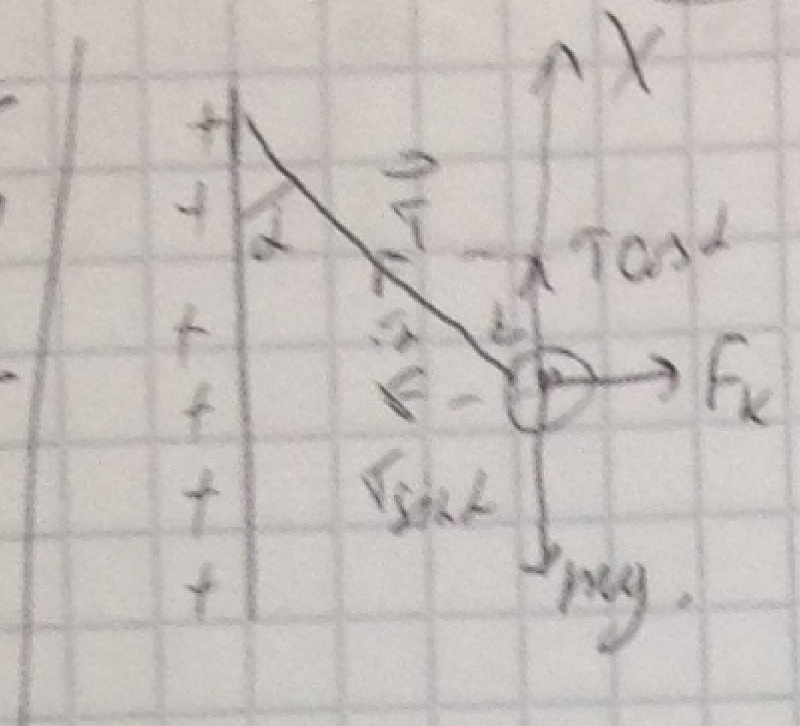

Нет, т.к. работа при передвижении заряда по замкн. контуру $\neq 0$.

§3

№3.1

$\sigma$, $m$, $\alpha$

$q$ - ?




1) $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

2) $F_k = qE = \dfrac{q\sigma}{2\varepsilon_0}$

3) $\begin{cases} F_k - T\sin\alpha = 0 \\ T\cos\alpha = mg \end{cases}$

$\Downarrow$

$\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{F_k}{mg} \rightarrow q = \dfrac{mg\operatorname{tg}\alpha \cdot 2\varepsilon_0}{\sigma}$

№32

$\sigma_1^0 = q_1$

$\sigma_2^0 = q_2$

$\sigma_1$ - ?

$\sigma_1'$ - ?

$E_в$ - ?

$E_н$ - ?

1] $\sigma_1$ - на лев. стороне, $\sigma_1'$ - на правой I пластинки, $\sigma_2$ - на лев., $\sigma_2'$ - на прав. II пластинки

2. Введём обозн.-я:

$E_l^{1'}$ - поле слева от левой стороны первой пластинки.

$E_r^{2}$ - справа от левой стороны второй пластинки

$\Downarrow$

$$\begin{cases} E_r^{1'} - E_l^{1} - E_l^{2} - E_l^{2'} = 0 \\ E_r^{1'} + E_r^{1} + E_r^{2} - E_l^{2'} = 0 \end{cases}$$

$E = 2\pi\sigma$, $q_1, q_2$ - полный пов. заряд пл-ок

$\Downarrow$

$$\begin{cases} \sigma_1' - \sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_2' = 0 \\ \sigma_1' + \sigma_1 + \sigma_2 - \sigma_2' = 0 \\ \sigma_1 + \sigma_1' = q_1 \\ \sigma_2 + \sigma_2' = q_2 \end{cases}$$

$\Downarrow$

$\sigma_1 = -\sigma_2 = q_1 - q_2$ … $\sigma_1' = \sigma_2' = q_1 + q_2$

!!

$$E_м = \frac{q_1 - q_2}{2\varepsilon_0}$$

$$E_в = \frac{q_1 + q_2}{2\varepsilon_0}$$

## N3.3

Проводник нейтрален, а от $+q$ только часть силовых линий заканчивается на индуцированных зарядах проводника.

## N3.5

Поле внутри оболочки $= 0$.

Оболочка не зар. $\Rightarrow$ заряду противоположного знака распределится по внешней поверхности оболочки равномерно.

1) если поднести зар проводник $\Rightarrow$ меняется поле снаружи оболочки так, чтобы поле в пров-ке $= 0$. Распр-е заряда на внутр. обол. не меняется.

2) перем-ие будет менять на распр-е заряда внутри, но на внешнее поле не влияет.

## N3.6

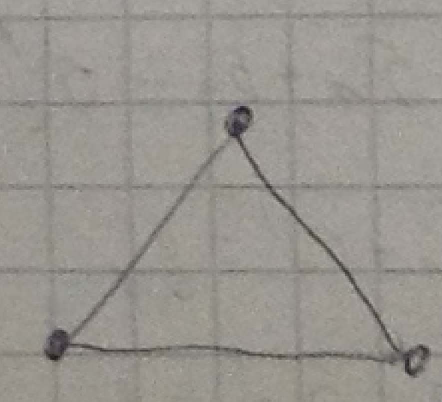
Возрастет, т.к. $\sigma$ на метал. пл-ке против диэлектрика растёт.

## N3.9

$q_1$

$q_2$

$q_3 - ?$



1) В силу симметрии

2) $V_{11} = V_{22} = V_{33} = A$

3) $V_{12} = V_{21} = V_{23} = B$

4) При зарядке первого

шара он получает потенциал $\varphi_2 = A q_1$ ;

(5) При заз-ке второго $\varphi_2 = A q_2 + B q_1$

(6) Тр-го $\varphi_2 = A q_3 + B(q_1 + q_2)$

(7) $A q_1 = A q_2 + B q_1 = A q_3 + B(q_1 + q_2)$

$$\Downarrow$$

$$q_3 = \frac{q_2^2}{q_1}$$

N 3.11

$R$

$\rho$

---

$E_1$ - ?

$E_2$ - ?

(1) Внутри: $h\pi r^2 = V$

$$Q_1 = \int_0^r \rho h \cdot 2\pi r\,dr = \rho h \pi r^2$$

(2) $\oint_S E_1\,ds = \frac{Q_1}{\varepsilon_0}$ $\quad S = 2\pi r h$

$$\Downarrow$$

$$E_1 S = \frac{Q_1}{\varepsilon_0} \to E_1 = \frac{\rho \cancel{\pi h} r^{\cancel{2}}}{\varepsilon_0 \cdot 2 \cancel{\pi r h}} = \frac{\rho \vec{r}}{2\varepsilon_0}$$

$r \le R$

(3) Снаружи:

$$Q_2 = \int_0^R 2\pi r \rho h\,dr = \pi \rho h R^2$$

$$\Downarrow$$

$$E_2 = \frac{Q_2}{\varepsilon_0 S} = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r^2}\vec{r} \qquad r \ge R$$

N 3.12

$d$

$+\varkappa$

$-\varkappa$

---

$\vec{E}$ - ?

(1) в кач-ве пов-ти цилиндр:

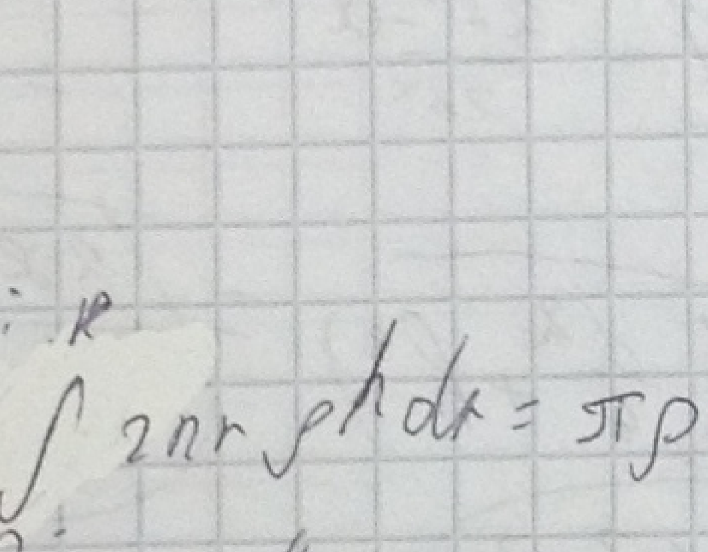
$$\Downarrow$$

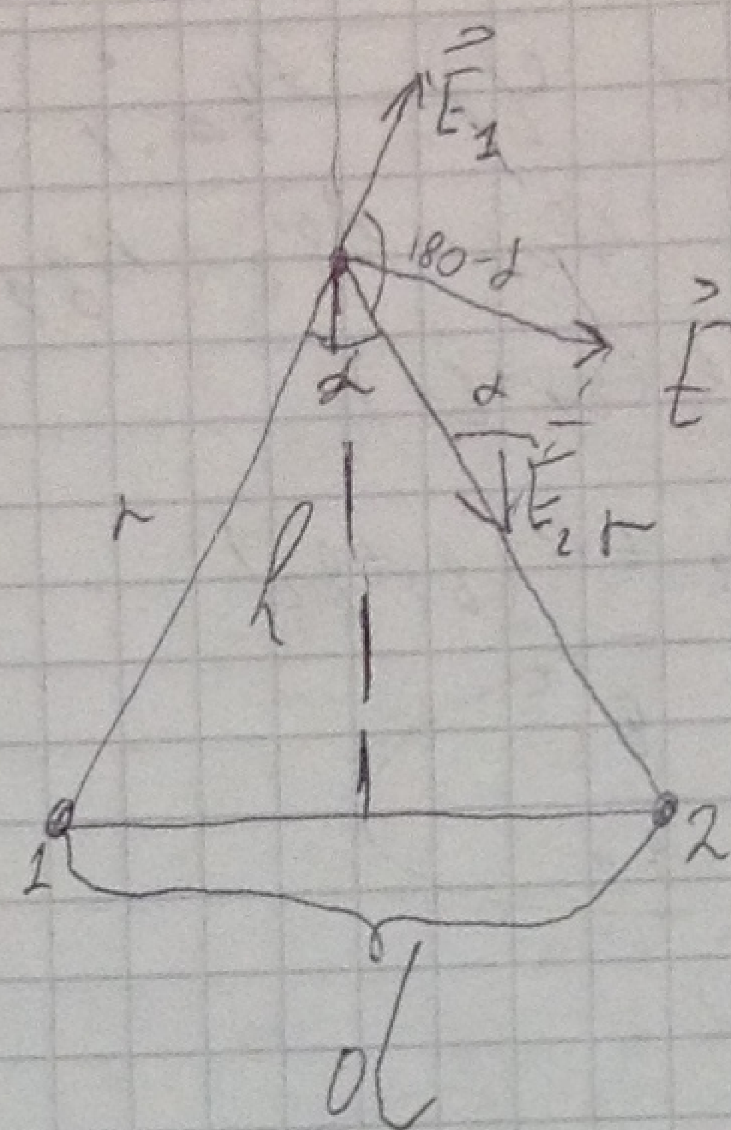
$$\oint E\,ds = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\varkappa d}{\varepsilon_0} = E_1 \cdot 2\pi r d$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{E_1 = \frac{\varkappa}{2\pi\varepsilon_0 r}}$$

(2) Принцип суперпозиции:






$$E_1 = E_2 = \frac{\varkappa}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

$$\vec{E} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2\cos\alpha} = \sqrt{\frac{\varkappa^2}{4\pi^2\varepsilon_0^2 r^2}\cdot 2 - 2\,\frac{\varkappa^2}{4\pi^2\varepsilon_0^2 r^2}\cos\alpha}$$

$$d^2 = 2r^2 - 2r^2\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{d^2 + 2r^2}{+2r^2} = \frac{2r^2 - d^2}{2r^2}$$

$$E = \sqrt{2}\cdot\frac{\varkappa}{2\pi\varepsilon_0 r}\sqrt{1 - \frac{2r^2-d^2}{2r^2}} = \sqrt{2}\cdot\frac{\varkappa}{2\pi\varepsilon_0 r}\cdot\frac{d}{\sqrt{2}\,r} =$$

$$= \frac{\varkappa d}{2\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\varkappa d}{2\pi\varepsilon_0\cdot\left(\frac{d^2}{4} + h^2\right)} = \frac{2\varkappa d}{\pi\varepsilon_0(4h^2 + d^2)}$$

№ 3.13

$2d$, $\rho$

$E_1 - ?$, $E_2 - ?$

1) $2SE = \frac{\rho S d\cdot 2}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \frac{\rho d}{\varepsilon_0}$ внутри

2) $2ES = \rho\frac{S\cdot 2x}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \frac{\rho x}{\varepsilon_0}$ вне.

№ 3.14

$\varepsilon, r, k, Q, \varphi_2 = 0$

$q - ?$

1) $E = k\left(\frac{q+Q}{a^2}\right)$, $a > R$

$E = k\frac{q}{r^2}$, $r < a < R$

$E = 0$, $a < r$

2).

$\varphi(r) = k\left(\frac{q}{r} + \frac{Q}{R}\right) = 0 \Rightarrow$ если бы не было.

$a \in (r, R)$

$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$

$E = \frac{q - q'}{4\pi\varepsilon_0 r} \Rightarrow q' = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) q = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} q.$

$q - q' = \frac{q}{\varepsilon}$

$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r} + \frac{Q}{R}\right) = 0$

$Q + q' = Q + \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} q$

$Rq + \varepsilon r \frac{(\varepsilon Q + (\varepsilon - 1) q)}{\varepsilon} = 0$

$q = \frac{-\varepsilon Q}{\frac{R}{r} + \varepsilon - 1}$

§4.

№4.1

не верно

Дано:

$q, a, R$

$F - ?$

① Метод изобр.

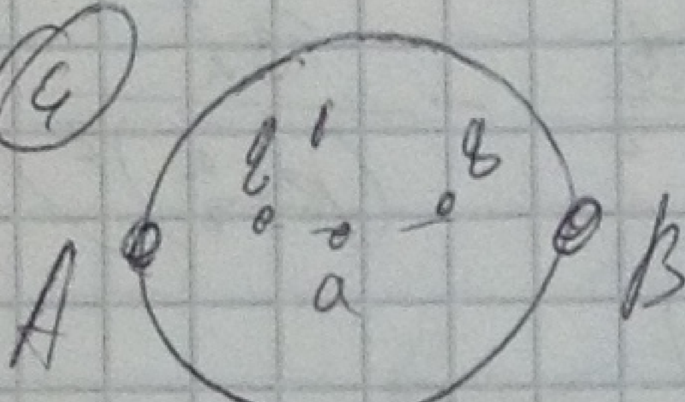
$\exists V$ – область внутри сферы.

② $\varphi_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}$ (пот. сферы)

③ Поместим $q'$ так, чтобы $\varphi_0 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \exists$ он нах. на $S = x$ от центра сферы.

④




$\varphi_A = \varphi_B = 0$

$$\begin{cases} \varphi_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{a+R} + \frac{q'}{R-x}\right) = 0 \\ \varphi_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{R-a} + \frac{q'}{x+R}\right) = 0 \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} q = -q' \\ x = -a \end{cases}$$

⑤ Теперь поместим в центр сферы заряд $q''$

$\varphi_0 = \frac{q''}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} \Rightarrow q'' = \frac{R}{a} q.$

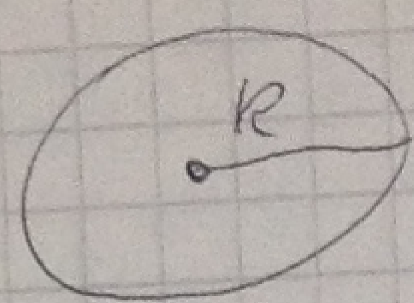
$\Downarrow$

$$F = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q'}{(a-x)^2} + \frac{q''}{a^2}\right) =$$

$$= \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{4Ra - a}{4a^3}\right)$$

№4.2

a)



$\circ q$

$R, q, a$

$F - ?$

① $\varphi = 0$, т.к. шар заземлён.

② поместим в центр шара заряд $Q$: $\varphi$ сохр. и $=0$

$$\varphi_ц = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot \frac{q}{2}} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot \frac{a}{2}} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot R} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$Q = -4q\frac{R}{a}$$

③ $$F = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{a^2} - \frac{4q\frac{R}{a}}{(R+\frac{a}{2})^2}\right) =$$

$$= \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{R^2 - 3Ra + \frac{a^2}{4}}{a^2(R+\frac{a}{2})^2}\right)$$

N 4.3.

$a, \vec{p_e}$

а) $\parallel$

б) $\perp$.

$\vec{F} - ?$

б) поместим второй диполь с др. стороны.

① $F = p_e\left|\frac{\partial E}{\partial l}\right|$

② $E = \frac{p}{2\pi\varepsilon_0 l^3} \Rightarrow F = \frac{p_1 p_2}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{3}{l^4} =$

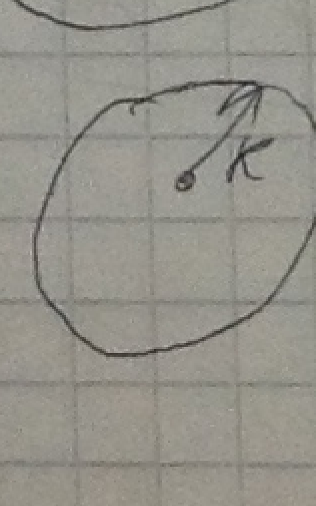
$$= \frac{3p^2}{2\pi\varepsilon_0 l^4}$$

③ $S$ между диполями $= 2a \Rightarrow$

$$F = \frac{3p^2}{2\pi\varepsilon_0 (2a)^4}$$

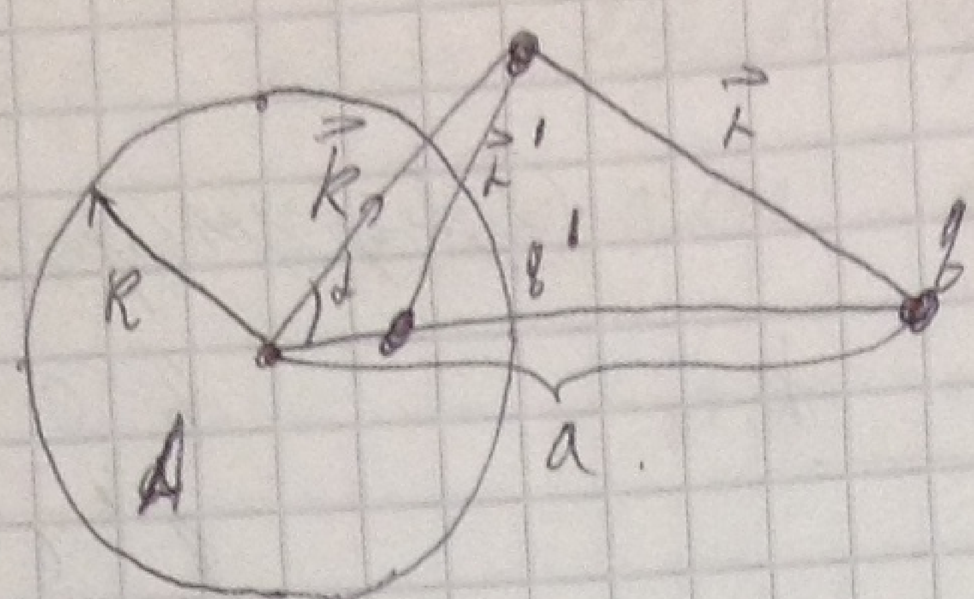
N 4.4

$\cdot q$



$R, q, a$

$\rho = ?$




① Полный заряд сферы = 0 $\Rightarrow$ поместим внутрь сферы $q'' = -q'$.

② Если взять (т. Гаусса) поток вектора $E$ через пов-ть сферы, но не окр. $q$, то он равен полному $\frac{Q}{\varepsilon_0}$, т.е.

$$\oint E\,dS = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad (*)$$

В действ-ти $Q = 0$, $\Rightarrow$ $(*) = 0$

Если оставим внутри только $q'$, то поток равен $\oint E\,dS = \frac{q'}{\varepsilon_0}$, что неверно, т.к. 0

$\Downarrow$

поместим еще $q'' = -q'$.

③ $q''$ поместим в центр сферы

$$\varphi(R_1) = \frac{q}{r} + \frac{q'}{r'} - \frac{q'}{R_1}, \text{ при } R_1 \geq R$$

$$E(R_1) = \frac{q r}{r^3} + \frac{q' r'}{r'^3} - \frac{q' R_1}{R_1^3}, \quad R_1 \geq R.$$

④ $\varphi(R_1) = \varphi(A) = \frac{q}{a}$, $R_1 \leq R$,

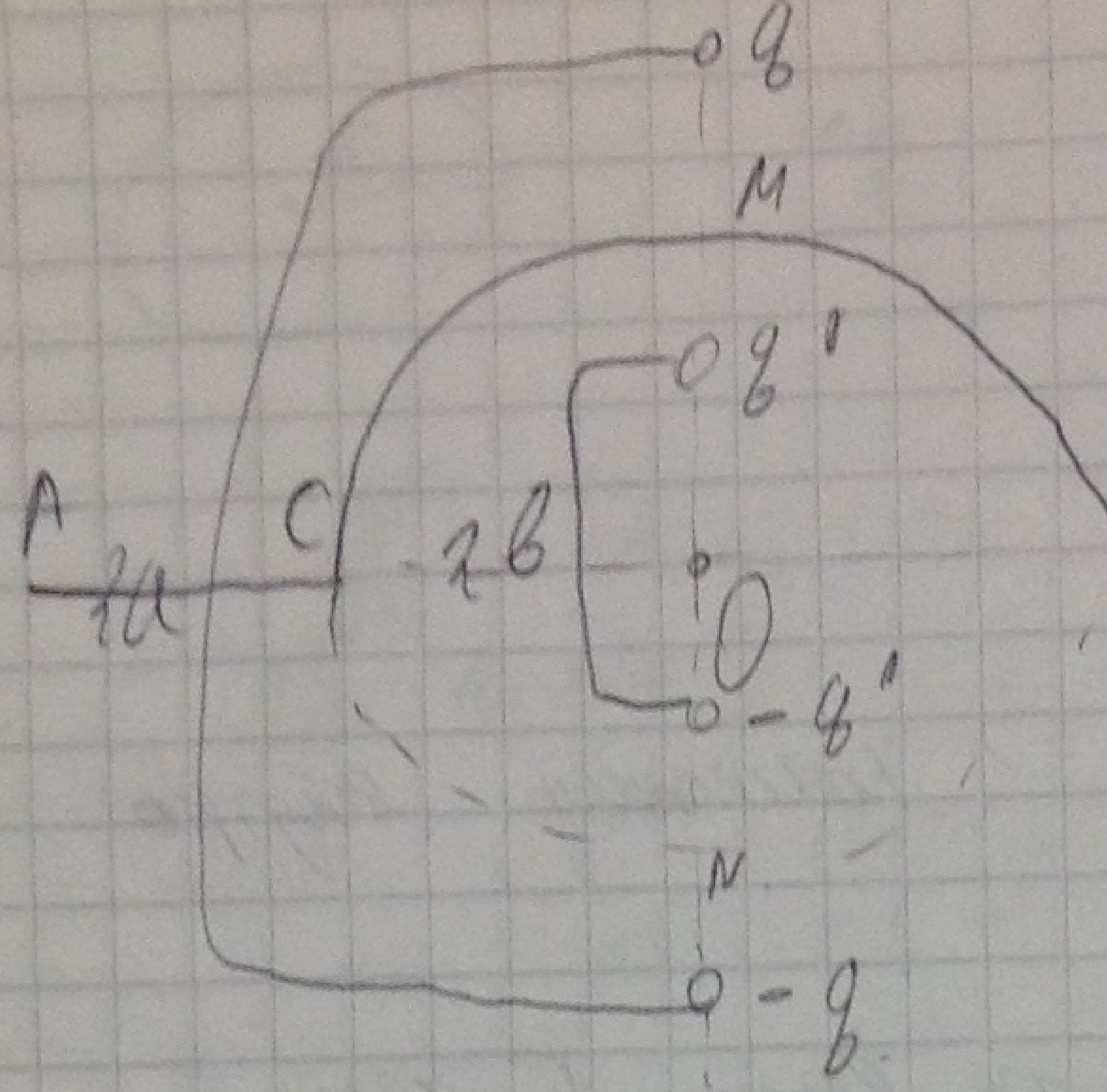
а $E = 0$, $R_1 \leq R$

$\Downarrow$

$$\sigma = -\frac{q(a^2 - R^2)}{4\pi R(R^2 + a^2 - 2aR\cos\alpha)^{3/2}} + \frac{q}{4\pi a R} =$$

$$= \frac{q}{4\pi R a} \cdot \left(1 - \frac{(a^2 - R^2)a}{(a^2 - 2Ra\cos\alpha + R^2)^{3/2}}\right)$$

№ 4.7




① Сгруппируем

$q \; c \; -q$

$q' \; c \; -q'$

② Каждая пара в ACDB-плоск-ти создаёт нулевой потенциал.

③ Теперь „перегруппируем"

1) $q \; c \; q'$

2) $-q \; c \; -q'$.

⇓ такая группировка каждая пара создаёт нулевой потенциал на сфере CMDN

⇓ потенциал $q, -q, q', -q'$ обращается в нуль на пов-ти ACMDB.

⇓ поле этих зарядов тождественно с рассчитываемым полем.

⇓

$$\varphi(x,y,z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{\sqrt{x^2+y^2+(z-a)^2}} - \frac{q}{\sqrt{x^2+y^2+(z+a)^2}} + \frac{qR}{\sqrt{a^2x^2+a^2y^2+(za+R^2)^2}} - \frac{qR}{\sqrt{a^2x^2+a^2y^2+(az-R^2)^2}}\right), \quad b=\frac{R^2}{a}, \quad q'=\frac{qR}{a}$$

## N 4.8

$q$

$a$

$R$

---

$q'$ – ?

① Потенциал шара $= 0$, а пот. поля в центре, тоже равный 0, складывается из потенциала заряда $q$ и поля, создаваемого зарядом $q'$ шара.

② $q'$ распр. равномерно $\Rightarrow$ разобьём шар на участки с зарядами $\Delta q$, то

$$\Delta\varphi = \sum \frac{\Delta q}{r} = \frac{1}{r}\sum \Delta q = \frac{q'}{r},$$ где $\Delta\varphi$ — потенциал, созд-й зарядом шара в центре.

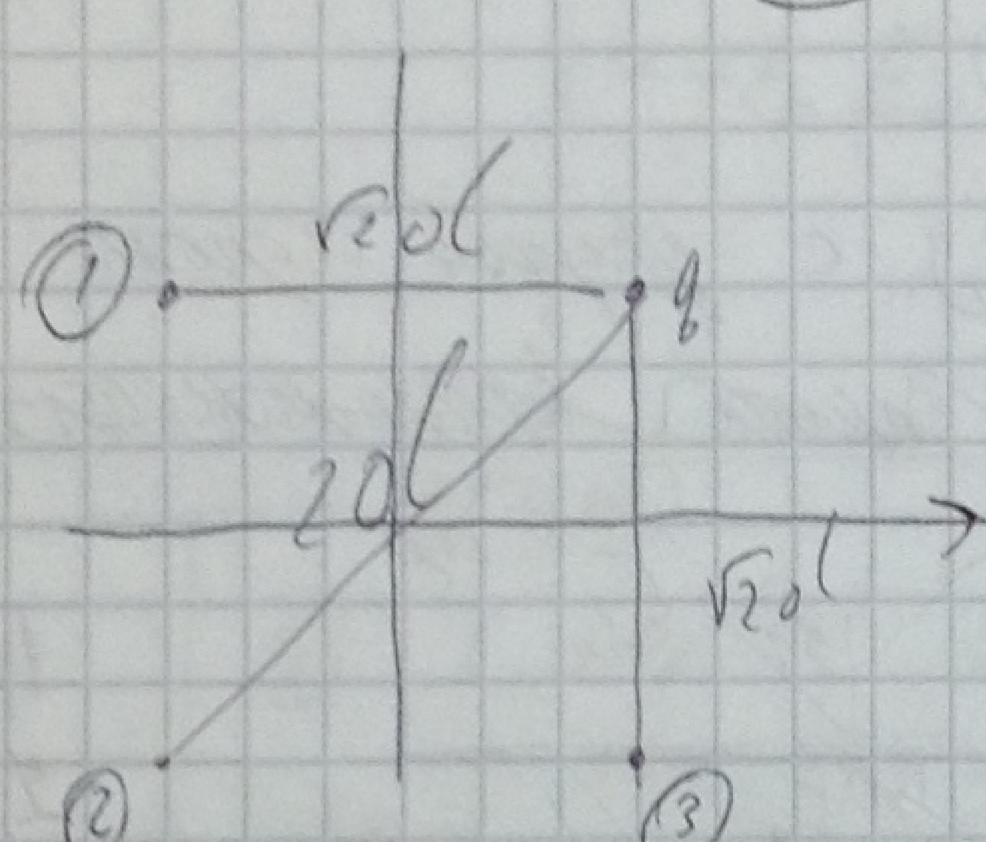
$\Downarrow$

причём $\frac{q'}{r} + \frac{q}{d} = 0$

$\Downarrow$

$$\boxed{q' = -\frac{qr}{d}}$$

№4.6




метод изобр.

$q_1 = q_3 = -q.$

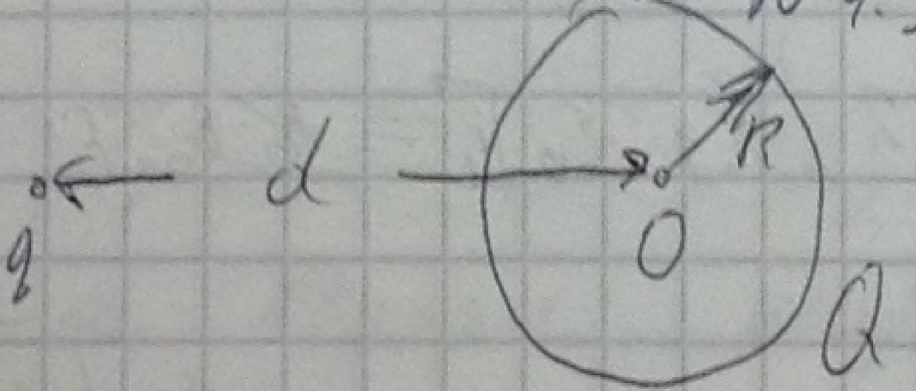
$q_2 = q.$

$$F_{13} = -\sqrt{2}\,k\frac{q^2}{2d^2}$$

$\Downarrow$

$$F = k\frac{q^2}{4d^2} - \sqrt{2}\frac{kq^2}{2d^2} = \frac{kq^2}{2d^2}\left(\frac{1}{2} - \sqrt{2}\right)$$

№4.9




① В клад. $Q$ в потенциал сферы $= \frac{kQ}{R}$. когда $q$ вне сферы на $r > R$ от центра, то

$$\varphi_1 = k\left(\frac{q}{r} + \frac{Q}{R}\right) \quad r > R$$

(2) Когда заряд будет внутри сферы, то на внутр. пов-ти сферы возникнет индуц. заряд $-q$, а на внешней $+q$ и $\varphi_2 = k\left(\frac{q+Q}{R}\right)$ $r \le R$.

№ 4.10

$\varphi = -\frac{\alpha x^2}{2} + C$

$E - ?$

$\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi \Rightarrow \vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j}\right)$

$\Downarrow$

$E = \alpha x$

Такое поле будет $\exists$ внутри слоя, огр-го двумя $\infty$-ми плоскостями $\perp$ $Ox$ и зар-го равномерно с объёмной пл-ю $\rho = \alpha\varepsilon_0$

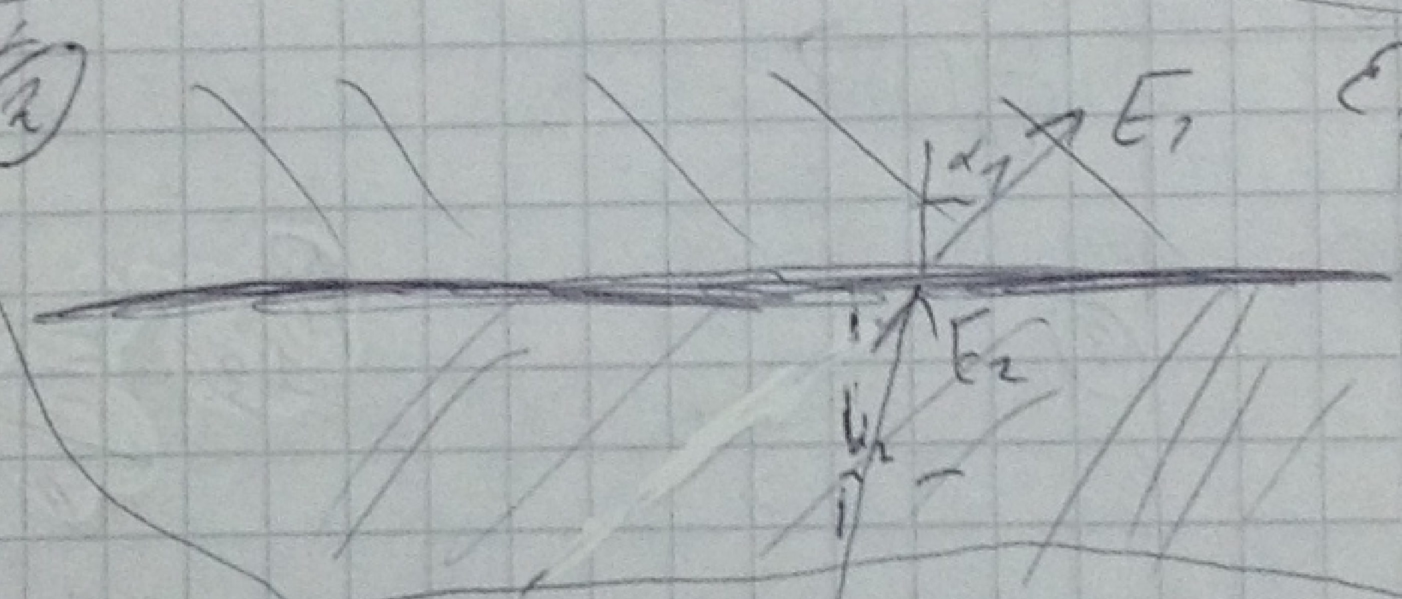
№ 4.11

$q$
$d$
$\varepsilon_1$
$\varepsilon_2$

$F - ?$

(1) Введём $q'$-заряд с другой стороны плоскости на $S = d$. ~~Из закона преломления:~~

(2)



Гр. условия

1) $E_1 \sin\alpha_1 = E_2 \sin\alpha_2$

$\varepsilon_1 E_1 \cos\alpha_1 = E_2 \varepsilon_2 \cos\alpha_2$

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\varepsilon_1} = \frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\varepsilon_2}$$

$$\frac{E_{2\tau}/E_{2n}}{E_{1\tau}/E_{1n}} = \frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \cancel{\ldots}$$

2) $\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$

$\Downarrow$

$$\frac{q - |q'|}{q + |q'|} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

$\Downarrow$

$$F = \frac{k|q'|q}{(2d)^2} = \frac{kq^2}{4d^2}\cdot\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$$

**N 4.13**

$E_0 = \vec{E} = 3 \cdot 10^3$ В/м

$\varepsilon = 1$

$\varepsilon_1 = 2$

$\varepsilon_2 = 4$

$a = 10^{-2}$ м

---

$\rho(x)$ – ?

① $\varepsilon(x) = \varepsilon_1 + \underbrace{\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{a}}_{= k} x$

$\varepsilon(x) = \varepsilon_1 + kx$

② $\vec{P} = \vec{D} - \varepsilon_0 \vec{E} = \vec{D} - \varepsilon_0 \cdot \frac{\vec{D}}{\varepsilon \varepsilon_0} = \vec{D}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)$

③ $\rho(x) = -\operatorname{div} \vec{D}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) = -\vec{D}\nabla\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) =$

$= \vec{D}\nabla\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) = \vec{D} \cdot \nabla\left(\frac{1}{\varepsilon_1 + kx}\right) =$

$= \vec{D} \cdot \left(-\frac{1}{(\varepsilon_1 + kx)^2}\right) \cdot k = \left| \vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 E \right|_{\varepsilon = 1} =$

$= -\varepsilon_0 E_0 k \left(\frac{1}{(\varepsilon_1 + kx)^2}\right) = -\varepsilon_0 E_0 \frac{k}{(\varepsilon_1 + kx)^2}$

$\Downarrow$

$\rho(\ldots) = -0.59$ мкКл/м²

**N 4.14**

Дано.

$R = 0.1$ м

$E = 100$ В/м

$\varepsilon = 5$

---

$\sigma_m$ – ?

$q'$ – ?

① ∃ напр-ть внешнего поля $E_0$.

Напр-ть в шаре ослаблена из-за уяя.

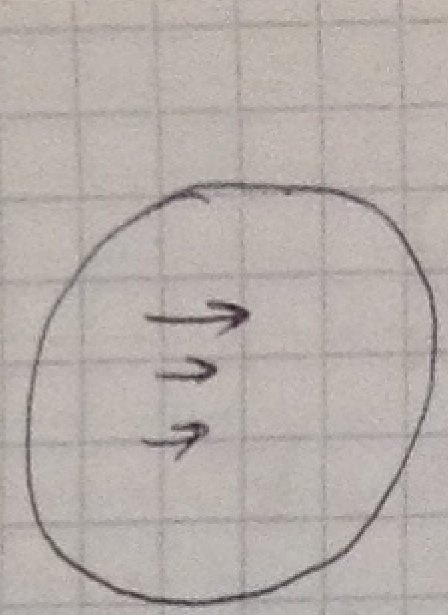
② ∃ $E'$ – вклад в напр-ть, вызванный влиянием связанных зарядов.

$E_0 - E' = \frac{E_0}{\varepsilon} = E$

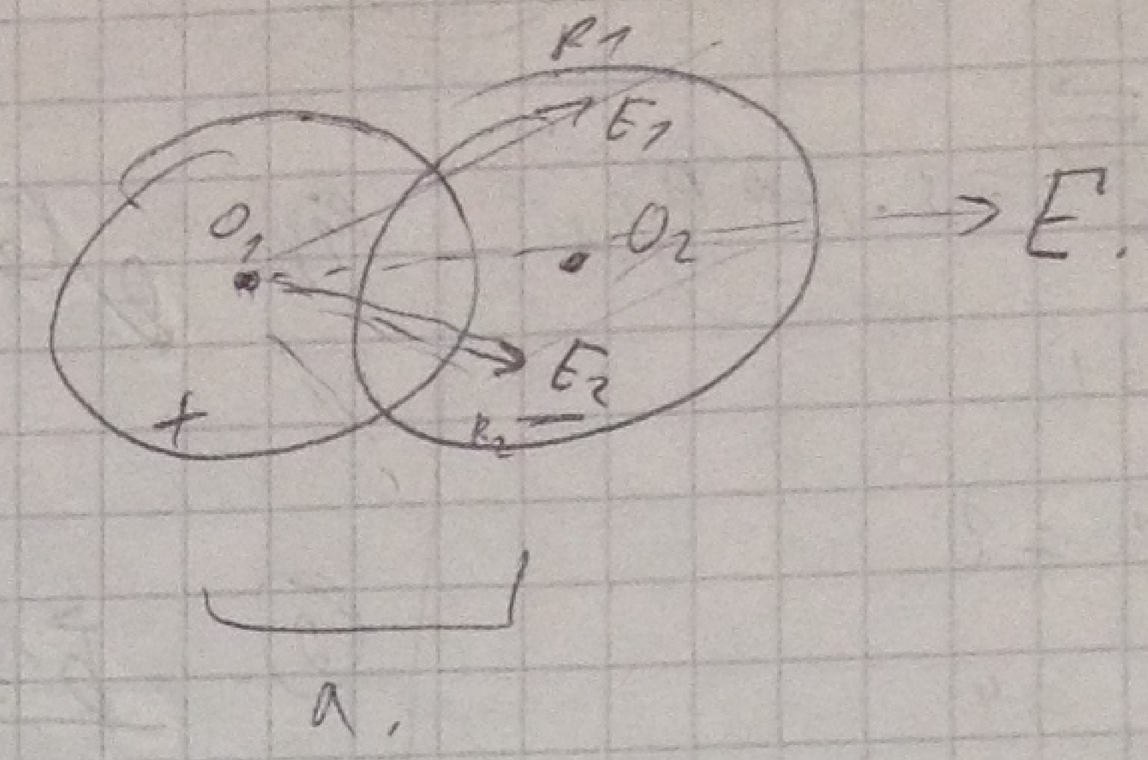
$\Downarrow$

$E' = E_0\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) = \varepsilon E - E = E(\varepsilon - 1)$

③. Теперь р/м только поле, создаваемое связанными зарядами; поле внутри шара представимо как поле двух равномерно заряженных шаров с зарядами противоп. знака, но одинаковой объем. плотностью, центры которых смещены на очень малое расстояние



Экв. при $a \to 0$




$\Downarrow$

$$\vec E_1 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec R_1$$

$$\vec E_2 = \frac{-\rho \vec R_2}{3\varepsilon_0}$$

$\Downarrow$

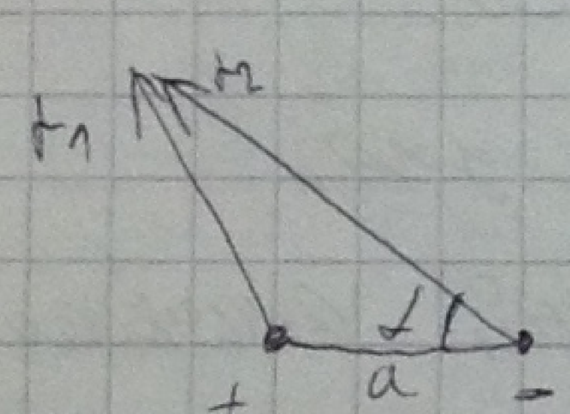
Сум. напр-ть:

$$\vec E' = \vec E_1 + \vec E_2 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\vec R_1 - \vec R_2\right) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec a$$

$\Downarrow$ в скалярах

$$E' = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} a. \qquad (*)$$

4. Теперь найдём потенциал, наводимый шаром вне его.




$$\Delta\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0|\vec r_1|} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0|\vec r_2|} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|\vec r_2| - |\vec r_1|}{|\vec r_1|\cdot|\vec r_2|}$$

при $a \to 0$

$$\Delta\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r_2 - \sqrt{r_2^2 + a^2 - 2ar_2\cos\alpha}}{r_2^2} \underset{a\to 0}{=}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{r_2 - r_2\underbrace{\sqrt{1 - \frac{2a\cos\alpha}{r_2}}}_{\xrightarrow{a\to 0} 1}}{r_2^2} \simeq \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} a\cos\alpha \cdot \frac{1}{r_2^2} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2} a\cos\alpha \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho = \frac{1}{3}\frac{\rho a}{\varepsilon_0}\cos\alpha \cdot \frac{R^3}{r^2}$$

5. Норм. составляющая напр-ти вне шара в непоср. близости к пов-ти шара:

$$E_1 = E'_{n\,\text{внеш.}}(\alpha, R) = -\left(\frac{d}{dr}\varphi(r)\right)\Big|_{r=R} = \frac{2}{3}\rho\frac{a}{\varepsilon_0}\cos\alpha.$$

° норм. сост. н-ти внутри шара:

$$E_2 = E_{n\,внутр}(\alpha, R) = E' \cos\alpha = \frac{\rho a}{3\varepsilon_0}\cos\alpha$$

(6) „скачёк" $\Delta E = E_1 - E_2 = \dfrac{\sigma(\alpha)}{\varepsilon_0}$

$$\Downarrow$$

$$\sigma(\alpha) = \frac{\rho a}{3}\cos\alpha = (*) =$$

$$= E'\varepsilon_0 \cos\alpha = E(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 \cos\alpha$$

$$\Downarrow$$

$$\sigma_M = \sigma(0) = E(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 = 3.5\ нКл/м^2$$

(7) $$q' = \int \sigma\, dS = \int_0^{\pi/2} \sigma(\alpha)\cdot 2\pi R \sin\alpha \cdot R\, d\alpha =$$

$$= \int_0^{\pi/2} E(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 \cos\alpha \cdot 2\pi R \sin(\alpha) R\, d\alpha$$

$$\Downarrow$$

$$q' = E(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 \pi R^2 = 1.1 \cdot 10^{-10}\ Кл$$

§5

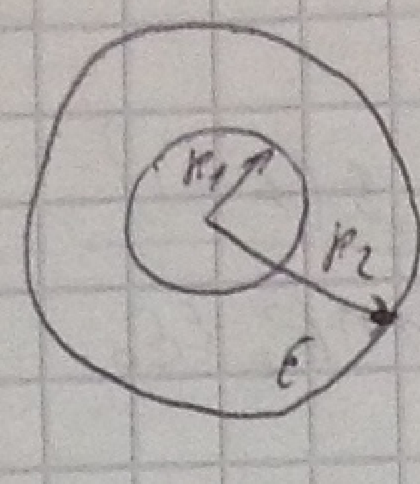
№5.1

$R_1$

$R_2$

$\varepsilon$

$C - ?$




1) $C = \dfrac{q}{U}$

2) $\oint \vec{D} ds = q$ (т. Гаусса)

3) $\vec{E} = \dfrac{\vec{D}}{\varepsilon\varepsilon_0}$

4) $\sigma = \dfrac{dq}{ds}$

5) $\rho = \dfrac{dq}{dV}$

6) $r < R_2 \Rightarrow D_1 = 0$

$E_1 = 0$

$\varphi_1 = C_1$

7) $R_1 < r < R_2$ $D_2 = \dfrac{q}{4\pi r^2}$, $E_2 = \dfrac{q}{4\pi r^2 \varepsilon\varepsilon_0}$

$\varphi_2 = \dfrac{q}{4\pi r \varepsilon\varepsilon_0} + C_2$

8) $r > R_2$: $D_3 = \dfrac{q}{4\pi r^2}$ $E_3 = \dfrac{q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}$

$\varphi_3 = \dfrac{q}{4\pi r \varepsilon\varepsilon_0} + C_3$

$C_3 = 0 \Rightarrow \varphi_2(R_2) = \varphi_3(R_2) \Rightarrow \dfrac{q}{4\pi R_2 \varepsilon\varepsilon_0} + C_2 = \dfrac{q}{4\pi R_2 \varepsilon_0}$

$\Downarrow$

$C_2 = \dfrac{q\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)}{4\pi R_2 \varepsilon_0}$

$$⑤\ \varphi_1(R_1)=\varphi_2(R_1) \Rightarrow C_1=\frac{q}{4\pi R_1\varepsilon\varepsilon_0}+\frac{q(\varepsilon-1)}{4\pi R_2\varepsilon\varepsilon_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_1=\frac{q\,(R_2+R_1(\varepsilon-1))}{4\pi R_1R_2\varepsilon\varepsilon_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi_2=\frac{q}{4\pi r\varepsilon\varepsilon_0}+\frac{q(\varepsilon-1)}{4\pi R_2\varepsilon\varepsilon_0}$$

$$\Downarrow$$

$$\varphi_1=\frac{q(R_2+R_1\varepsilon-R_1)}{4\pi R_1R_2\varepsilon\varepsilon_0}$$

$$\Downarrow$$

$$C=\frac{q}{U}=\frac{q\,4\pi R_1R_2\varepsilon\varepsilon_0}{q\,(R_2+R_1\varepsilon-R_1)}=\frac{4\pi R_1R_2\varepsilon\varepsilon_0}{R_1\varepsilon+R_2-R_1}$$

№5.2

$U_1=0$

$R_1, R_2, U$

$\Delta W=?$

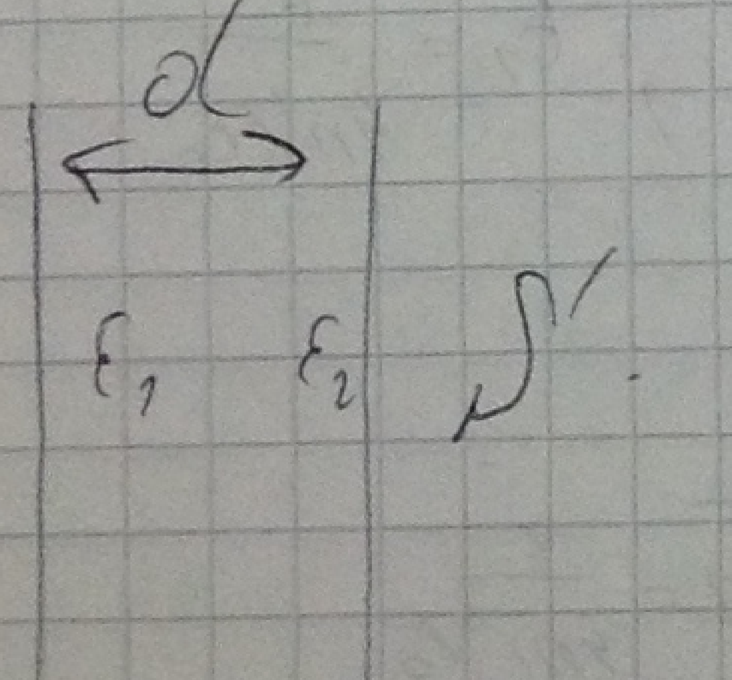
$$① \ W=\frac{UQ}{2}=\frac{Q^2}{2C}=\frac{CU^2}{2}$$

$$② \ C_1=4\pi\varepsilon_0R_1 \Rightarrow W_1=2\pi\varepsilon_0R_1U^2$$

$$③ \ \varphi_1=0 \Rightarrow \varphi_1(R_1)=\varphi_2(R_1)=0=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \Rightarrow q=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_2=0 \Rightarrow \Delta W=-2\pi\varepsilon_0R_1U^2$$

№5.4




$C=?$

$$① \ C=\frac{\varepsilon\varepsilon_0S}{d}=\frac{Q}{\varphi}$$

$$\varepsilon(r)=\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{d}r+\varepsilon_1$$

$$② \ \varphi(r)=\frac{q}{4\pi\varepsilon(r)\varepsilon_0r} \Rightarrow$$

$$③ \ E=\frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0S}=\frac{q}{\varepsilon_0\left((\varepsilon_2-\varepsilon_1)r/d+\varepsilon_1\right)S}$$

$$④ \ \varphi_1-\varphi_2=\int E\,dr=\int\frac{q\,dr}{\varepsilon_0\left((\varepsilon_2-\varepsilon_1)\frac{r}{d}+\varepsilon_1\right)S}=$$

$$= \frac{qd}{S\varepsilon_0(\varepsilon_2-\varepsilon_1)} \ln\left((\varepsilon_2-\varepsilon_1)r+\varepsilon_1 d\right)\Big|_0^d = \frac{qd}{S\varepsilon_0(\varepsilon_2-\varepsilon_1)} \ln\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)$$

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon_2-\varepsilon_1)S}{d\ln(\varepsilon_2/\varepsilon_1)}$$

N 5.5.

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 h}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \qquad \varphi_1-\varphi_2 = \frac{q}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 h}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r}$$

$$\varphi = \frac{Q}{C}$$

1) напр. не изм.

2) $E \sim \frac{1}{R_1} \Rightarrow E$ уменьш. в 2 раза

N 5.6. $\varepsilon = \frac{\varepsilon_a a}{r}$

$$\varphi_1-\varphi_2 = \varphi_a-\varphi_b = \int_{R_1}^{R_2} E\,dr = \int_{R_1}^{R_2}\frac{q\,dr}{4\pi\varepsilon(r)\varepsilon_0 r^2} =$$

$$= \int_{R_1}^{R_2}\frac{q}{4\pi\varepsilon_a a\varepsilon_0 r}\,dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_a a\varepsilon_0}\ln r\Big|_{R_1}^{R_2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_a a}\ln\frac{R_2}{R_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = \frac{Q}{\varphi} = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_a a}{\ln\frac{R_2}{R_1}} \Rightarrow W = \frac{CU^2}{2}$$

N 5.9

а)

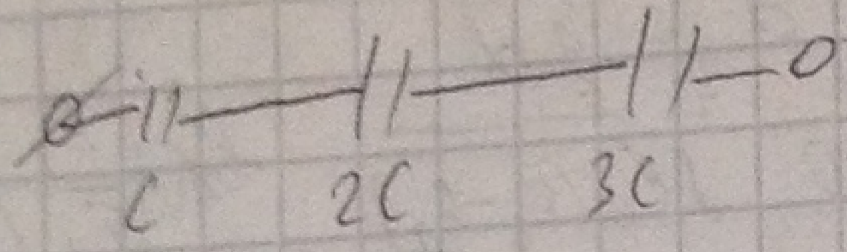
Электроёмкость не зависит от напр-я и заряда.

б) $U_2 = \frac{n-1}{n}U_1$

N 5.10.

Конденс. бесполезен $\Rightarrow$ ёмкость равна

N 5.11




$W = \frac{Q}{2C}$

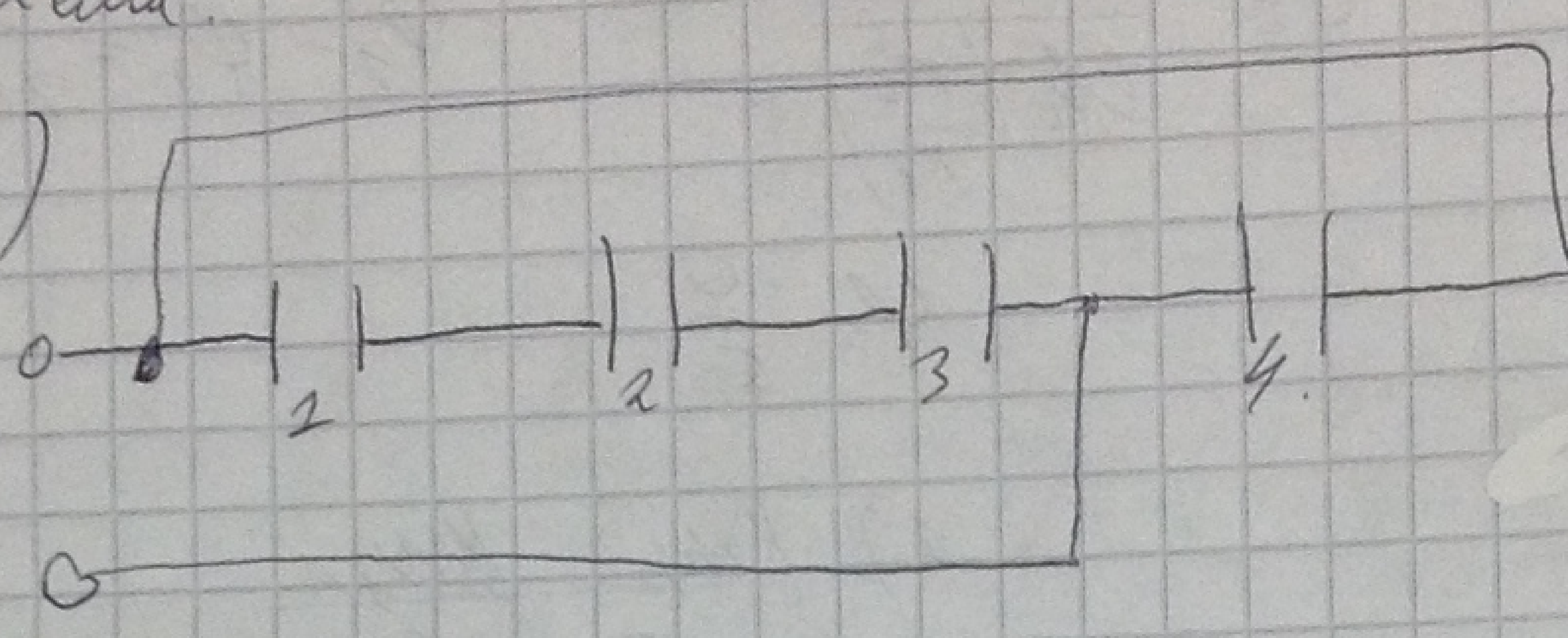
$\Downarrow$

$C_1$ – наиб. $W$

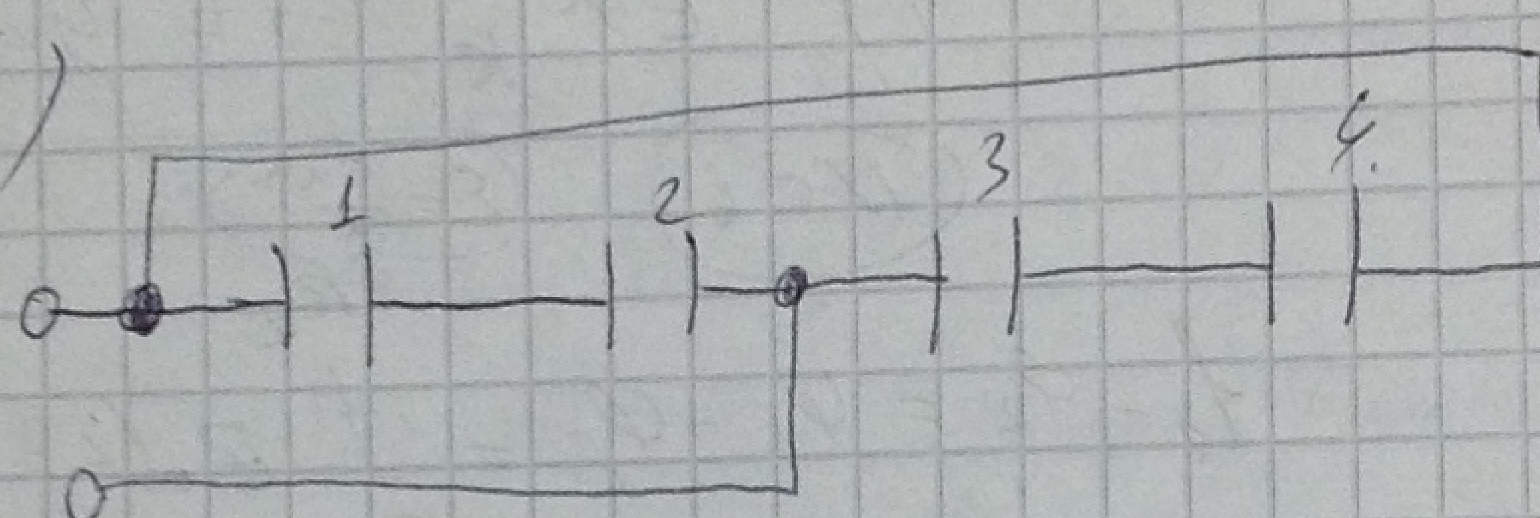
N 5.12

Схема:

а)

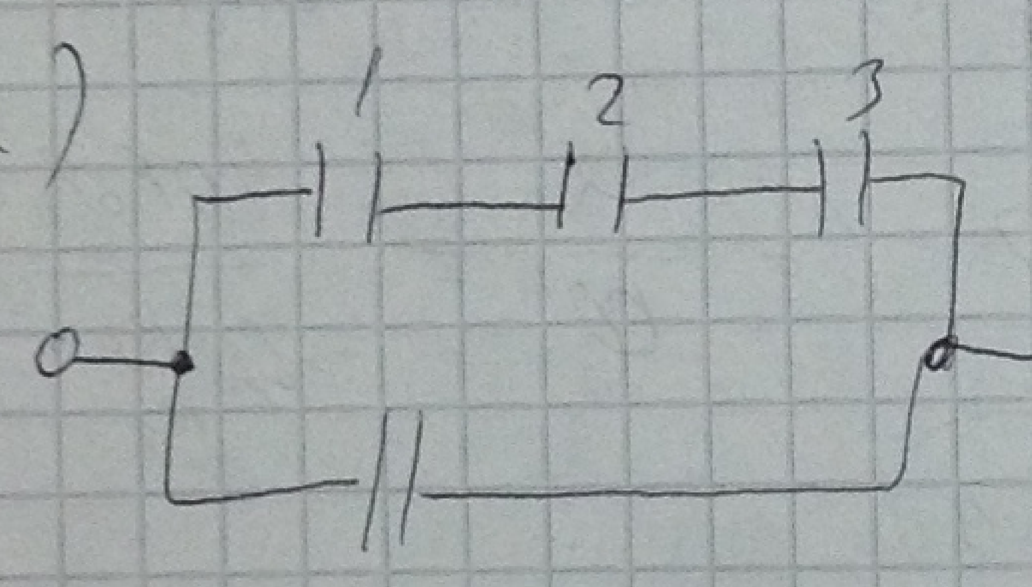



б)

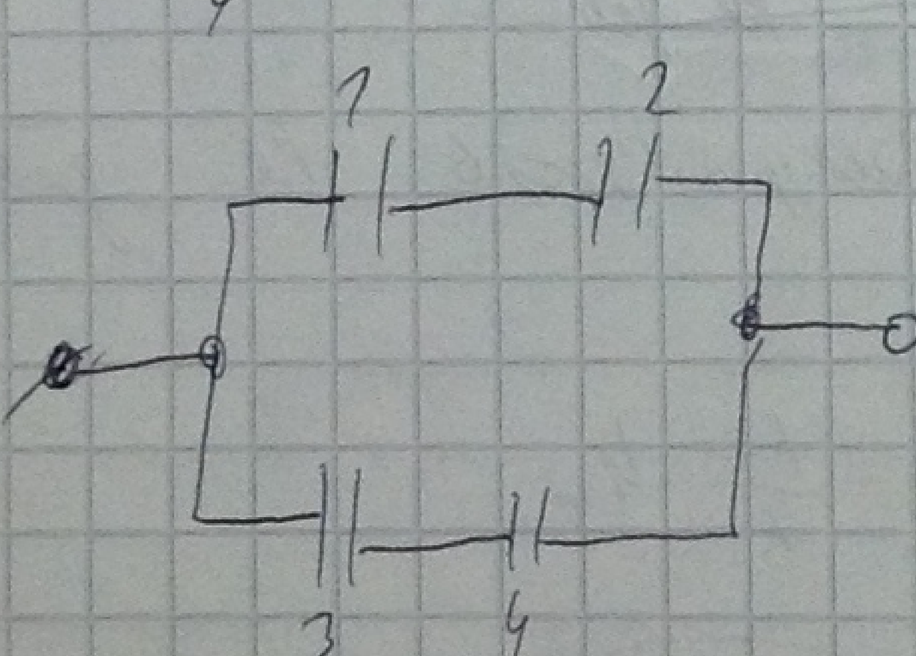



Z экв

а)




б)




1. а) $(C')^{-1} = \frac{3}{C} \to C' = \frac{C}{3} \Rightarrow C_1 = C + \frac{C}{3} = \frac{4C}{3}$

   б) $C_1' = C_2' = \frac{C}{2} \Rightarrow C_2 = C$

а > б в 4/3 раза

② ёмкости различны:

а) $\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{C_1C_3 + C_2C_3 + C_1C_2}{C_1C_2C_3}$

$$C_{I} = C_4 + \frac{C_1C_2C_3}{C_1C_2 + C_2C_3 + C_1C_3}$$

б) $\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1+C_2}{C_1C_2}$

$\Downarrow$

$$C_{II} = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2} + \frac{C_3C_4}{C_3+C_4}$$

$$C_{I} = C_{II}$$

$\Downarrow$

$$C_4 = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2}$$

№5.8

$R_1$
$R_2$
$R_1 < R_2$

$\varepsilon_1$
$\varepsilon_2$
$\psi_1$
$\psi_2$
$l$
$Q$

---

$E$
$C$

① по Т. Гаусса: $\oint \vec{D}\, d\vec{S} = Q$

$\Downarrow$

$$rl \cdot E_1 \varepsilon_1 \varepsilon_0 \psi_1 = \frac{Q\psi_1}{2\pi}$$

$$E_2 \varepsilon_2 \varepsilon_0 \psi_2 r l = \frac{Q\psi_2}{2\pi}$$

$\Downarrow$

$$E_1 = \frac{Q}{2\pi r \varepsilon_1 \varepsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{Q}{2\pi r \varepsilon_2 \varepsilon_0}$$

... 0

$$\frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon_1 l} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \frac{\psi_1}{2\pi} + \frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon_2 l} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \frac{\psi_2}{2\pi}$$

не Т

$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 l (\varepsilon_2 \varphi_2 + \varepsilon_1 \varphi_1)}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 (\varphi_1 \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \varphi_2) l}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}.$$

№5.13

$\varepsilon$

$W_1$

$W_2 - ?$

1) $C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$

2) После сл. диэл. $C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{d} = \frac{C_1}{\varepsilon}$.

$q_1 = q_2$

3) $q_2$ $W_1 = \frac{q_1^2}{2C_1}$

$W_2 = \frac{q_2^2}{2C_2} = \frac{\varepsilon q_1^2}{2C_1} = \varepsilon W_1$.

по ЗСЭ:

$Q = W_2 = \varepsilon W_1$.

№5.14

$R_1$

$R_2$

$R_3$

$\varphi_1$

$\varphi_2$

$\varphi_3$

$Q - ?$

1) $q_1 + q_2 + q_3 = q_1' + q_2' + q_3'$

2) $q_i = C_i \varphi_i = \underbrace{4\pi\varepsilon_0 R_i}\cdot \varphi_i$

3) $q_i' = C_i \varphi = \underbrace{4\pi\varepsilon_0 R_i}\cdot \varphi$

$\Downarrow$

$R_1\varphi_1 + R_2\varphi_2 + R_3\varphi_3 = \varphi(R_1 + R_2 + R_3)$

$\Downarrow$

$\varphi = \frac{R_1\varphi_1 + R_2\varphi_2 + R_3\varphi_3}{R_1 + R_2 + R_3}$

4) $Q = q U.$

§6

№6.1.

$r_1 = R_1$
$r_2 = R_2$

---

$\varphi_1$
$\varphi_2$.

(1) $R = \frac{1}{2\pi\lambda l}$

(2) $Q_1 = C_1\varphi_1$, $Q_2 = C_2\varphi_2$.

(3) $\varepsilon\varepsilon_0 \, J = \lambda_1 Q_1 = \lambda_2 Q_2$, но $\lambda_1 = \lambda_2$

$\Downarrow$

$Q_1 = Q_2$

(4) $C_1\varphi_1 = C_2\varphi_2$.

$C_i = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_i$

$\Downarrow$

(5) $4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \, r_1 \varphi_1 = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \varphi_2 r_2$.

$\Downarrow$

$\varphi_2 = \frac{r_1}{r_2}\varphi_1$

(6). $\Delta\varphi = U = \varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_1\left(1 - \frac{r_1}{r_2}\right)$

$\Downarrow$

$\varphi_1 = \frac{U r_2}{r_2 - r_1}$ $\quad \varphi_2 = \frac{U r_1}{r_2 - r_1}$

№6.2

Закон преломления линий тока.

(1) $Q_1 = Q_2$

(2) $\varepsilon\varepsilon_0 \, J = Q_1 \lambda_1 = Q_2 \lambda_2$.

(3) $j_n = const$, т.е. $j \cdot \cos\alpha_1 = const$

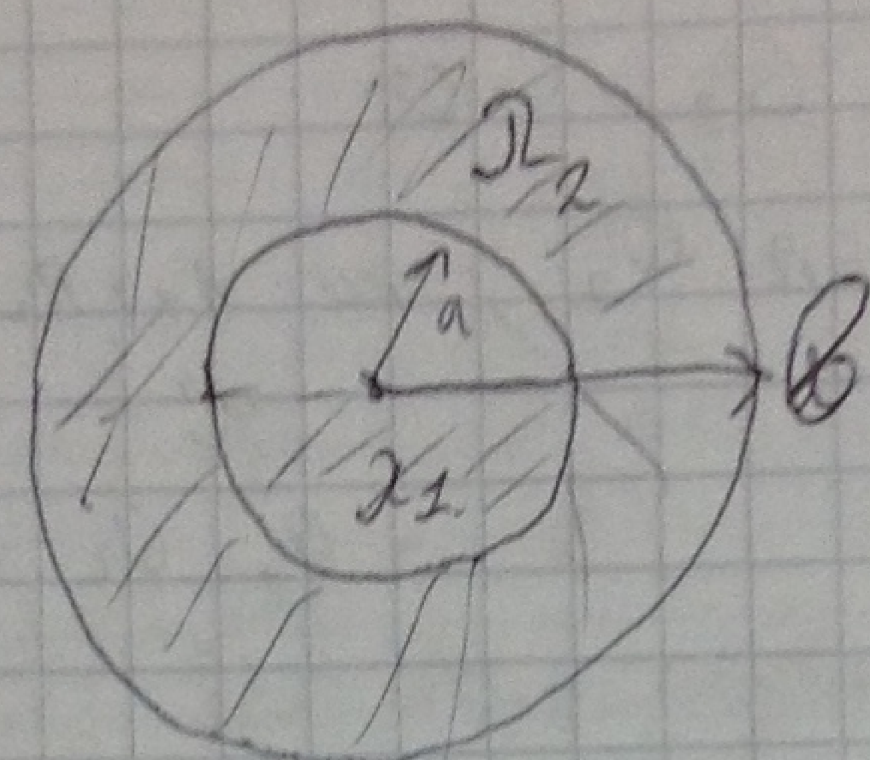
$E_{t_1} = E_{t_2} \Rightarrow E_1 \sin\alpha_1 = E_2 \sin\alpha_2$, т.к. поле потенциально.

(4) $\vec{j} = \lambda\vec{E} \Rightarrow \lambda_1 E_1 \cos\alpha_1 = \lambda_2 E_2 \cos\alpha_2$

$\Downarrow$

$$\frac{tg\,\alpha_1}{tg\,\alpha_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

№6.3




$a$
$b$
$\lambda_2$
$\lambda_1$
$R - ?$

Создадим между сф. a и b разность потенциалов

$$I = \oint \vec{j}\, d\vec{S} = 4\pi r^2 j(r)$$

$$E = \frac{1}{\lambda}\vec{j} \Rightarrow E = \frac{I}{4\pi r^2 \lambda}$$

$$U = \int_a^b E\, dr = \int_a^b \frac{1}{\lambda} j(r)\, dr =$$

$$= \int_a^b \frac{1}{\lambda}\frac{I}{4\pi r^2}\, dr = \frac{I}{\lambda 4\pi}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

(слоя) $R_2 = \frac{U}{I} = \frac{1}{4\pi\lambda}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$

(внутр) $R_1 = \frac{1}{2\pi\lambda_1 a}$

$$R = \cancel{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = R_1 + R_2 = \frac{1}{4\pi\lambda}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) + \frac{1}{2\pi\lambda_1 a}$$

№6.4

$a_1$
$a_2$
$l \gg a_1, a_2$
$\lambda$

$R - ?$

① $I_1 = \frac{\varphi_1}{R_1}$ $\qquad I_2 = \frac{\varphi_2}{R_2}$

$R_1 = \frac{1}{2\pi\lambda a_1}$ $\qquad R_2 = \frac{1}{2\pi\lambda a_2}$

② $I_1 = I_2 = I$.

(3) $U_1 = \frac{R_2 U}{R_1+R_2}$, $U_2 = \frac{-R_1 U}{R_1+R_2}$.

(4) $JR = U = J(R_1 + \cancel{R} + R_2)$

$\Downarrow$

$$\boxed{R_1 + R_2 = \frac{1}{2\pi\lambda a_1} + \frac{1}{2\pi\lambda a_2}}$$

№6.5.

$\lambda_1$
$\lambda_2$

---

$\frac{N_1}{N_2}$.

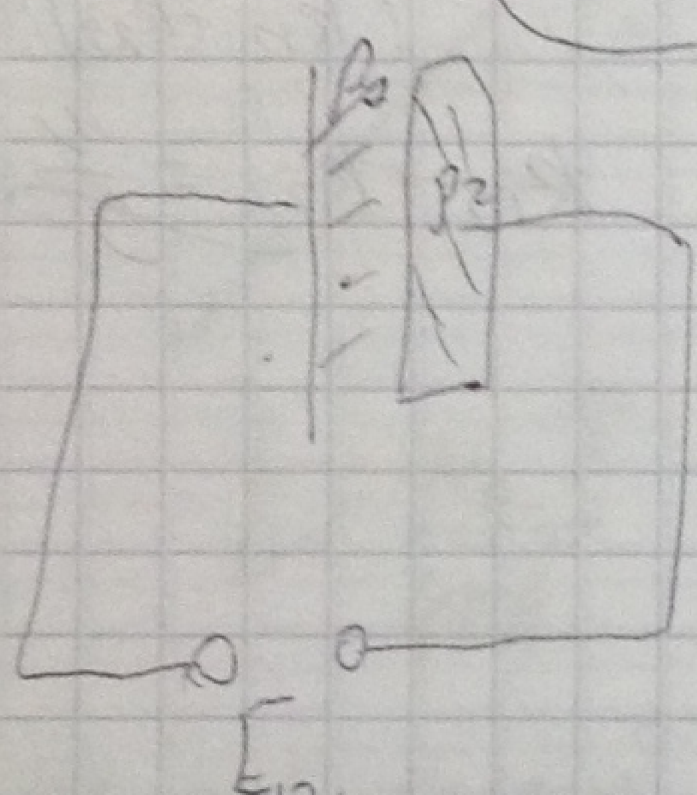
$N = UJ = J^2 R$.

$\Downarrow$

E не зав. от вещ-ва

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{J_1 \cdot U}{J_2 \cdot U} = \frac{J_1}{J_2} = \frac{\int j_1 ds}{\int j_2 ds} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\frac{\int E_1 ds}{\int E_1 ds} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

№ 6.6.




$\varepsilon_0$
$\rho_1$
$\rho_2$
$d$
$S$.

(1) $R = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\lambda C}$ $\quad C = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \Rightarrow R = \frac{d}{\lambda S}$.

(2) $\lambda = \frac{1}{\rho}$. $\quad d$, в нашем случае, $\frac{d}{2} \Rightarrow$

$$R_{1,2} = \frac{d}{2S}\rho_{1,2}.$$

(3) $(R_1 + R_2)J = \mathcal{E}_0 \Rightarrow J = \frac{\mathcal{E}_0}{R_1+R_2}$.

$$N_{1,2} = J^2 R_{1,2} = \frac{\mathcal{E}_0^2 R_{1,2}}{(R_1+R_2)^2}$$

№6.7.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

№6.8

№6.4, только $R = \frac{1}{4\pi\lambda a} + \frac{1}{4\pi\lambda a} = \frac{1}{2\pi\lambda a}$

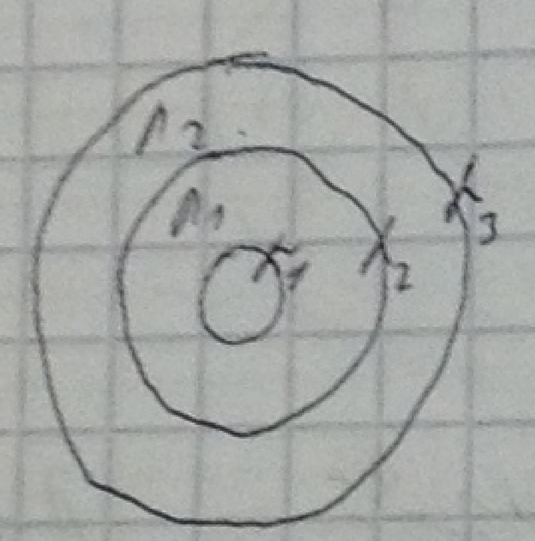
№6.9

$c_1$
$c_2$
$d$
$\varepsilon$

$$k = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2c}$$

$$k_1 + k_2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\lambda}\left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}\right)$$

N 6.10




$U$

(1) $N = \frac{U^2}{R} = J^2 R$

(2) $N_{12} = J^2 R_{12} = \frac{U^2 R_{12}}{(R_{12} + R_{23})^2}$

(3) $N_{23} = J^2 R_{23} = \frac{U^2 R_{23}}{(R_{12} + R_{23})^2}$

$R_{12} + R_{23} = \frac{U}{J}$

$$R_{12} = \frac{1}{4\pi\lambda_1}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$R_{23} = \frac{1}{4\pi r_2}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}\right).$$

§7

N 7.1

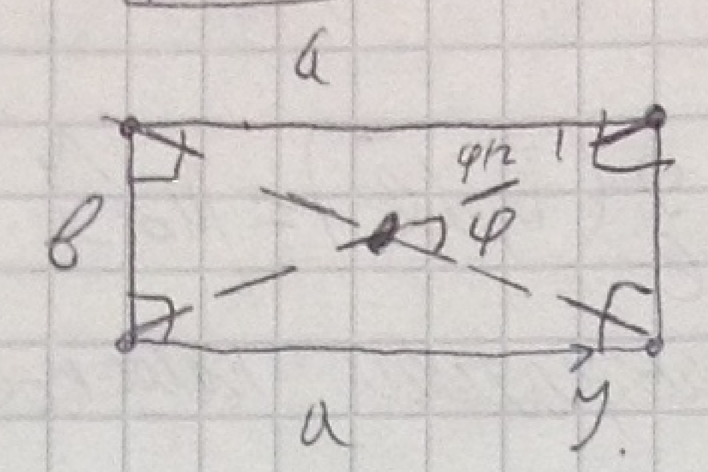
$I$

$a$

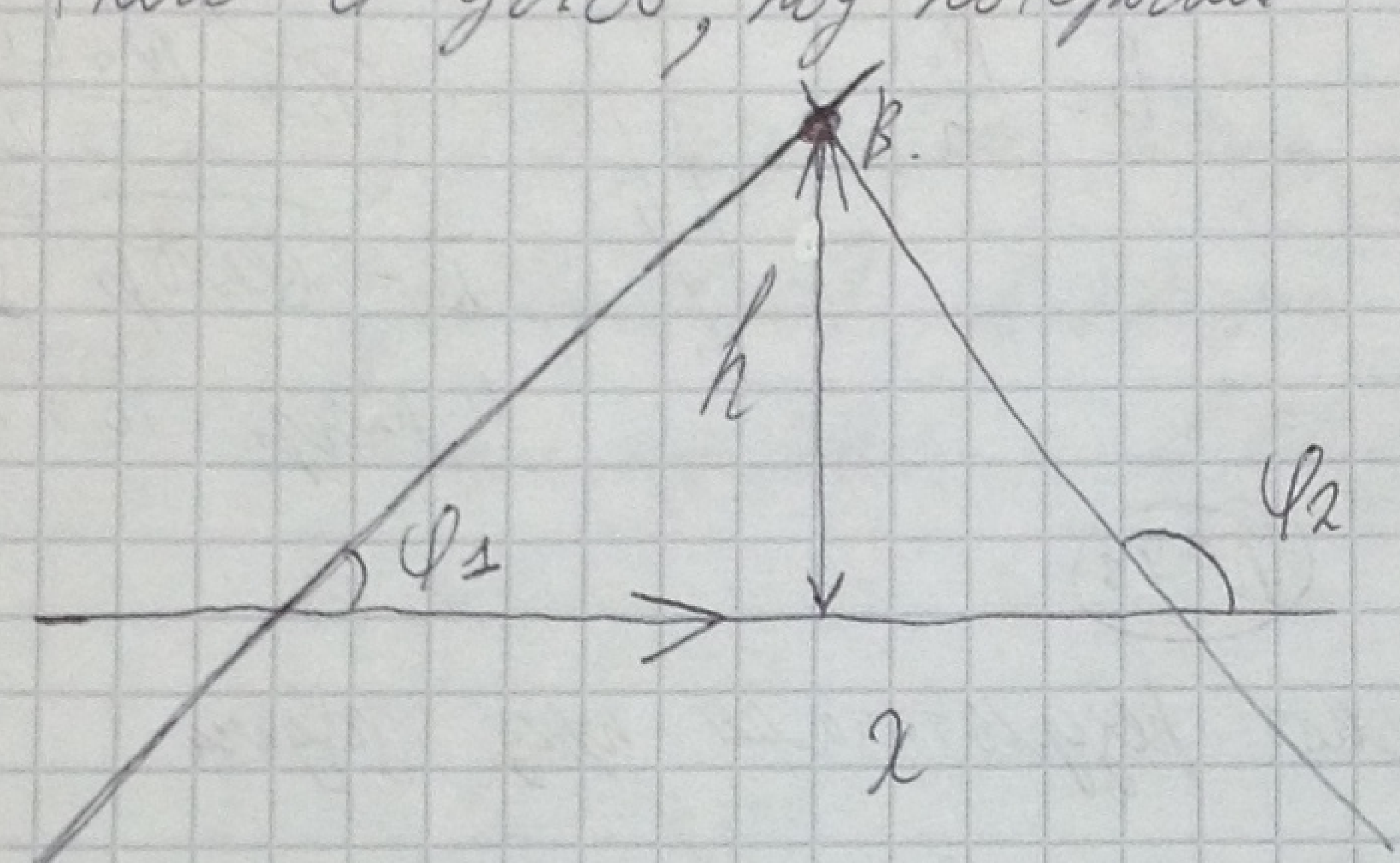
$b$

$B - ?$

①




② Индукция поля, создаваемая отрезком прямой с током зависит от тока в отрезке, расстояния до него и углов, под которыми видны его концы.




$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi h}(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)$$

③ Вклад от каждой грани длины $a$: $B_a = \frac{\mu_0 I}{4\pi \frac{b}{2}}\left(\cos\frac{\varphi}{2} - \cos\left(\pi - \frac{\varphi}{2}\right)\right) = \mu_0 \cdot \frac{I}{\pi b}\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)$

④ Вклад от каждой грани длины $b$: $B_b = \frac{\mu_0 I}{4\pi \frac{a}{2}}\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2}\right) - \cos\left(\pi - \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2}\right)\right)\right) = \frac{\mu_0 I}{\pi a}\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)$

⑤ $B = 2(B_a + B_b) = 2\frac{\mu_0 I}{\pi}\left(\frac{1}{b}\left(\cos\frac{\varphi}{2}\right) + \frac{1}{a}\left(\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right)\right)$

$$\cos\frac{\varphi}{2} = \frac{a}{d} = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \Rightarrow \sin\frac{\varphi}{2} = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$\Downarrow$

$$B = \frac{2\mu_0 I}{\pi\sqrt{a^2+b^2}}\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) = \frac{2\mu_0 I}{\pi a b}\sqrt{a^2+b^2}$$

## №7.2

$\vec{i}$

$B$-?

① Воспользуемся теоремой о циркуляции:

$$\oint_l (\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 I.$$

② контур – прямоугольник, плоскость которого $\perp$ исходной плоскости.

$\Downarrow$

$2Bl = \mu_0 i l$

$\Downarrow$

$B = \frac{\mu_0 i}{2}.$

Верно, вроде, так:

$2Bl = \mu_0 l \cdot [\vec{i}, \vec{n}]$

$\Downarrow$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 [\vec{i}, \vec{n}]}{2}}$$

$\vec{n}$ – вектор $\perp$ плоск-ти и напр. от неё, $|\vec{n}| = 1$.

## №7.3

$\vec{i}$

$-\vec{i}$

$B$-?

① Воспользуемся результатами пред. задачи

$$B_{1,2} = \frac{\mu_0 [\vec{i}, \vec{n}]}{2}$$

$\Downarrow$

② $B = \begin{cases} 2B_{12} = \mu_0 [\vec{i}, \vec{n}] & \text{внутри плоскостей} \\ 0 & \text{вне плоскостей} \end{cases}$

## №7.4

$R$

$y$

$B = B(r)$?

① Индукция магнитного поля обладает (в данной задаче) осевой симметрией, и, $\Rightarrow$, вследствие однородности вдоль проводника, индукция от координаты вдоль проводника не зависит.

② Силовые линии поля – концентрические окр-ти с общим центром на оси проводника. Вектор индукции направлен по касательным к ним. Эти окр-ти выберем в качестве замкнутых контуров для т. о циркуляции.

③

$$\oint_L B_e\, dl = \begin{cases} 2\pi r B(r) = 0, & r<R \\ 2\pi r B(r) = \mu_0 J, & r>R \end{cases}$$

полный ток в проводнике.

$$\boxed{B(r) = \begin{cases} 0, & r<R \\ \dfrac{\mu_0 J}{2\pi r}, & r>R \end{cases}}$$

N 7.5

| |
|---|
| $J$ |
| $R$ |
| щель — по длине $d \ll R$ |
| $r \gg d$ |
| $B$ - ? |

① Предположим, что щели нет, тогда $B \equiv 0$, т.к. согласно второму ур-ю Максвела циркуляция вектора $H$ равна нулю внутри трубки, а в силу симметрии получаем, что и сам $H$ равен $0 \Rightarrow$
$\Rightarrow B = 0$.

② Индукция, создаваемая „рейкой", которую мы „вставляем" может быть ≈ вычислена, как для прямого провода с током $i = J \dfrac{d}{2\pi R}$
(сила тока пропорциональна ширине рейки в сравнение с шириной всего проводника).

③ Индукция длинного прямолинейного проводника (тонко нити)

$$B(r) = i \frac{\mu_0}{2\pi R}$$

④ Раз это поле полностью перекрывает поле, имеющееся внутри трубы, то поле трубы определено векторами напряженности той же величины, но противоположного направления. Магнитная индукция в зав-ти от расстояния $r$ до прорези:

$$B(r) = J \frac{d}{2\pi R} \cdot \frac{\mu_0}{2\pi r} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{B(r) = \frac{J \cdot d}{4\pi^2 r k}\mu_0}$$

$\boxed{N\ 7.6.}$

| | |
|---|---|
| $R$ | ① р/м + слой сферы бесконечно малой высоты $\Delta x$. Шаровой слой может быть заменен цилиндр. поверхностью. ∃ • $dS$ – произв. площадка на этой поверхности |
| $\sigma$ | |
| $\vec{w}$ | |
| $B$ – ? | • $dB$ – м/и, создаваемая поверхностью $dS$ в центре сферы. |

• $r$ – радиус вращения слоя вокруг оси сферы

• $v$ – скорость вращения

• $dq$ – заряд на $dS$.

⇓

$$dB = \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{dq\, v \vec{R}}{R^3}, \quad v = wr, \quad dq = dS \cdot \sigma, \quad dB = \frac{\mu}{4\pi} \frac{dS \cdot \sigma w r}{R^2}$$

② Весь слой создает в центре сферы поле индукции $\Delta B$.

$$\Delta B = \frac{\mu}{4\pi} \frac{\sigma w r}{R^2} dS, \quad S_{цил} = 2\pi r \Delta x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta B = \frac{\mu}{4\pi} \frac{\sigma w r}{R^2} (2\pi r \Delta x)$$

③ Сфера может быть разбита на ∞ кол-во слоёв. Каждый из них создает поле $\Delta B_i$, дающее в сумме поле $B$ в центре сферы. Слой можно характеризовать положением $x$ по оси сферы, считая от центра. Для каждого слоя $r_i = \sqrt{R^2 - x^2}$.

⇓

$$B = \int_{-R}^{R} \Delta B\, dx, \quad dx = \Delta x.$$

$$B = \int_{-R}^{R} \frac{\mu}{4\pi} \frac{\sigma\omega \, 2\pi r \cdot r}{R^2} dx = \int_{-R}^{R} \frac{\mu}{4\pi} \frac{\sigma\omega \cdot 2\pi (R^2 - x^2)}{R^2} dx =$$

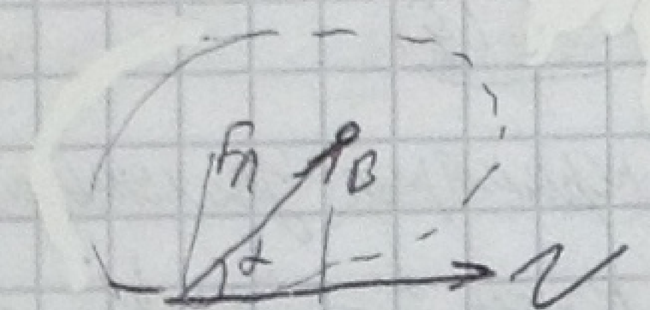
$$= \frac{2}{3} R\omega \mu \sigma$$

№ 7.12

$$R = \frac{m}{|q|} \frac{v \sin\alpha}{B}$$

| |
|---|
| $\vec{B}$ |
| $m$ |
| $q$ |
| $-q$ |
| $v$ |
| $\alpha$ |
| $2\alpha$ |
| $R$ - ? |
| $T$ - ? |
| $h$ - ? |
| $S_{max}$ - ? |

① 




$$F_л = qB\cancel{v \sin\alpha} = \frac{m v^2 \sin^2\alpha}{R}$$

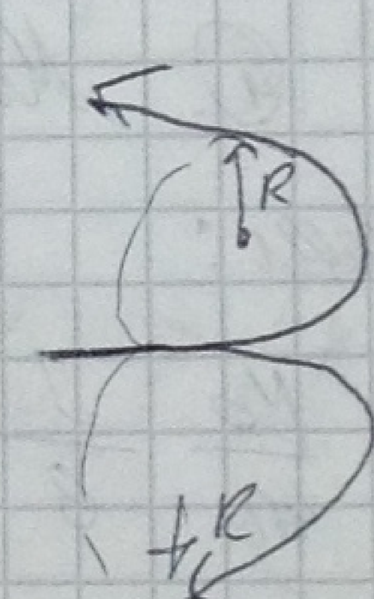
$$\Downarrow$$

$$R = \frac{m v \sin\alpha}{q B}$$

② $T = \frac{2\pi m}{qB}$

③ $h = \frac{2\pi}{B} \cdot \frac{m}{q} \cdot v\cos\alpha$

④




$q < 0$

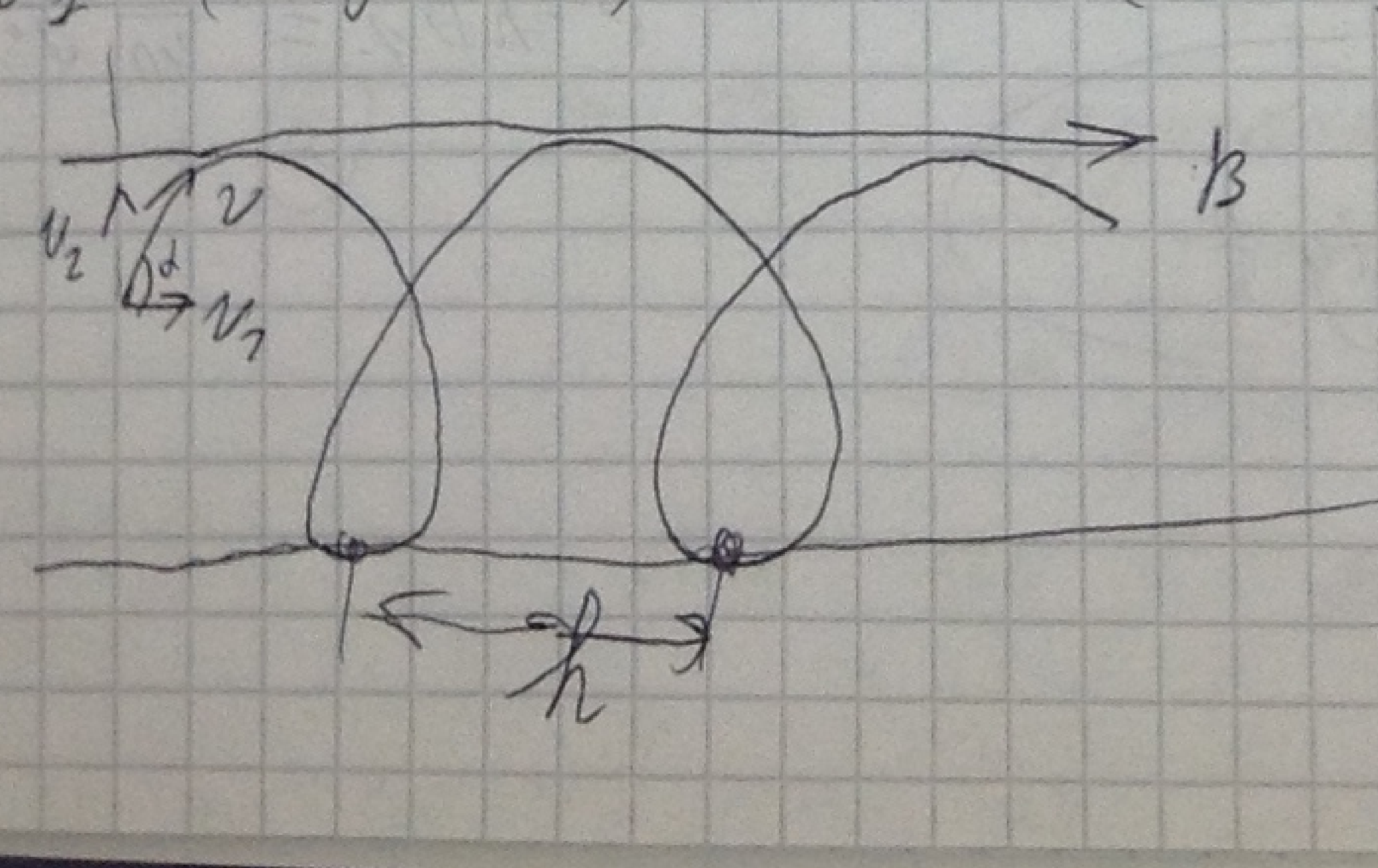
$q > 0$

$\Rightarrow S_{max} = 4R$

№ 7.13

| |
|---|
| $q$ |
| $m$ |
| $v = v_0$ |
| $\vec{B}$ |
| $L$ |
| $\alpha$ - ? |

① Разложим вектор $v$ на две составляющие $v_1$ (вдоль $\vec{B}$) и $v_2$ ($\perp \vec{B}$).




$$\begin{cases} v_1 = v\cos\alpha \\ v_2 = v\sin\alpha \end{cases}$$

② На частицу действует $F_{Л}$, обусловленная составляющей $v_2$. Вследствие этого, частица движется по окр-ти со скоростью $v_2$ в плоскости, перпендикулярной магнитному полю. Радиус этой окр-ти:

$$R = \frac{m v_2}{eB} = \frac{m v \sin\alpha}{eB}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\alpha = \arcsin \frac{eBR}{mv}}, \quad R = L.$$

№ 7.14

$n$-угольник

$R$

$I$

---

$\vec{B}_0$ - ?

① $p$ (периметр $n$-угольника правильного) $= 2nR \cdot \sin\frac{\alpha}{2} = 2nR \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{2n}\right) = 2nR\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)$

② длина грани: $\frac{p}{n} = a = 2R\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)$

③ расстояние от грани до центра:

$$b = R\cos\frac{\alpha}{2} = R\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)$$

④ Магнитная индукция, создаваемая током одной грани:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{b}\left(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2\right) =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{b}\left[\frac{\frac{a}{2}}{\sqrt{b^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} + \frac{\frac{a}{2}}{\sqrt{b^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}}\right] \Rightarrow B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{a}{b}\frac{1}{\sqrt{b^2 + \frac{a^2}{4}}}$$

$$\Downarrow$$

$$B = nB_1 = \frac{n\mu_0}{4\pi} I \cdot \frac{2R\sin\frac{\pi}{n}}{R\cos\frac{\pi}{n}}\frac{1}{\sqrt{b^2 + \frac{a^2}{4}}} =$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi R} I n \operatorname{tg}\frac{\pi}{n}$$

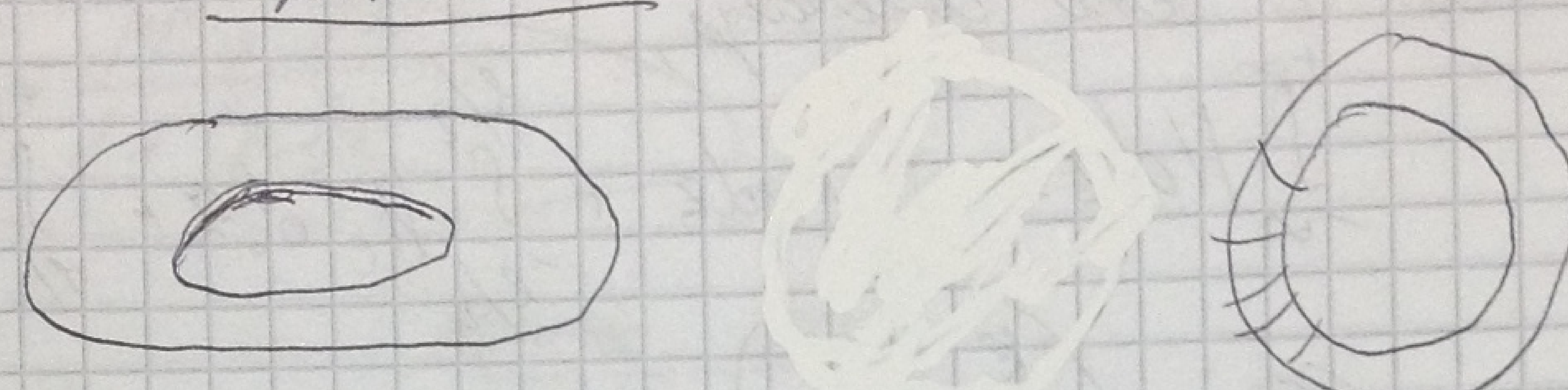
§8

разбор примеров на стр. 147. (8.1–8.7).

## Примеры решения задач.

### пример №8.1

| | |
|---|---|
| тороид<br>$N$<br>$I$<br>$\mu$ | |
| $B$ – ? | |



① р/м катушку как систему одинаковых витков с центрами на средней линии тороида, плоскости которых $\perp$ этой линии.

② силовые линии – концентрические окр-ти с центрами на оси симметрии тороида;

③. Т. о циркуляции к силовой линии даёт:

$$\oint \vec{H}\, d\vec{l} = 2\pi r H = \begin{cases} NI, & \text{внутри тороида} \\ 0, & \text{вне его.} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$H = \frac{NI}{2\pi r} \rightarrow B = \mu\mu_0 \frac{NI}{2\pi r}$$

### пример №8.2

| | |
|---|---|
| $\mu$<br>$N$<br>$I$<br>$l \gg R$<br>$R$ | |
| $B$<br>$\vec{H}$ | |

① $B = c f(z)$, $f(z) = \dfrac{z+\frac{l}{2}}{\sqrt{R^2+(z+\frac{l}{2})^2}} - \dfrac{z-\frac{l}{2}}{\sqrt{R^2+(z-\frac{l}{2})^2}}$,

$C$ – конст.

② на оси сердечника:

$$H_c = \frac{C f(z)}{\mu\mu_0}.$$

а на оси в воздухе вне соленоида:

$$H_в = \frac{C f(z)}{\mu_0}$$

③ По т. о циркуляции к бес. силовой линии, совпадающей с осью соленоида,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H dz = \int_{-\infty}^{-l/2} H_в dz + \int_{-l/2}^{l/2} H_c dz + \int_{l/2}^{+\infty} H_в dz = JN$$

④ $\left(\frac{R}{l} \ll 1\right)$

$\Downarrow$

$$\int_{-\infty}^{-l/2} H_в dz = \int_{l/2}^{+\infty} H_в dz = \frac{C}{\mu_0} R$$

$$\int_{-l/2}^{l/2} H_c dz = \frac{C}{\mu\mu_0} 2(l-R)$$

$\Downarrow$

$$\frac{2CR}{\mu_0} + \frac{2C}{\mu\mu_0}(l-R) = JN \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = \frac{\mu\mu_0 JN}{2(l+(\mu-1)R)} \Rightarrow B(z) = \frac{\mu\mu_0 JN \, f(z)}{2(l+(\mu-1)R)}$$

⑤ при $\mu R \ll l$

$$B(z) \simeq \frac{\mu\mu_0 JN}{2l} f(z).$$

при $\mu R \gg l$

$$B(z) = \frac{\mu_0 JN \, f(z)}{2R}$$

⑥ Напр-ть поля внутри и вне соленоида равны соответственно:

$$H_c(z) = \frac{JN}{2(l+(\mu-1)R)} f(z) \text{ и } H_в(z) = \frac{\mu JN}{2(l+(\mu-1)R)} f(z)$$

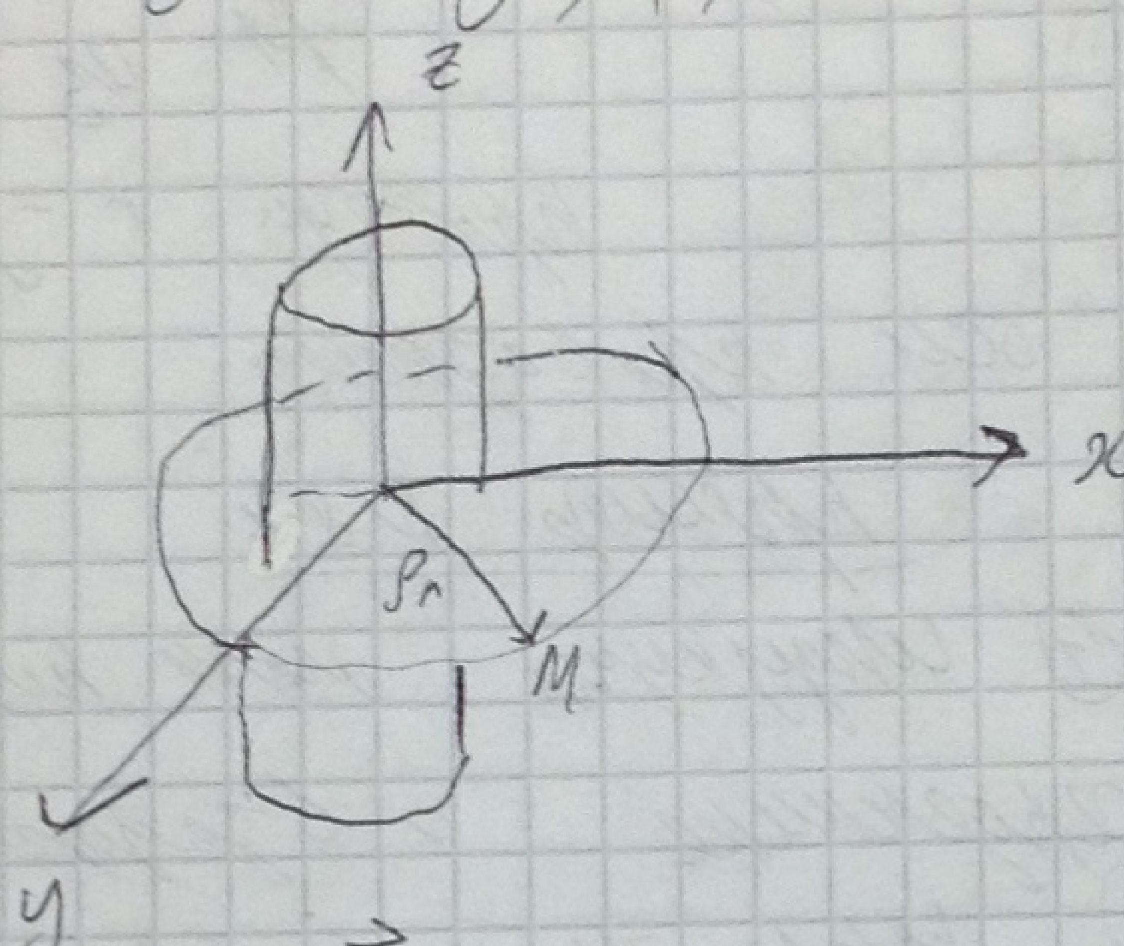
На торцах сердечника $\vec{H}$ терпит разрыв, возрастия в $\mu$ раз при переходе из сердечника в пустоту. Внутри соленоида вдали от концов ($|z| \ll l$) $f(z) \approx 2 \Rightarrow$ можно считать поле однородным.

$$B(z) \approx \frac{\mu \mu_0 \mathcal{Y} N}{l + (\mu - 1)R}.$$

Пример №8.3

$R$
$\mathcal{Y}$
---
$\vec{H}$ - ?

① переходу $\Rightarrow \rho, \varphi, z$.




$\vec{H} = H(\rho)$, т.к. перенос и поворот относительно $Oz$ не меняет конфигурацию токов.

② т. о циркуляции.

$L$ — окр-ть радиусом $\rho_M$.

т.к. $\vec{H} \parallel d\vec{l}$, то $\vec{H} d\vec{l} = H(\rho_M) dl$.

$H(\rho_M) = const$, т.к. на окр-ти $L$ $\rho_M = const$.

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \oint_L H dl = 2\pi \rho_M H(\rho_M) = \begin{cases} \frac{\mathcal{Y} \pi \rho_M^2}{\pi R^2}, & 0 \le \rho_M \le R \\ \mathcal{Y}, & \rho_M > R \end{cases}$$

$$H(\rho) = \begin{cases} \frac{\mathcal{Y} \rho}{2\pi R^2}, & 0 \le \rho_M \le R \\ \frac{\mathcal{Y}}{2\pi \rho}, & \rho_M > R. \end{cases}$$

Тогда, в век. виде:

$$\vec{H} = \begin{cases} \frac{1}{2}[\vec{j},\vec{\rho}], & \text{внутри проводника}, \ 0 \le \rho \le R \\ \frac{1}{2}[\vec{j},\vec{\rho}]\frac{R^2}{r^2}, & \text{вне}, \ \rho > R \end{cases}$$

$\vec{j}$ $\left(j = \frac{J}{\pi R^2}\right)$ – плотность тока

$\vec{\rho}$ – радиус-вектор, проведённый в точку $M$ из точки на оси провода, $r$ – $\rho$ от точки $M$ до оси проводника

## пример №8.4

| | |
|---|---|
| $\mu$, $N$, $d$ | |
| $H_c$, $H_з$, $B$ | |

1) индукция маг. поля одинакова в сердечнике и в зазоре.

2) напр-ти в серд. и в зазоре:

$$\vec{H}_c = \frac{\vec{B}(r)}{\mu_0\mu} \qquad \vec{H}_з = \frac{\vec{B}(r)}{\mu_0}$$

3) т. о цирк. к силовой линии радиусом $r$ внутри катушки:

$$JN = \frac{B(r)}{\mu_0\mu}(2\pi r - d) + \frac{B(r)}{\mu_0}d, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0\mu JN}{2\pi r + (\mu-1)d}$$

$$H_c = \frac{JN}{2\pi r + (\mu-1)d}, \quad H_з = \frac{\mu JN}{2\pi r + (\mu-1)d}$$

Если $(\mu-1)d \ll r$

$\Downarrow$

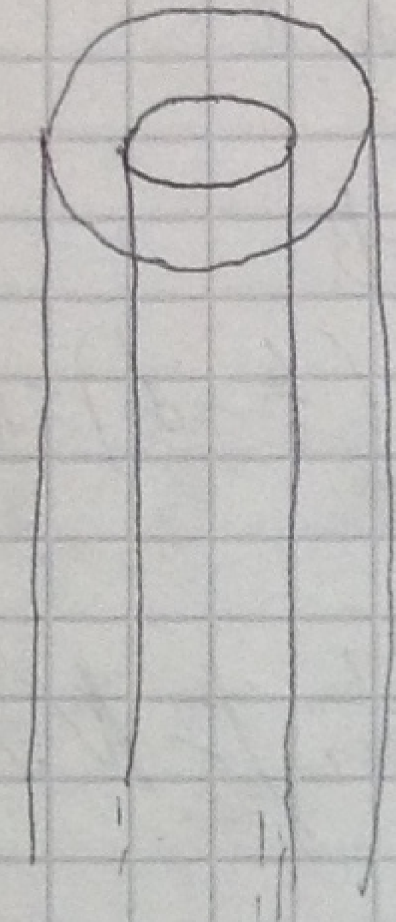
$$H_c \simeq \frac{JN}{2\pi r}$$

Если $r \ll \mu d$:

$H_c \approx \frac{JN}{\mu d}$, $H_3 = \frac{JN}{d}$, $B = \frac{\mu_0 JN}{d}$

несколько задач =>

№8.1



$R_1$ 1) $\rho = r$

$R_2$ 2) $\oint \vec{H} d\vec{l} = J$

$J$ 3) $r < R_1$

$H(\rho)$

$$2\pi r H = \frac{J}{\pi R_1^2} \pi r^2$$

$$\boxed{H = \frac{J}{R_1^2} \frac{1}{2\pi} r} \quad r < R_1$$

4) $r \in (R_1, R_2)$

$$2\pi r H = J$$

$$H = \frac{J}{2\pi r}$$

5) $r > R_2$

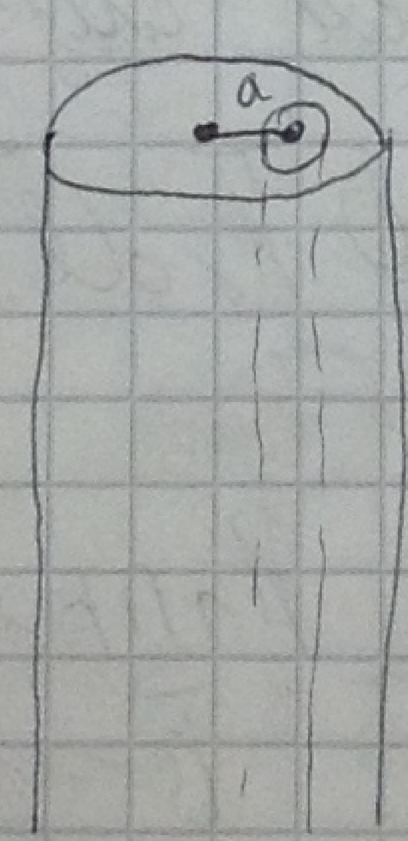
$$2\pi r H = 0 \Rightarrow H = 0$$

№8.2

$j$

$a$

$H$



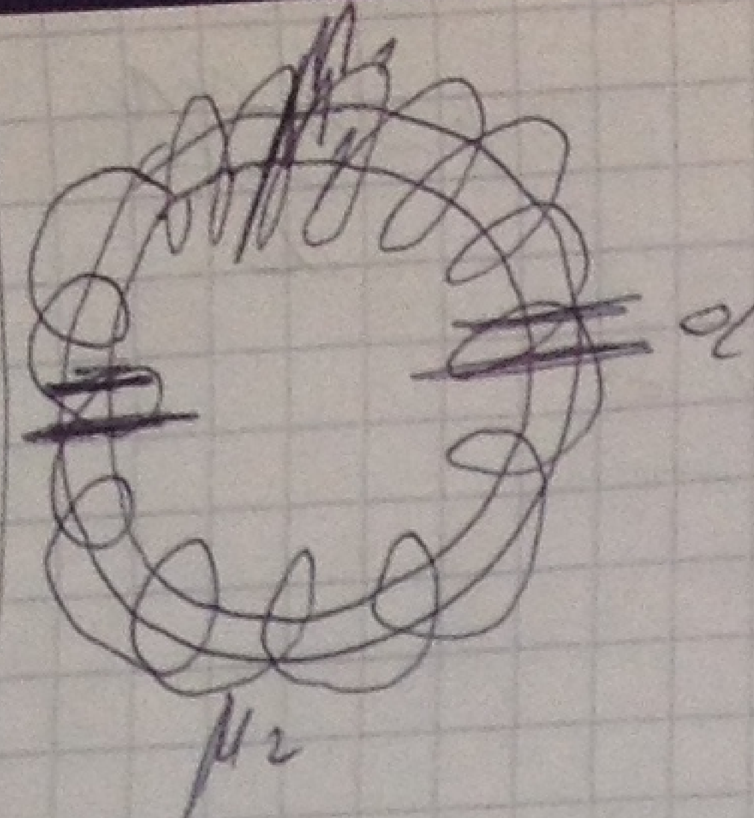

1) $\vec{H} = \frac{1}{2}[\vec{j}, \vec{\rho}]$

$\rho = a$

№8.3

$\mu_1$
$\mu_2$
$d$
$L$
$N$
$J$

$B - ?$




(1) $\oint \vec{H} d\vec{l} = NJ.$

$$2d H_0 + H_1\left(\frac{L}{2} - d\right) + H_2\left(\frac{L}{2} - d\right) = NJ.$$

(2) $\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$

(3) $B_{1n} = B_{2n} = B.$

(4) $$\frac{B}{\mu_0} 2d + \frac{B}{\mu_1\mu_0}\left(\frac{L}{2} - d\right) + \frac{B}{\mu_0\mu_2}\left(\frac{L}{2} - d\right) = NJ.$$

$$\frac{B}{\mu_0} 2d + \frac{B}{\mu_0}\left(\frac{L}{2} - d\right)\left(\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2}\right) = NJ.$$

$$\Downarrow$$

$$B = \frac{\mu_0 \mu_1 \mu_2 N J}{2d\mu_1\mu_2 + \left(L - \frac{d}{2}\right)(\mu_1 + \mu_2)}$$

$\boxed{\mu_0 = \frac{4\pi}{c}}$

## №8.4

$J$
$\mu_1$
$\mu_2$

$B - ?$

(1) Т. о циркуляции вектора $\vec{H}$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \sum J_i$$

(2) В нашем случае:

$$\oint_{L_1} \vec{H}_1 d\vec{l} + \oint_{L_2} \vec{H}_2 d\vec{l} = J.$$

$$H_1 \pi r + H_2 \pi r = J.$$

(3) Материальное ур-ие: $\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$

$$\frac{B_1}{\mu_1\mu_0}\pi r + \frac{B_2}{\mu_2\mu_0}\pi r = J$$

(4) Учтём, что на границе двух магнетиков

$$B_{n1} = B_{n2} \rightarrow |\vec{B}_1| = |\vec{B}_2|$$

$$\frac{B\pi r}{\mu_0}\left(\frac{1}{\mu_1}+\frac{1}{\mu_2}\right)=I$$

$$\Downarrow$$

$$B=\frac{\mu_0\mu_1\mu_2 I}{\pi r(\mu_1+\mu_2)}$$

N 8.5

$\mu_1$

$\mu_2$

$\vec{H}_0(\vec{r})$

---

$B-?$

$H_1-?$

$H_2-?$

① В вакууме по т. о циркуляции вектора $\vec{H}$:

(1) $\oint \vec{H}_0 d\vec{l} = I \Rightarrow H_0 \cdot L = I$ (1')

②. Если контур находится на плоской границе с магн. проницаемостями $\mu_1$ и $\mu_2$, то магн. поле, созданное током $I$ $\perp$ границе. Силовые линии — окружности, охватывающие ток, при этом половина окр-ти в одной среде, другая — во второй.

(2) по т. о циркуляции век. $\vec{H}$

$$H_1\frac{L}{2}+H_2\frac{L}{2}=I\overset{(1')}{=}H_0L$$

(3) $\vec{B}=\mu\mu_0\vec{H} \Rightarrow \vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}$

(4) $B_{1n}=B_{2n}=B \Rightarrow$

(5) $\left(\frac{B}{\mu_1\mu_0}+\frac{B}{\mu_2\mu_0}\right)\frac{\cancel{L}}{2}=H_0\cancel{L}$

$$\Downarrow$$

$$B=\frac{\mu_0\mu_1\mu_2\cdot 2H_0}{\mu_1+\mu_2}$$

(6) $B = \mu_0 \mu_1 H_1$ ; $B = \mu_0 \mu_2 H_2$

$$\Downarrow$$

$$H_1 = \frac{B}{\mu_0 \mu_1} \overset{B=}{=} \frac{2H_0 \mu_2}{\mu_1 + \mu_2}$$

$$H_2 = \frac{2H_0 \mu_1}{\mu_1 + \mu_2}$$

N 8.8

$R$

$\mu$

$I$

---

$B - ?$

1. $0 \le r \le R$

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{j}\, d\vec{S} \quad , \quad |\vec{j}| = \frac{I}{\pi R^2}$$

$$\Downarrow$$

$$H \cdot 2\pi r = j \pi r^2 = \frac{I}{\pi R^2} \cdot \pi r^2$$

$$\Downarrow$$

$$H(r) = \frac{I r}{2\pi R^2}$$

$$\Downarrow$$

2. $$B(\vec{r}) = \frac{\mu \mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

3. $r > R$

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = I \Rightarrow H 2\pi r = I \Rightarrow H = \frac{I}{2\pi r} \rightarrow$$

$$\rightarrow B = \frac{\mu \mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \quad \mu = 1 \text{ в вакууме.}$$

§9

№9.1

$\mu_1 = 400$

$\mu_2 = 100$

$R_2 = 10.8 \cdot 10^{-2}$ м

$R_1 = 4 \cdot 10^{-2}$ м

$h = 6 \cdot 10^{-2}$ м

$N = 400$ витков

$B - ?$

① $B_1 = \mu_1 \mu_0 \frac{NJ}{2\pi r}$

$L = \frac{\Phi}{J}$

$\Phi = \frac{N}{2} \int_{S_1} B_1 \, dS + \frac{N}{2} \int_{S_2} B_2 \, dS =$

$= \frac{N}{2} \int \mu_0 \frac{N}{2\pi} J \left( \mu_1 \int_S \frac{1}{r} dS + \mu_2 \int_S \frac{1}{r} dS \right) =$

$= \frac{\mu_0 J N^2}{4\pi} (\mu_1 + \mu_2) h \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$

$\Downarrow$

$L = \frac{\Phi}{J} = \frac{\mu_0 N^2}{4\pi} h (\mu_1 + \mu_2) \ln \frac{R_2}{R_1}$

№9.2

$l = 1$ м

$d \gg a = 0.5 \cdot 10^{-3}$ м

$d = 10^{-2}$ м

$L - ?$

$I \; dl$

① $\Phi = \int_S \vec{B} \, d\vec{S}$

② $\Phi = \int_a^{d-a} \frac{\mu_0 J}{2\pi r} l \, dr$

$\Downarrow$

$\Phi = \frac{\mu_0 J l}{2\pi} \ln\left(\frac{d-a}{a}\right) \simeq \frac{\mu_0 J l}{2\pi} \ln\left(\frac{d}{a}\right)$

$\Downarrow$

$L = \frac{2\Phi}{J} = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln\left(\frac{d}{a}\right)$

№9.3

$l = 1$ м

$R_1 = 5 \cdot 10^{-4}$ м

$R_2 = 10^{-2}$ м

$L - ?$

$\Phi = \int_{R_1}^{R_1} B l \, dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 J l}{2\pi r} dr =$

$= \frac{\mu_0 J l}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \Rightarrow$

$$\Rightarrow L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

№ 9.4.

$L = N^2 L_0$ ?

| $N_1$, $L_1$, $L_2$ | 1) $L = L_1 + L_2$ |
|---|---|
| 1) $L$-? | 2). $\exists$ $L_0$ витка (одного) – $L_0$ |
| 2) $N$-? | $L_1 = N_1 L_0$, $L_2 = N_2 L_0 \Rightarrow L = L_1 + L_2 = L_0(N_1+N_2) = L_0 N$. |

$N = N_1 + N_2 = $ : $N_2 = \frac{L_2}{L_0}$, $L_0 = \frac{L_1}{N_1}$; $N_2 = \frac{L_2 N_1}{L_1}$

$\Downarrow$

$$N = N_1 \left(1 + \frac{L_2}{L_1}\right)$$

№ 9.5.

$N$, $R_1$, $R_2$, $h$, $\mu$; $k$-?

1. $k = \frac{\Phi_1}{I_2}$
2. $\Phi_1 = \mu\mu_0 \frac{N^2}{2\pi} I h \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$
3. $I_2 = IN$
4. $k = \frac{\Phi}{I_2} = \mu\mu_0 \frac{N}{2\pi} h \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$

## § 10

### N 10.1

$d$

$B$

$\alpha_0$

$\sin\alpha_0 \approx \alpha_0$

$l$

---

$\mathcal{E}$ - ?

① $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$

② $\Phi = BS_\perp = Bdl\cos\alpha$ , $\alpha = \alpha_0 \sin\omega t$

③ $\Downarrow$

$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}\left(Bdl\cos\alpha\right) = -\frac{d}{dt}\left(Bdl\cdot\cos(\alpha_0\sin\omega t)\right) =$

$= +Bdl\cdot\sin(\alpha_0\sin\omega t)\cdot\alpha_0\cos(\omega t)\cdot\omega \approx$

$\approx Bdl\cdot\omega\alpha_0^2\,\frac{\sin(2\omega t)}{2}$ , $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

### N 10.2

$V = 10$ м/с.

$B = 10^{-2}$ Тл.

$\vec{v} \perp \vec{B}$

---

$\sigma$ - ?

① $F_л = q[\vec{v}\vec{B}] = -q\vec{E}$ - сила Лоренца компенсирует поле

② $\vec{E} = -[\vec{v}\,\vec{B}] = vB$

③ Для плоского конденсатора:

$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = vB$

$\Downarrow$

$\sigma = \varepsilon_0 vB$

### N 10.3

$L$

$N$

$L_{общ}$

1) $\frac{1}{L_{общ}} = \frac{N}{L} \rightarrow L_{общ} = \frac{L}{N}$

### N 10.4

$h = 17\cdot10^{-2}$ м.

$R = 0.7$ Ом.

$d = 0.1$ м.

$I_1(t) = I_0 e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2}$ , $I_0 = 100$ A, $\tau = 1$ мс.

---

$Q$ - ?

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r};$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 I_1 N}{2\pi} \iint_S \frac{dS}{r} = \frac{\mu_0 I_1 N}{2} \int_0^h dz \int_{R_1+z}^{R_2} \frac{1}{r}\, dr =$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 N}{2} \int_0^h \ln\left|\frac{R_2}{R_1+z}\right| dz = \ldots$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad I = \frac{\mathcal{E}_{max}}{R} \quad t=0?$$

N10.5

$a = 0.2$ м

$b = 0.17$ м

$I = 10$ А

$R = 0.8$ Ом

$c = 0.1$ м

$\alpha = 180°$

$q$ - ?

1) $\Phi = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln\left(\frac{b+c}{c}\right)$, при $t=0$

2) $q = \int I dt = \frac{1}{R}\int \mathcal{E} dt = \frac{1}{R}\int_0^t -\frac{\partial\Phi}{\partial t} dt = -\frac{\Delta\Phi}{R}$

3) $\Delta\Phi$ при $\alpha = 90°$ равно $\Phi(t=0)$

$$q = \frac{\mu_0 I a}{\pi R} \ln\left(\frac{b+c}{c}\right)$$

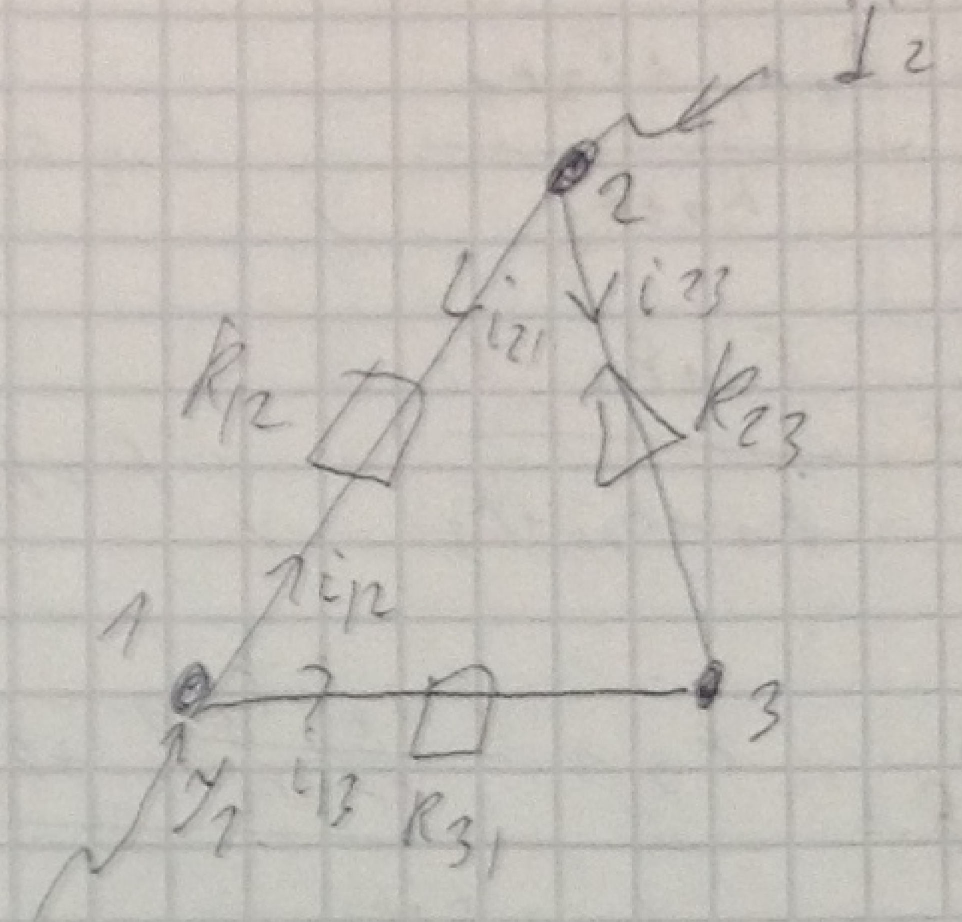
двойку убираем из-за 2х оборотов на 90°

$R_{12}$
$R_{23}$
$R_{31}$
$I_1$
$I_2$
$\varphi_3 = 0$

$\varphi_1 - ?$
$\varphi_2 - ?$

§12

N 12.4




(1) $i_{13} R_{31} - i_{23} R_{23} = 0$

$$\frac{i_{13}}{i_{23}} = \frac{R_{23}}{R_{31}} = \frac{4}{5}$$

(2) $I_1 = i_{12} + i_{13}$

(3) $I_2 = i_{21} + i_{23}$

(4) $(i_{12} - i_{21}) R_{12} + i_{23} R_{23} - i_{13} R_{31} = 0$

...

N 12.7

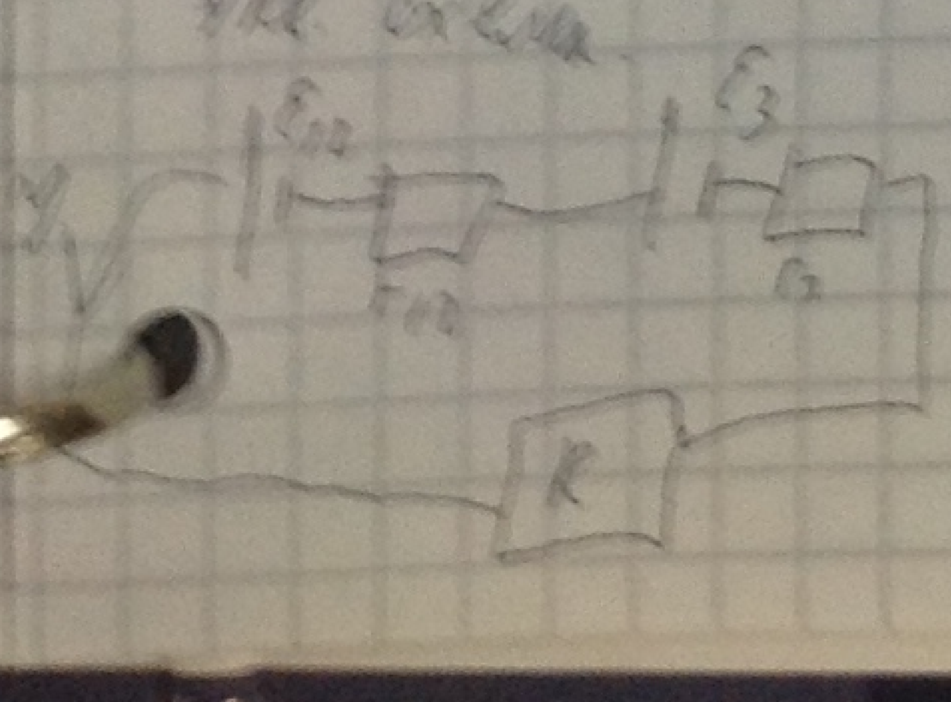
$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_4 + I_6 \\ I_3 = I_1 + I_5 \\ I_5 + I_4 + I_6 = I_3 \\ I_1 r_1 + I_2 r_2 = \varepsilon_1 \\ I_5 r_5 + I_3 r_3 = -\varepsilon_3 \\ I_6 - I_4 = \varepsilon_1 \\ I_4 - I_5 - I_2 = -\varepsilon_4 - \varepsilon_2 \end{cases}$$

N 12.8

$$\varepsilon_{12} = \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2} \qquad r_{12} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$$

$$I = \frac{\varepsilon_{12} + \varepsilon_3}{r_{12} + r_3 + R} \Rightarrow I = \frac{\frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2} + \varepsilon_3}{\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} + r_3 + R} \Rightarrow$$

экв. схема



№12.10

$$\mathcal{E}_{12} = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 + r_2}, \qquad r_{12} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}.$$

$$\mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_{12} + \mathcal{E}_2}{r_1 + r_{12} + r_2}, \qquad r = r_1 + r_{12} + r_2.$$

$$\begin{cases} \mathcal{E} = \dfrac{\mathcal{E}_1 + \dfrac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 + r_2} + \mathcal{E}_2}{r_1 + \dfrac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} + r_2} \Rightarrow ? \\ r = r_1 + r_2 + \dfrac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \end{cases}$$

В РАБОТЕ БЫЛИ ИСПОЛЬЗОВАНЫ РЕШЕНИЯ:
ЩЕМИРОВОЙ АННЫ
ЗАРИПОВОЙ САНИИ
АДИМОВА АРСЕНИЯ
БЕЗУМНОГО КОЛИЧЕСТВА САЙТОВ
«объединятель» - Козлов Артём