1. Дайте определение точечного электрического заряда

Точечный электрич. заряд — заряд, размерами носителя которого по сравнению с расстоянием на кот. происходит электростатич. взаимодействие, можно пренебречь

2. Фундаментальные свойства электрич. заряда. Закон сохранения заряда.

Фундаментальные свойства:

1) Существует 2 вида зарядов — положит. и отрицательные. Носителем положит. заряда является протон, отрицат. — электрон.
Заряды электр. и протона по абсолютной величине равны и составл. элементарный (наименьш. возможный) электрич. заряд $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

2) Инвариантность электр. заряда — его величина не зависит от выбора сист. отсчета и от скорости движения частицы (релятивистская инвариантн)

3) Дискретность — заряд $\forall$ тела составляет целое кратное от элементарного электр. заряда
(иначе это свойство называется „квантуемость")

4) Аддитивность — электрический заряд системы представляет собой алгебраическую сумму зарядов тел, входящих в систему

5) Закон сохранения электрич. заряда: суммарный заряд, находящийся на изолир. системе тел, остается неизменным.

В интегральной форме $\frac{dQ}{dt} + \oint_S \vec{j}\, d\vec{s} = 0$,

где $\vec{j}$ — плотность тока
(изменение заряда в объеме равно полному току через поверхность)

В дифференциальной форме (уравнение непрерывн.)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}\vec{j} = 0,$$ где ρ - объемная плотность заряда

3. Сформулируйте закон Кулона.

Два неподвижных точечных заряда в вакууме взаимодействуют с силой, прямо пропорциональной величинам зарядов (q_1 и q_2) и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними.

Эта сила направлена по прямой, соединяющей заряды, и является силой притяжения для разноименных зарядов и силой отталкивания для одноименных.

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2 \vec{r}}{|\vec{r}|^3}$$

k - коэффиц. пропорциональн. В СИ $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, где $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Кл^2/(Н$\cdot$м^2) - электрич. постоян.

4. Дайте определение напряженности электрич. поля.

Напряженность электрич. поля - векторная величина, равная отношению силы, действующей на неподвижный точечный пробный заряд, к величине этого заряда. (пробный заряд - заряд настолько малый, что его внесение не приводит к изменению электрич. поля)

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Напряженность поля точечного заряда $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q\vec{r}}{|\vec{r}|^3}$

5. Сформулируйте принцип суперпозиции электрических полей.

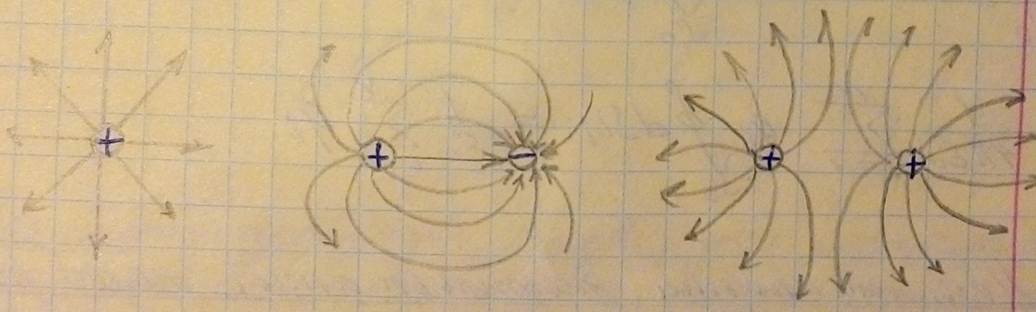
Напряженность электрич. поля, создаваемого в любой точке пространства системой зарядов, равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых различными зарядами по отдельности (в отсутствие всех остальных).

6. Что показывают силовые линии электрич. поля

Силовые линии электрич. поля - линии, касательные к которым в каждой точке пространства совпадают по направлению с вектором напряженности поля в этой точке. Силовые линии начинаются на положит. зарядах и заканчиваются на отрицательных. В пространстве, свободном от электрич. зарядов, силовые линии идут гуще там, где поле сильнее, и реже там, где слабее. (по густоте силовых линий можно судить о величине напряженности электрич. поля)

Эксперимент - на стеклянную пластинку наклеиваются электроды, м/у которыми создается электрич. напряжение. Затем на нее насыпают, слегка постукивая, продолговатые частицы (наприм. крист. гипса)

Картинки:



7. Дайте определение потока напряженности электрического поля.

Количество силовых линий электр. поля, пронизывающих некоторую поверхность S, с учетом направления (линии, пронизывающие поверхность в обратном направлении, считаются со знаком „минус", за положит. направление принимается направл. вектора нормали к поверхности), называется потоком вектора напряженности через поверхность S. Он вычисляется по формуле $\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S}$, где $d\vec{S} = \vec{n} dS$.

8. Сформулируйте электростатическую т. Гаусса.

! в вакууме

В электростатич. поле поток вектора напряженности через любую замкнутую поверхность равен сумме свободных зарядов, заключенных внутри этой поверхности, деленной на электрическую постоянную ε_0.

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i q_i$$ – в интегральной фор.

в дифференциальной форме: $\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho(x,y,z)}{\varepsilon_0}$,

где ρ – объемная плотность заряда в точке

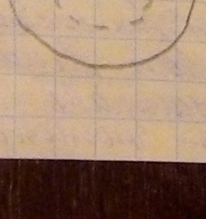
Вывод (не знаю, надо или нет):

$$\oint_{S_0} \sum_{i=1}^{N} \vec{E_i} d\vec{S} = \oint_{S_0} \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i^3} \vec{r} d\vec{S} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_i \oint_{S_0} \frac{\vec{r_i} d\vec{S}}{r_i^3} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} q_i \oint_{S_0} d\Omega_i = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} q_i$$

9. Напряженность электростатич. полей равномерно заряженных сферы и бесконечной плоскости

1) сфера радиуса R с зарядом Q

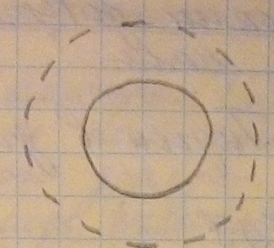


а) $r < R$

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i q_i = 0$$

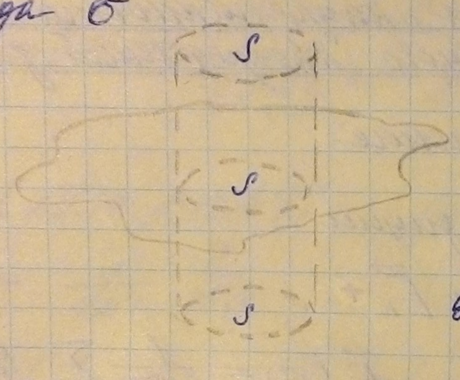
$E = 0$

б) $r \geq R$



$$\oint_S \vec{E}\, d\vec{S} = E\cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2 (\varepsilon)}$$

2) бесконечная плоскость с поверхностной плотн. заряда σ



В силу вращат. симметрии задачи все векторы напряженности поля перпендикулярны плоскости

$\Downarrow$

поток через боковую пов-ть цилиндра $= 0$.

$$\oint_S \vec{E}\, d\vec{S} = 2E\cdot S = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i = \frac{1}{\varepsilon_0}\sigma S$$

$$\Downarrow$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0 (\varepsilon)}$$

10. Запишите граничные условия для нормальной и тангенциальной составляющих напряженности электрического поля.

$$E_{n_2} - E_{n_1} = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}$$

для двух диэлектриков: σ - поверхностная плотность заряда на границе раздела.

для диэлектрика и проводника:

$$E_n = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

$$E_\tau = 0$$

Нормаль $\vec{n}$ проводится из второй среды в первую.

11. Как связана с зарядами дивергенция вектора напряжённости электрич. поля

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$ (т. Гаусса в дифференц. форме)

Вывод: $\operatorname{div} \vec{E} \overset{\text{опр.}}{=\!=} \lim\limits_{V \to 0} \dfrac{\oint_S \vec{E} d\vec{S}}{V} = \lim\limits_{V \to 0} \dfrac{Q}{\varepsilon_0 V} =$

$= \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$

12. Запишите формулы для напряжённости электрич. поля дискретного и непрерывного распределений заряда

1) дискретное распределение

По принципу суперпозиции

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n$$

$$E_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i \Delta\vec{r}_i}{|\vec{r}_i|^3}, \qquad \vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i \Delta\vec{r}_i}{|\Delta\vec{r}_i|^3}$$

где $\Delta r_i = \vec{r} - \vec{r}_i$

2) непрерывное распределение

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int\limits_V \frac{\rho(\vec{r}')(\vec{r} - \vec{r}')dV}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3},$$

где V - область пространства с ненулевой плотностью заряда, $\vec{r}$ - радиус-вектор точки, для кот. считаем $\vec{E}$, $\vec{r}'$ - радиус-вектор источника, пробегающ. все точки области V при интегрировании.

13. Как определяется потенциал электрич. поля

Потенциал электрич. поля в точке M – это работа, кот. совершает поле при перемещении единичного положительного заряда из этой точки в точку O, где договорились считать потенциал равным 0.

$$\varphi = \int_M \vec{E}\, d\vec{r}$$

Электростатическое поле потенциально:

$$\operatorname{rot}\vec{E} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\oint_\ell \vec{E}\, d\vec{\ell}}{\Delta S}$$

$$\operatorname{rot}(\alpha \vec{a}) = \alpha \operatorname{rot}\vec{a} + [\operatorname{grad}\alpha \times \vec{a}]$$

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3}$$

почему ?

$$\operatorname{rot}\left(\frac{1}{r^3}\cdot\vec{r}\right) = \frac{1}{r^3}\overset{=0}{\operatorname{rot}\vec{r}} + \overset{=0}{\left[\operatorname{grad}\frac{1}{r^3}\times\vec{r}\right]} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\operatorname{rot}\vec{E} = 0$$

(см. серый задачник „формулы векторного анализа")

Условие потенциальности электрич. поля –

$\oint \vec{E}\, d\vec{\ell} = 0$ – интегральная форма

$\operatorname{rot}\vec{E} = 0$ – дифференциальная форма

$\Leftarrow$ значение интеграла не зависит от выбора траектории. За нуль обычно принимают потенциал бесконечно удаленной точки.

14. Запишите формулы для потенциала электрич. поля дискретного и непрерывного распределения заряда

а) Дискретное распределение

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E_i}$$ (по принципу суперпозиции)

$$\varphi = \int_M^0 (\vec{E} d\vec{r}) = \sum_i \int_M^0 (\vec{E_i} d\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r_i}|}$$

б) непрерывное распределение

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_V \frac{\rho(\vec{r}')dV}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

15. Запишите формулу, показывающую локальную связь м/у потенциалом и напряженностью электрич. поля.

$\operatorname{rot} \vec{a}$, $\vec{a} = \{P, Q, R\}$

$$\operatorname{rot} \vec{a} = (R'_y - Q'_z)\vec{i} + (P'_z - R'_x)\vec{j} + (Q'_x - P'_y)\vec{k}$$

$$\operatorname{grad} \varphi = \{\varphi'_x, \varphi'_y, \varphi'_z\}$$

$$\operatorname{rot} \operatorname{grad} \varphi = (\varphi''_{zy} - \varphi''_{yz})\vec{i} + (\varphi''_{xz} - \varphi''_{zx})\vec{j} + (\varphi''_{yx} - \varphi''_{xy})\vec{k} = 0$$ почему „–" –?

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{E} = -\operatorname{grad} \varphi$$

16. Приведите примеры эквипотенциальных поверхностей.

Эквипотенциальными поверхностями называют поверхности равного потенциала.
Так как компонента вектора $\operatorname{grad}\varphi$, касательная к эквипотенциальной поверхности, всегда равна нулю, силовые линии поля в каждой точке направлены по нормали к соответствующей эквипотенциальной поверхности

Примеры:

1) в случае точечного заряда — поверхности концентрических сфер с центром в точке расположения заряда

2) в случае однородного поля — плоскости

17. <u>Что такое электрический диполь. Чему равны потенциал и напряженность поля электрического диполя.</u>

Электрический диполь — 2 равных по величине разноименных точечных заряда, расположенных на расстоянии друг от друга, малом по сравнению с расстоянием до рассматриваемой точки поля.

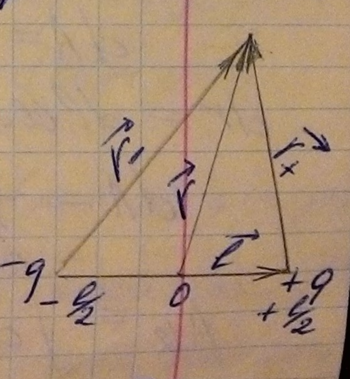
$$\varphi(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{r_- - r_+}{r_- r_+},$$

где $r_+ = \sqrt{r^2 - 2(\vec{r}, \frac{\vec{l}}{2}) + \frac{l^2}{4}}$

$r_- = \sqrt{r^2 + 2(\vec{r}, \frac{\vec{l}}{2}) + \frac{l^2}{4}}$

т.к. $r \gg l$, то $r_+ \approx r - \frac{(\vec{r}, \vec{l})}{2r}$?

$r_- \approx r + \frac{(\vec{r}, \vec{l})}{2r}$



$$\varphi(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{(\vec{r}, \vec{l})}{r^3} = \frac{(\vec{p}, \vec{r})}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

($\vec{p} = q\vec{l}$ — дипольный момент диполя)

$\vec{l}$ проведен от „−" к „+"

$$E = -\operatorname{grad}\varphi = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{1}{r^3}\operatorname{grad}(\vec{p}, \vec{r}) - 3\,\frac{(\vec{p}, \vec{r})\vec{r}}{r^5}\right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\vec{p}}{r^3} - 3\,\frac{(\vec{p}, \vec{r})\vec{r}}{r^5}\right) =$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{3(\vec p, \vec n)\vec n - \vec p}{r^3}, \quad \text{где } \vec n = \frac{\vec r}{r}.$$

18 Дайте определение электрического дипольного момента нейтральной системы зарядов

$\vec p = \sum_i q_i \vec r_i$, где q_i – заряды, $\vec r_i$ – их радиус-векторы

$$\vec p = \int_V \rho \vec r\, dV$$

Для электрич. нейтральной системы величина этой суммы не зависит от выбора начала координат.

19 Чему равна циркуляция вектора напряженности электростатического поля. Приведите доказательство для системы точечных зарядов.

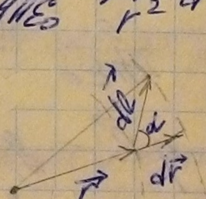
$$\oint \vec E\, d\vec l = 0$$

Док-во: Ǝ в поле точечного заряда q из точки 1 в точку 2 вдоль произвольной траектории перемещается другой точечный заряд q'. Сила, приложенная к этому заряду, совершает работу

$$dA = \vec F d\vec l = F\,dl\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r^2}\,dl\cos\alpha$$

$$dr = dl\cos\alpha$$

$$dA = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dr}{r^2}$$



$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) -$$

не зависит от траектории перемещения

$\Rightarrow$ работа по замкнутому контуру $= 0$.

20. Чему равен ротор вектора напряженности электростатич. поля. Приведите доказательство для системы точечных зарядов.

Теорема Стокса: циркуляция вектора $\vec{E}$ по произвольному контуру Г равна потоку вектора $rot\,\vec{E}$ через произвольную поверхность S, ограниченную данным контуром

$$\oint_{\Gamma} E\,dl = 0 = \int_{S} rot\,\vec{E}\,dS \Rightarrow rot\,\vec{E} = 0.$$

21. Запишите уравнения Пуассона и Лапласа для потенциала электростатического поля

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$$

$$\vec{E} = -grad\,\varphi = \frac{\vec{D}}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

$div\,\vec{D} = \rho$ — дифференц. форма т. Гаусса

$$\Delta\varphi = div\,grad\,\varphi = -\frac{div\,\vec{D}}{\varepsilon\varepsilon_0} = -\frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}$, где $\Delta\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа

$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}$ — уравнение Пуассона (если есть свободные заряды)

$\Delta\varphi = 0$ — уравнение Лапласа (нет св. зарядов)

22. Свободные и связанные заряды в веществе

В случае наличия в электростатич. поле диэлектриков следует различать 2 вида эл. зарядов — свободные и связанные.

Свободные заряды — заряды, кот. под влиянием электрического поля могут перемещаться на макроскопические, а также заряды, нанесенные извне на поверхность диэлектриков и нарушающие их нейтральность.

Связанные заряды — заряды внутри диэлектрика, смещающиеся лишь на молекулярных масштабах, что приводит к появлению на поверхности диэлектрика связанных зарядов. Они уменьшают напряженность электрич. поля внутри диэлектрика по сравнению с вакуумом.

23. Чему равны напряженность и потенциал электрического поля, а также плотность свободных зарядов внутри однородного проводника. Приведите доказательства утверждений.

$\vec{E} = 0$

Обоснование: если в какой-либо точке внутри проводника напряженность электрич. поля отлична от нуля, под действием этого поля в проводнике возникает движение свободных зарядов — ток. Ток течет до тех пор, пока поле зарядов, перераспределившихся по объему проводника, не скомпенсирует внешнего поля, то есть поле внутри проводника станет $= 0$.

$$\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi = 0 \Rightarrow \underline{\varphi = const}.$$

$$Q = \oint_S \vec{E}\, d\vec{S} = 0, \text{ т.к. } \vec{E} = 0 \Rightarrow$$ зарядов внутри проводника нет. Они расположены на его поверхности.

24. Какова связь напряженности электрич. поля у поверхности однородного проводника с поверхностной плотностью свободных зарядов.

Непосредственно у поверхности проводника напряженность поля должна быть направл. перпендикулярно поверхности, иначе по поверхности бы тек ток.

Значит, $\vec{E} = \vec{E_n}$.

Из условия на границе 2-х сред (см. вопрос № 10)

$$E = E_n = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

2-ой вывод (через т. Гаусса)

$$\oint \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

т.к. $\vec{E}$ перпенд. к поверхн. $\oint \vec{E}\, d\vec{S} = E\Delta S$

$$E\Delta S = \frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

25. Плоский конденсатор и его электроемкость.

Два проводящих тела, удаленные от других тел и расположенные настолько близко друг к другу, что все линии поля, начинающиеся на одном из них, заканчиваются на другом, образуют идеальный конденсатор. Образующие конденсатор тела называют его обкладками. Суммарный заряд обеих обкладок равен 0, а внешнее поле пренебрежимо мало.

Разность потенц. обкладок пропорциональна заряду каждой из них: $U = \frac{Q}{C}$

Коэффиц. C – емкость конденсатора (определяется формой и расположением проводников, составл. конденсатор, и свойствами среды между ними)

Плоский конденсатор – конденсатор, состоящий из 2-х одинаковых плоских пластин площадью S, разделенных диэлектриком. Расстояние м/у пластинами $d \ll$ линейного размера пластин.

$$U = Ed = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} d = \frac{Q}{S\varepsilon\varepsilon_0} d \Rightarrow C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}.$$

26. Как расчитать емкость батареи конденсаторов.

1) Параллельное соединение

$$U = U_1 = U_2 = U_3 = \dots$$

$$q = q_1 + q_2 + q_3 + \dots$$

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q_1 + q_2 + q_3 + \dots}{U} = \frac{q_1}{U_1} + \frac{q_2}{U_2} + \dots =$$

$$= C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

$$\boxed{C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots}$$

2) Последовательное соединение

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots$$

$$q = q_1 = q_2 = \dots$$

$$\frac{1}{C} = \frac{U}{q} = \frac{U_1 + U_2 + U_3 + \dots}{q} = \frac{U_1}{q_1} + \frac{U_2}{q_2} + \dots =$$

$$= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots}$$

27. Дайте определение вектора электрич. поляризации

Вектор поляризации - количественная характеристика поляризации диэлектрика - появления дипольного момента у молекул диэлектрика во внешнем поле. Он равен дипольному моменту единицы объема диэлектрика.

$$\vec{P} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta V}$$

28. <u>Что такое электрическая индукция поля</u>

В не очень сильных электрич. полях для большинства материальных сред вектор поляризации пропорционален напряженности поля $\vec{E}$ (такие среды называют линейными)

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$$

(χ - диэлектрическая восприимчивость диэлектрика)

В теории электричества вводят вектор индукции электрич. поля

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$$

$\varepsilon = 1 + \chi$ - диэлектрич. проницаемость вещ-ва.

29. <u>Сформулируйте т. Гаусса для электрич. индукции в интегр. и дифференц. формах.</u>

В электростатич. поле поток вектора индукции через $\forall$ замкнутую поверхность равен сумме свободных зарядов, заключенных внутри этой пов-ти.

интегр. форма $\oint \vec{D} d\vec{S} = Q$

дифференц. форма $div \vec{D} = \rho$; ρ - объемн. плотн. заряда.

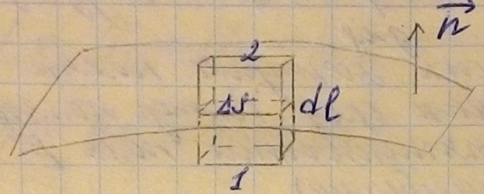
30. <u>Запишите граничные условия для вектора индукции электрич. поля. Откуда они следуют?</u>

$D_{n2} - D_{n1} = \sigma$

$D_{\tau 1} = D_{\tau 2}$

Доказательство:

рассмотрим произвольн. заряженную пов-ть S, произвольно выберем направление внешней нормали



Выделим около рассматриваемой точки заряженной поверхности прямую призму с образующими Δl, перпендик. поверхности. Пусть она вырезает из пов-ти элемент ΔS столь малый, что его можно считать плоским и равномерно заряженным.

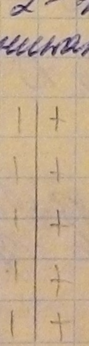
По т. Гаусса $\oint \vec{D} d\vec{S} = \sigma \Delta S$

$\oint \vec{D} d\vec{S} = \Delta S \vec{D} = \Delta S (D_{2n} - D_{n1}) + N$, где D_{2n}, D_{n1} – проекц. векторов $\vec{D}$ у соответств. оснований призм на нормаль $\vec{n}$, N – поток вектора $\vec{E}$ через боковую поверхность.

$$\Delta S (D_{2n} - D_{1n}) + N = \sigma \Delta S.$$

Будем устремлять высоту призмы к нулю, тогда $N \to 0$, $D_{2n} - D_{1n} = \sigma$

На границе 2-х диэлектриков при наличии внешнего поля возникают связанные заряды



Дополнительное поле, создаваемое этими зарядами, перпендик. поверхности (иначе бы по ней протекал ток) $\Rightarrow$ $D_{1\tau} = D_{2\tau}$

31. Материальные уравнения для электрич. поля диэлектрические восприимчивость и проницаемость

В не очень сильн. электр. полях для большинства материальных сред $\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$

χ – диэлектр. восприимчив.

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \vec{E} + \chi \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon_0 (1+\chi) \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$$

ε – диэлектр. проницаемость

Материальное ур-е $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$

32. Взаимная энергия системы точечных зарядов, собственная энергия заряда

Взаимная энергия системы точечных зарядов – работа кулоновских сил по удалению зарядов друг от друга на бесконечность W $\quad A = \varphi \cdot q$

$$W = \frac{1}{2} \sum_k \sum_i \frac{q_i q_k}{4\pi\varepsilon_0 r_{ik}} = \frac{1}{2} \sum_i \varphi_i q_i$$

($\frac{1}{2}$, т.к. каждая работа учитывалась 2 раза для каждой пары зарядов)

Собственная энергия заряда – это энергия взаимодействия различных внутренних элементов заряда м/у собой. Собств. энергия точечного заряда бесконечна ?

Энергия с-я дискретных зарядов – это полная энергия поля за вычетом собственной энергии зарядов

33. Энергия непрерывно распределенных зарядов (формула)

$\exists$ заряды непрерывно распределены в некотором объеме с плотностью $\rho(\vec r)$

$$W = \frac{1}{2}\int_V \rho(\vec r)\cdot\varphi(\vec r)\,dV$$

— || — по поверхности с плотностью $\sigma(\vec r)$

$$W = \frac{1}{2}\int_S \sigma(\vec r)\,\varphi(\vec r)\,dS$$

34. Запишите формулы для энергии электростатич. поля и ее объемной плотности

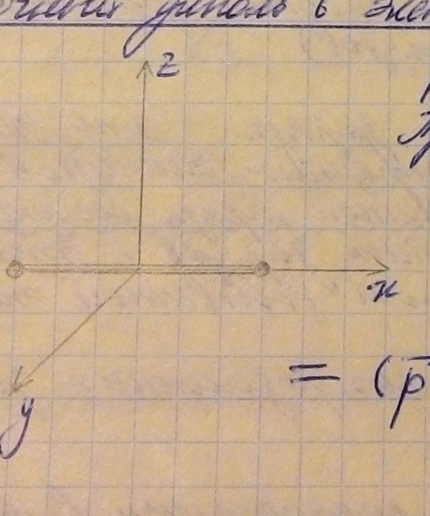
Энергия произвольной системы заряженных тел также может быть интерпретирована как энергия создаваемого ими электрич. поля

Плотность энергии

$$\omega = \frac{dW}{dV} = \frac{1}{2}\rho\cdot\varphi \overset{?}{=} \frac{1}{2}(\vec E,\vec D) = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2$$

Энергия $$W = \frac{1}{2}\int_V \vec E\vec D\,dV = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} Q_i\varphi_i$$

35. Чему равны сила и момент сил, действующие на точечный диполь в электрич. поле?



$$F = qE.$$

Проекция силы на ось x.

$$F_x = q\left(E_x(\tfrac{l}{2},0,0) - E_x(-\tfrac{l}{2},0,0)\right)$$

$$F_x = q\frac{\partial E_x}{\partial x}\cdot l = q(\vec l\cdot\vec\nabla)E_x =$$

$$= (\vec p\cdot\vec\nabla)E_x,\quad \vec\nabla = \vec i\frac{\partial}{\partial x} + \vec j\frac{\partial}{\partial y} + \vec k\frac{\partial}{\partial z}.$$

Аналогично $F_y = (\vec{p}\cdot\vec{\nabla})E_y$

$$F_z = (\vec{p}\cdot\vec{\nabla})E_z$$

$$F = (\vec{p}\cdot\vec{\nabla})\vec{E}$$

$$M = [\vec{l}\times\vec{F}] = [\vec{l}\times q\vec{E}] = [q\vec{l}\times\vec{E}] = [\vec{p}\times\vec{E}]$$

36. <u>Дайте определение силы электрического тока и плотности тока. Какова связь между ними.</u>

Плотность тока — заряд, проходящий в единицу времени через элемент поверхности единичной площади

$\vec{j} = e(n^+\vec{v}^+ - n^-\vec{v}^-)$, где n^+ и n^- - концентрации положит. и отрицат. заряж. частиц, $\vec{v}^+$ и $\vec{v}^-$ - скорости их упорядоченного движения

Сила тока — заряд, проходящий в единицу времени через полное сечение проводника.

$$I = \int\vec{j}\,d\vec{S} = \frac{dq}{dt}$$

37. <u>Запишите уравнение непрерывности в интегральной и дифференциальной формах.</u>

$\oint\vec{j}\,d\vec{S}$ — положит. заряд, уходящий в единицу времени через поверхность S наружу

$\frac{dq}{dt}$ — изменение положит. заряда, заключенного внутри замкн. поверхн. S, за единицу времени. Согласно закону сохр. заряда

$-\frac{dq}{dt} = \oint\vec{j}\,d\vec{S}$ — интегральн. форма ур-я непрерывности

$-\frac{\partial\rho}{\partial t} = \mathrm{div}\,\vec{j}$ — дифференц. форма

$$\left(\operatorname{div} \vec{j} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\oint \vec{j}\, d\vec{S}}{\Delta V} \right)$$

38. **Условие стационарности тока. Закон Ома для участка цепи и его дифференциальная форма**

$$\oint \vec{j}\, d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}$$

В случае стационарного (постоянного) тока распределение зарядов не меняется во времени =>

$$\Rightarrow \frac{dq}{dt} = 0$$

Условие стационарности: $\oint \vec{j}\, d\vec{S} = 0$

Если концентрация носителей заряда не зависит от напряженности поля, то справедлив закон Ома:

$$I = \frac{U}{R}$$

в дифференциальной форме:

$$IR = U = \int_1^2 E\, dr$$

$$R = \frac{l}{\lambda S} \qquad I\frac{l}{\lambda S} = \int_1^2 E\, dr = E\int_1^2 dr = El$$

$\vec{j} = \lambda \vec{E}$, где λ – удельная проводимость среды.

39. **Сопротивление и удельное сопротивление проводника. Проводимость и удельная проводимость проводника.**

Электр. сопротивление – физич. величина, характеризующая св-ва проводника препятствовать прохождению эл. тока и равная отношению напряжения на концах проводника к силе тока, протекающего по нему.

Удельное сопротивление в СИ – сопротивление однородного куска проводника 1 м и площадью поперечного сечения 1 м². Это физич. величина, характеризующая зависимость сопротивления от природы носителей заряда

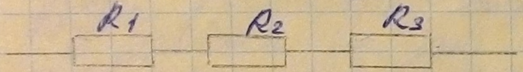
$$R = \frac{\rho \cdot l}{S}$$

Электрическая проводимость – величина, обратная сопротивлению проводника.

Удельная проводимость $\lambda = \frac{1}{\rho}$.

<u>40. Как рассчитать сопротивление батареи проводников? (формулы, рисунки)</u>

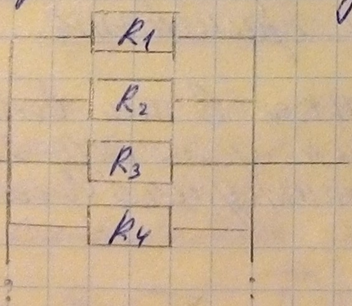
1) Последов. соединение



$$R = \frac{\rho \cdot l}{S} = \frac{\rho(l_1 + l_2 + l_3 + \ldots)}{S} = \frac{\rho l_1}{S} + \frac{\rho l_2}{S} + \frac{\rho l_3}{S} + \ldots =$$

$$= R_1 + R_2 + R_3 + \ldots$$

2) Параллельное соединение



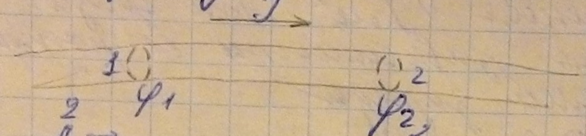
$$\frac{1}{R} = \frac{S}{\rho \cdot l} = \frac{S_1 + S_2 + \ldots}{\rho \cdot l} =$$

$$= \frac{S_1}{\rho l} + \frac{S_2}{\rho l} + \frac{S_3}{\rho l} + \ldots =$$

$$= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots$$

41. Закон Джоуля - Ленца и его дифференц. форма

Работа электр. сил, совершаемая при переносе заряда в проводнике от сечения 1 к сечению 2:



$$A = q\int_1^2 \vec{E}d\vec{r} = Idt\int_1^2 \vec{E}d\vec{r} = IUdt$$

Согласно закону сохр. энергии в виде тепла выделяется энергия

$$W = IUdt$$

Кол-во тепл. в единицу времени $Q = IU = \frac{U}{R}\cdot U = I\cdot IR$

$$Q = IU = \frac{U^2}{R} = I^2R$$

В дифференц. форме:

Кол-во тепл., выделяемое в единицу времени в един. объема $q = \frac{dQ}{dV} = \vec{j}\vec{E} = \lambda E^2$

42. Сформулируйте правила Кирхгофа. Убедите экзаменатора в умении их применять.

Точки цепи, где сходится 3 или более проводов наз-ся узлами. Участок цепи м/у 2-мя соседними узлами - ветвь. ∀ замкнутый участок цепи - контур.

1-ое правило: алгебраическая Σ всех токов, текающих в ∀ узел, $= 0$.

2-ое правило: для ∀ контура сумма падений напряж. на его элементах равна сумме ЭДС, действующих в этом контуре.

Замечания:

1) первое правило достаточно применить для $N-1$ узлов (1 узел можно исключить)

2) при составл. уравнений следует выбирать независимые контуры (1-ый контур выбираем произвольно, помечаем 1 из его ветвей, которая не должна входить в последующие контуры, и т.д. до тех пор, пока в цепи нельзя будет провести более ни одного контура) Вместе с $N-1$ уравнением для узлов, эта система даст столько уравнений, сколько в цепи неизвестных токов.

3) Направление тока для каждой ветви определяется произвольно и в процессе решения задачи не меняется.

При составл. уравн. для узлов токи, направл. к узлу, учитываются с "+", от узла - с "-". В уравнениях для контуров падение напряж. на элементе учитывается с "+", если направл. обхода контура совпадает с направл. тока в ветви, иначе - с "-". ЭДС источника считается положит., если источник проходится от "-" к "+".

43. Закон сохранения энергии для цепей постоянного тока, содержащих ЭДС.

Стацион. токи могут протекать только при наличии сторонних сил (не кулоновского происхожд.), действующих на заряж. частицы.

Их описывают полем сторонних сил ($\vec{E}_c$)

Закон Ома: $\vec{j} = \lambda(\vec{E}+\vec{E}_c)$

ЭДС - электродвижущая сила, определяется как $\mathcal{E} = \int \vec{E}_c d\vec{l}$

Сторонние силы не потенц. и работа их по перемещ. заряда по замкнутому контуру отлична от нуля

$$A = I\mathcal{E}$$

Работа кулоновских сил по замкн. конт. = 0

$$\Downarrow$$

$Q = I\mathcal{E}$ – закон сохранения энергии для цепи, содерж. ЭДС

(Количество теплоты, выдел. во всей цепи, равно работе сторонних сил)

44. Что такое линейный и объемный элементы тока.

Если $\vec{j}$ – плотность тока, то $\vec{j}\,dV$ – объемный элемент тока

$\vec{j}\,dV = \vec{j} \cdot S\,dl = I\,d\vec{l}$, направл. $d\vec{l}$ совпадает с направл. тока.

$I\,d\vec{l}$ – линейный элемент тока

45. Запишите закон взаимодействия элементов тока – закон Ампера.

Магнитное поле – поле, создаваемое движущимися зарядами и действующее на другие движущиеся заряды.

Силовая характеристика магнитного поля в данной т. пространства – индукц. магн. поля $\vec{B}$

$\vec{B}$ – такой вектор, что сила Лоренца, действ. со стороны магн. поля на заряд q движущийся со скоростью $\vec{v}$, равна

$$\vec{F} = q[\vec{v} \times \vec{B}]$$

Закон Ампера: совокупная сила, действующая со стороны магнитного поля на эл-т $d\vec{l}$ проводника

$$d\vec{F} = I[d\vec{l} \times \vec{B}]$$

$$\vec{F}_A = I\int_L [d\vec{l} \times \vec{B}]$$

46. <u>Не противоречит ли закон Ампера 3-му закону Ньютона?</u>

Нет, не противоречит.
Рассмотрим 2 проводника с токами I_1, I_2.

dF_{12} – сила с кот. первый проводник действ. на выделенный участок второго.

dF_{21} — ‖ — второй — ‖ — первого.

$$d\vec{F}_{12} = I_2[d\vec{l}_2 \times d\vec{B}_1]$$

$$d\vec{F}_{12} = I_1[d\vec{l}_1 \times d\vec{B}_2]$$

$$dB_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi}\frac{[d\vec{l}_1 \times \vec{r}_1]}{r_1^3}$$

$$dB_2 = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi}\frac{[d\vec{l}_2 \times \vec{r}_2]}{r_2^3}$$

$$d\vec{F}_{12} = \frac{I_2\,\mu_0 I_1}{4\pi r_1^3}[d\vec{l}_2, [d\vec{l}_1, \vec{r}_1]] =$$

$$= \frac{I_1 I_2 \mu_0}{4\pi r^3}[d\vec{l}_2, [d\vec{l}_1, \vec{r}]]$$

$$d\vec{F}_{21} = -\frac{I_1 I_2 \mu_0}{4\pi r^3}[d\vec{l}_1, [d\vec{l}_2, \vec{r}]] = -d\vec{F}_{12}.$$

III закон Ньютона выполняется!

47. Что такое вектор магнитной индукции поля. Запишите закон Био-Савара-Лапласа.

$\vec{B}$ – силовая характеристика магнитного поля в данной т. пространства; такой вектор, что сила (Лоренца), действ. со стороны магнитного поля на заряд q, движущ. со скоростью v, равна

$$\vec{F} = q[\vec{v} \times \vec{B}]$$

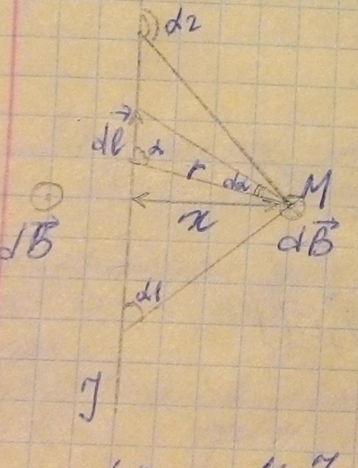
Закон Б-С-Л: вектор магнитной индукции $\vec{B}$ поля, создаваемого в точке M проводящ. контуром L с током I в вакууме, равен

$$\vec{B}(M) = \int_L d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L \frac{[d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3}$$

$\vec{r}$ – вектор, провед. из элем. $d\vec{l}$ в точку M,

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Н/А^2 – магнитн. постоянная

48. Чему равна индукция магнитного поля прямого бесконечного провода с током.



Закон Био-Савара-Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3}[d\vec{l}, \vec{r}]$$

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin\alpha}{4\pi r^2}$$

$$r = \frac{x}{\sin\alpha}, \quad dl \sin\alpha \overset{?}{=} r\,d\alpha = \frac{x\,d\alpha}{\sin\alpha}.$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi x} \sin\alpha\, d\alpha$$

$$B = \int_0^{\pi} \frac{\mu_0 I}{4\pi r} \sin\alpha \, d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

49. Линии магнитной индукции и их свойства.

Линии магн. индукц. – линии, касат. к которым в данной точке совпад. по направл. с вектором магн. индукц. $\vec{B}$ в этой точке.

Согласно закону Б-С-Л, направление линий связано с направл. тока в проводнике и определяется по правилу правого винта. Линии непрерывны, замкнуты, не пересекаются, по их густоте судят о величине магн. индукции.

50. Сформулируйте т. о циркуляции магнит. индукции в интегр. и дифференц. формах.

Для макроскопич. описания магн. поля в в-ве вводится вектор намагниченности

$$\vec{J} = \frac{\sum_i \vec{p}_{mi}}{\Delta V}, \text{ где } \vec{p}_{mi} \text{ – магнитн.}$$

моменты всех амперовых токов, оказавшихся внутри бесконечно малого объема ΔV.

(Магнитный момент контура $\vec{p}_m = I \int_S d\vec{S}$, $d\vec{S}$ принадлежит произвольн. пов-ти S натянутой на контур, направлен по правилу правого винта относит. направл. протекания тока)

(Согласно гипотезе Ампера частицы, из кот. состоит тело, можно рассматр. как маленькие контуры, обтекаемые амперовыми токами, связанными с орбитальным движением электронов)

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \text{ – вектор напряженности магн. поля.}$$

Для достаточно слабых полей и большинства встречающихся в природе вещ-в:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}$$

(χ - магнитная восприимчивость в-ва)

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi \vec{H}$$

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = (1+\chi)\vec{H} \Rightarrow \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$$

μ - магнитн. проницаемость в-ва.

Т. о циркуляции:

В произвольной намагниченной среде циркуляция вектора напряженности магн. поля $\vec{H}$ равна алгебраич. сумме токов, кот. охватываются этим контуром:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I$$ - интегральная форма

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\oint_L \vec{H} d\vec{l}}{\Delta S} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{I}{\Delta S} = \vec{j}$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{j}$$ - дифференциальн.

51. Сформулируйте т. Гаусса для магн. поля в интегральной и дифференц. формах.

Из закона Б-С-Л.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L \frac{[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \mathrm{rot} \int_L \frac{d\vec{l}}{r}$$

Всякое вектор. поле $\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_L \frac{I d\vec{l}}{r}$, т.г. $\mathrm{rot}\,\vec{A} = \vec{B}$, назыв. вектор-потенц. магн. поля

$$\mathrm{div}\,\vec{B} = \mathrm{div}\,\mathrm{rot}\,\vec{A} = 0$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\oint \vec{B} d\vec{S}}{\Delta V} \Rightarrow \oint \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Интегральная форма: поток вектора магн. инд. через ∀ замкн. пов-ть равен 0:

$$\oint \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

в дифферен. форме: $\operatorname{div} \vec{B} = 0$.

62. Что такое векторный потенциал. Как он связан с магн. индукцией. Условие нормировки.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L \frac{[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \operatorname{rot} \int_L \frac{d\vec{l}}{r}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_L \frac{I d\vec{l}}{r} \text{ – векторный потенциал.}$$

$\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}$ $\Rightarrow$ $\vec{A} + \nabla m$ (div) – тоже векторн. потенц., где m – ∀ непрер. диф-ая скалярн. ф-я

Калибровка (нормировка – ?) векторного потенц. – наложение дополн. условий, позволяющих однознач-но вычислить вектори. потенц. магн. поля для решения тех или иных физ. задач.

Кулоновская калибровка: $\operatorname{div} A = 0$.
(для магнитостатич. задач)

Калибровка Лоренца $\operatorname{div} A + \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$, (?) кажется не нужна

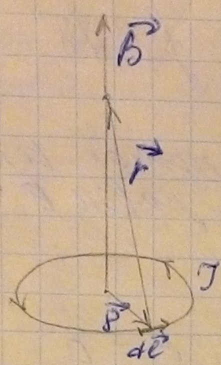
где φ – электростат. потенциал.
(для решения динамич. задач)

Симметрич. калибровка $\vec{A} = \frac{1}{2} \vec{B} \times \vec{r}$.

53. Чему равна индукция магнитн. поля плоского витка с током.

Найдем инд. магн. пол. в точке, располож. на перпенд. к плоскости кольца, восстановленном из его центра

R - радиус кольца



Закон Б-С-Л:

$$\vec B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_L \frac{[d\vec l, \vec r]}{r^3}$$

$$r = \sqrt{R^2+z^2} = const.$$

$\vec r = \vec k z - \vec \rho$, где

k - единичн. вект. нормали к плоскости кольца

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3}\oint_L [d\vec l, (\vec k z - \vec\rho)] =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3}\left(\oint_L [d\vec l, \vec k z] + \oint_L [\vec\rho, d\vec l]\right)$$

Вдоль пути интегрир. $\vec k z = const \Rightarrow$

$$\Rightarrow \oint_L [d\vec l, \vec k z] = 0, \text{ т.к. } \oint_L d\vec l = 0.$$

$$\oint_L [\vec\rho, d\vec l] = 2\vec k \pi R^2 = 2\vec S$$

$$\vec B(z) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+z^2)^{3/2}} \cdot \vec k$$

54. Чему равны сила и момент сил, действующие на элементарный ток в магнитном поле

Элементарный ток - электрич. ток в замкнутом элементарном контуре (малых размеров)

$$\vec M = I \oint_L [\vec r, [d\vec l, \vec B]] = [\vec p_m, \vec B]$$

в однородн. поле (?)

Под действием момента сил контур стремится занять устойчивое положение, т.е. повернуться так, чтобы момент стал равным нулю

При этом вектор $\vec{p}_m$ станов. сонаправл. с $\vec{B}$

$$\vec{F} = I \oint [d\vec{l}, \vec{B}] = 0 \leftarrow \text{для однородн. поля.}$$

Для неоднородного $\vec{F} = \nabla(\vec{p}_m, \vec{B})$

55. Сила Лоренца и характер движения заряда в постоянном электрическом и магнитном полях

$$F_Л = q[\vec{v} \times \vec{B}]$$

Так как сила Лоренца направл. перпендикул. скорости частицы (по опред. векторн. произв.) то она не меняет модуля скорости, но меняет направление => частица будет двигаться по спирали.

Если частица с зарядом q влетает со скор. v в однор. магн. поле на нее будет действ. постоянная сила $F = qE$ - ситуация, идентичная полету тела, брошенного под углом к горизонту (движется по параболе)

56. Сформулируйте закон электромагн. индукции Фарадея и правило Ленца

Явление электромагнитной индукции заключается в том, что изменение магнитного потока, пронизывающего замкнутый проводящий контур, порождает в этом контуре ЭДС (индукции)

Закон Фарадея: ЭДС электромагн. индукции в контуре равна скорости изменения магнитн. потока через контур, взятой с противоположн. знаком.

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Дифференциальная формулировка:

$\mathcal{E} = \oint\limits_L \vec{E}\,d\vec{l}$ $\Phi = \oint \vec{B}\,d\vec{S}$ (т. Стокса $\oint\limits_S \mathrm{rot}\,\vec{E}\,d\vec{S} = \oint\limits_L \vec{E}\,d\vec{l}$)

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t},$$

где $\vec{B}$ – индукция нестацион. магн. поля, $\vec{E}$ – напряженность электрич. поля, создаваемого этим магнитным полем.

Правило Ленца: индукционный ток всегда направлен так, что его действие противоположно действию причины, его породившей.

57. В чем заключается явление самоиндукции

Рассмотрим 2 проводящ. контура. I по первому течет ток I_1, он создает в окружающем пространстве магнитн. поле, индукц. кот. пропорциональна I_1 ⇒ магнитный поток через второй контур будет также пропорционален I_1.

$$L_{12} = \frac{\Phi_2}{I_1}$$ – коэф. пропорц. м/у силой тока в первом конт. I_1 и магн. потоком через второй контур Φ_2. (коэффиц. взаимной индукц.)

$$L_{12} = L_{21}$$ (св-во симметрии)

Магнитный поток через проводящий контур может создаваться током, протекающим по этому же контуру.

$$L = \frac{\Phi}{I}$$ – коэффициент самоиндукции (индуктивность)

Самоиндукция – явление возникновения ЭДС индукции в проводящем контуре при изменении

протекающего через контур тока.
(При изменении тока пропорционально меняется магн. поток, изменение магн. потока согласно закону Фарадея, приводит к появлению ЭДС индукции)

58. <u>Что характеризует коэффициент самоиндукции (индуктивность).</u>

Коэф. самоинд. – коэффиц. пропорц. м/у силой тока I в контуре и магнитным потоком Φ через этот контур, создаваемым этим током. $L = \frac{\Phi}{I}$

59. <u>Чему равны собственная энергия проводника с током I и энергия системы замкнутых токов.</u>

При изменении тока в замкнутой цепи в ней возникает $\mathcal{E}$ самоиндукции. Работа по перемещению заряда против этой ЭДС идет на изменение энергии.

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad \Phi = LI$$

$$\mathcal{E} = -L\frac{dI}{dt}$$

$$dW = -\delta A = -\mathcal{E} I dt = L\frac{dI}{dt} \cdot I dt = LI dI$$

$$W = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2} = \frac{I\Phi}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}$$

Энергия системы замкнутых токов I_1 и I_2:

$$W = \frac{1}{2}(I_1\Phi_1 + I_2\Phi_2) = \frac{1}{2}L_1 I_1^2 + L_{12} I_1 I_2 + \frac{1}{2}L_2 I_2^2,$$

где L_1, L_2, L_{12} – индуктивности и коэффиц. взаимной индукции обмоток, Φ_1, Φ_2 – потоки, создаваемые в контурах всеми токами (включая собственный)

Собств. энергия $W = \frac{LI^2}{2} = \frac{I\Phi}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}$

Энергия системы $W = \frac{1}{2}L_1 I_1^2 + L_{12} I_1 I_2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2$

60. <u>Запишите формулы для энергии магнитного поля и ее объемной плотности</u>

$$W = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi I}{2} = \frac{I}{2}\int_S \vec{B}\, d\vec{S} = \frac{I}{2}\int_S \operatorname{rot}\vec{A}\, d\vec{S} = \frac{I}{2}\oint_L \vec{A}\, d\vec{l} =$$

$$= \frac{1}{2}\int_V \vec{j}\,\vec{A}\, dV = \frac{1}{2}\int_V \vec{A}\operatorname{rot}\vec{H}\, dV =$$

$$= \frac{1}{2}\int_V \vec{H}\operatorname{rot}\vec{A}\, dV - \frac{1}{2}\int_V \operatorname{div}[\vec{A},\vec{H}]\, dV =$$

$$= \frac{1}{2}\int_V \vec{H}\cdot\vec{B}\, dV - \frac{1}{2}\oint_S [\vec{A},\vec{H}]\, d\vec{S} = \frac{1}{2}\int_V \vec{H}\vec{B}\, dV = \int_V w\, dV$$

$$\Downarrow$$

$$w = \frac{\vec{B}\cdot\vec{H}}{2}$$

$$W = \int_V w\, dV.$$

При преобразованиях использовались формулы:

$$\operatorname{div}[\vec{a}\times\vec{b}] = \vec{b}\operatorname{rot}\vec{a} - \vec{a}\operatorname{rot}\vec{b}$$

$$\vec{a}\operatorname{rot}\vec{b} = \vec{b}\operatorname{rot}\vec{a} - \operatorname{div}[\vec{a}\times\vec{b}].$$

61. <u>Молекулярные токи и вектор намагниченности</u>

Согласно гипотезе Ампера, частицы, из кот. состоит тело, можно рассматривать как маленькие контуры, обтекаемые молекулярными (амперовыми) токами, связанными с орбитальным движением электронов.

Тело, помещенное в магнитн. поле, намагничив. и создает собственное магнитн. поле, кот. накладиается на внешнее по принципу суперпозиции. Возникновение этого поля можно объяснить ориентацией контуров с молекуляр. токами во внешнем магнитн. поле.

Для макроскопического описания магнитн. поля в вещ-ве вводится усредненная по объему вещ-ва характеристика - вектор намагниченности

$$\vec{J} = \frac{\sum_i \vec{P}_{m_i}}{\Delta V},$$

где $\vec{P}_{m_i}$ - магн. моменты всех молекул. токов, оказавшихся внутри бесконечно малого объема ΔV.

62. <u>Дайте определение вектора напряженности магн. поля</u>

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J},$$ где $\vec{B}$ - вектор магн. индукц. $\vec{J}$ - вектор намагниченности.

Для достаточно слабых полей и большинства встречающихся в природе вещ-в $\vec{J} = \chi \vec{H}$ (χ - магнитная восприимчивость в-ва)

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}, \quad \mu = 1+\chi$$ - магнитн. проницц. вещ-ва

63. <u>Сформулируйте т. о циркуляции вектора напрят. магн. поля (в интегр. и дифференц. форме)</u>

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = J$$ - интегральная форма

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{j}$$ - дифференциальная

(В произвольной намагниченной среде циркуляция вектора напряженности магн. поля $\vec{H}$ равна алгебраической сумме токов, кот. охватываются этим контуром)

64. Запишите материальные уравнения для магнитного поля. Что характеризуют магнитная восприимчивость и проницаемость вещ-ва.

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} \quad (*)$$

χ – магнитная восприимчивость – физ. величина, характеризующая связь м/у магнитн. моментом (намагниченностью) вещ-ва и магнитным полем в этом вещ-ве.

По своим магнитным св-вам вещ-ва делятся на диамагнетики ($\chi < 0$, $\mu < 1$, $\vec{J}$ и $\vec{B}$ ориентированы противоположно),

парамагнетики ($\chi > 0$, $\mu > 1$, $\vec{J}$ и $\vec{B}$ ориент. в одном направлении),

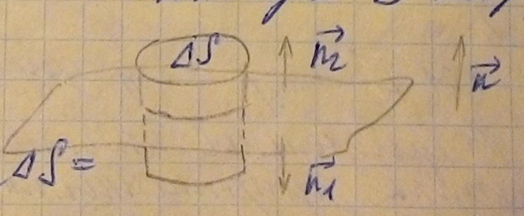
ферромагнетики (в них $\mu >> 1$, линейная зависимость м/у $\vec{J}$ и $\vec{B}$ нарушается, равенство (*) выполняется лишь приближенно.

Магнитная проницаемость μ – величина, характеризующая магнитные св-ва вещ-ва, она зависит от рода вещ-ва и его состояния (напр., температуры)

65. Граничные условия для векторов напряженности и индукции магн. поля.

Из свойства соленоидальности магнитного поля ($\oint \vec{B} d\vec{S} = 0$) следует, что на границе раздела 2-х сред с различными значениями μ нормальные составляющие вектора $\vec{B}$ непрерывны:

$$B_{n_1} = B_{n_2}$$



$$\oint \vec{B} d\vec{S} = B_{2n} \Delta S - B_{1n} \Delta S = 0 \Rightarrow B_{2n} = B_{1n}$$

т.к. $\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} \Rightarrow \frac{H_{n_1}}{H_{n_2}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$

По т. о циркуляции ($\oint \vec{H} d\vec{l} = \vec{j}$) в отсутствие на границе раздела поверхностных токов проводимости $H_{\tau_1} = H_{\tau_2}$.

Итак, $B_{n_1} = B_{n_2}$, $H_{\tau_1} = H_{\tau_2}$.

66. Что такое ток смещения

Ток смещения - величина, пропорциональная скорости изменения переменного электрич. поля в диэлектрике или в вакууме

$$\vec{j} = \frac{d\vec{D}}{dt}$$

Также, как и ток проводимости, ток смещения порождает магнитное поле.

67. Запишите уравнения Максвелла в дифференциальной форме

(1) $\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{j} + \frac{d\vec{D}}{dt}$ - зависимость вихря (ротора) магнитного поля от плотности тока проводимости и тока смещения (т. о циркуляции)

(2) $\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{dB}{dt}$ - закон электромагн. индукции

(3) $\mathrm{div}\,\vec{B} = 0$ - диф-ная форма т. Гаусса ($\vec{B} = \mathrm{rot}\,\vec{A}$, $\mathrm{div}\,\mathrm{rot}\,\vec{A} = 0$)

(4) $\mathrm{div}\,\vec{D} = \rho$ - диф-ная форма т. Гаусса

68. Запишите уравнения Максвелла в интегральной форме

(4) $\oint_S \vec{D} d\vec{S} = Q$

(1) $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I + \frac{d}{dt}\int_S \vec{D} d\vec{S}$

(3) $\oint \vec{B} d\vec{S} = 0$

(2) $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B} d\vec{S}$

(1): полный электрич. ток свободных зарядов и изменение потока электр. индукции через незамкнутую пов-ть S пропорциональны циркуляции магнитного поля на замкнутом контуре ℓ, кот. явл. границей пов-ти S.

(2): изменение потока магнитной индукции, проходящ. через незамкн. пов-ть S, взятое с обратным знаком, пропорционально циркуляции электрич. поля на замкнутом контуре ℓ, кот. явл. границей пов-ти S.

(3): Поток магнитной индукции через $\forall$ замкнутую поверхность $= 0$ (это означает, что не $\exists$ магнитных зарядов)

(4): Поток электрич. индукции через $\forall$ замкнутую пов-ть S пропорционален величине свободного заряда, находящегося в объеме V, кот. охватывает пов-ть S.

69. <u>Сколько решений имеет система уравнений Максвелла? Ответ обосновать.</u>

Уравнения Максвелла образуют незамкнутую систему (4 уравнения, 6 неизвестных — ? Не знаю, что значит „незамкнутая система") поэтому эта система имеет бесконечно много решений.

Чтобы получить замкнутую систему, их следует дополнить материальными уравнениями, описывающими свойства среды и связывающими м/у собой векторы $\vec{D}$ и $\vec{E}$, $\vec{B}$ и $\vec{H}$, $\vec{j}$ и $\vec{E}$

$$(\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}, \quad \vec{B} = \mu\mu_0\vec{H} \quad \underset{\uparrow\ ???}{\vec{j}} = \lambda(\vec{E} + \vec{E}_{ст}))$$

70. Дайте определение и запишите выражение для вектора Умова – Пойнтинга)

Вектор Умова – Пойнтинга характеризует плотность потока энергии электромагнитной волны, т. е. энергию, переносимую волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны.

$$\vec{\Pi} = [\vec{E}, \vec{H}] = w c \vec{n}, \text{ где}$$

$w = \varepsilon \varepsilon_0 E^2$ – объемная плотность энергии, $\vec{n}$ – единичный вектор, задающий направление распространения волн,

c – скорость распространения электромагн. волн.

71. Получите волновое уравнение из системы уравнений Максвелла.

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{d\vec{D}}{dt} = \frac{\partial \vec{D}}{dt} \\ \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} \quad (2) \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0 \\ \operatorname{div} \vec{E} = \rho = 0 \end{cases}$$

(нет свободн. зарядов-?) (Рассмотрим однородную нейтральную непроводящую систему)

из (2) $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E} = -\operatorname{rot} \frac{d\vec{B}}{dt} = -\frac{d}{dt} \operatorname{rot} \vec{B} =$

$= -\frac{d}{dt} \mu \mu_0 \frac{d\vec{D}}{dt} = -\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{d^2 E}{dt^2} = -\frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{d^2 E}{dt^2}$

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{E} - \Delta \vec{E} = -\Delta \vec{E}$$

оператор Лапласа

$$\Delta \vec{E} = -\underbrace{\frac{\varepsilon \mu}{c^2}}_{= \frac{1}{v^2}} \frac{d^2 E}{dt^2}$$

где v – скорость распростр. волны

72. Что такое плоская волна.

Электромагнитные волна - распространяющееся в пространстве возмущение (изменение состояния) электромагнитного поля.

Плоская волна - это волна, фронт которой имеет форму плоскости (фронт - это поверхность, до которой дошли колебания к данному моменту времени).

Плоская монохроматическая электромагнитная волна - частный случай общего решения волнового уравнения:

$$\vec{E} = \vec{E}_A \cos(\omega t - kz) \qquad \vec{H} = \vec{H}_A \cos(\omega t - kz),$$

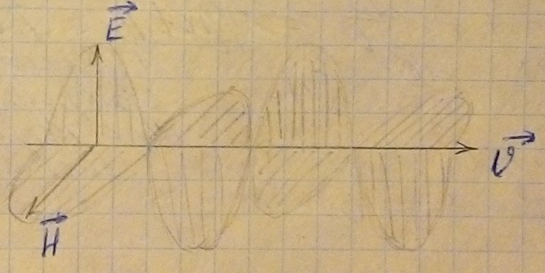
где $\vec{E}_A$ и $\vec{H}_A$ - амплитудные значения напряженности электрич. поля и магнитн. поля, ω - круговая частота волны, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - волновое число, λ - длина волны.

Из уравнений Максвелла $\Rightarrow$ электрич. и магнитное поля плоской монохромат. волны связаны соотношением

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}\,[\vec{n}, \vec{E}] = -\sqrt{\mu\mu_0}\,\vec{H}, \quad \vec{n}$$ - единич. вектор, задающ. направл. распростр. волны $\Rightarrow \vec{n}, \vec{E}$ и $\vec{H}$ образуют правую тройку векторов

73. Нарисуйте взаимную ориентацию полевых векторов и волнового вектора в плоской волне. Поляризация электромагнитной волны.

Полевые векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ и волновой вектор (вектор, указывающий направление распространения электромагн. волны) образуют правую тройку векторов

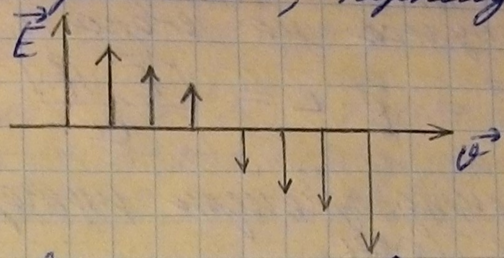


Колебания электрического и магнитного полей происходят в одинаковой фазе
(они одновременно достигают минимумов и максимумов)

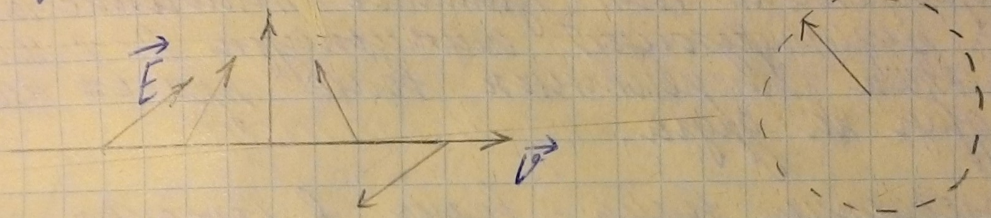
Поляризация электромагнитных волн - явление направленного колебания векторов напряженности $\vec{E}$ и $\vec{H}$.

Поляризация может быть

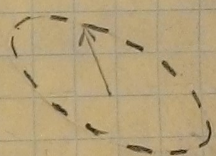
а) линейная — в направлении, перпендик. распространению волны



б) круговая — левая или правая



в) эллиптическая — промежуточный случай м/у круговой и линейной



74. Чему равны плотность потока энергии и плотность потока импульса электромагнитной волны

Плотность потока энергии — это электромагнитн. энергия, переносимая волной за единицу времени через поверхность единичной площади, перпендикул. к направлению распространения волны:

$$\vec{\Pi} = \frac{\Delta W}{S\Delta t} = [\vec{E},\vec{H}] = w c \vec{n},$$ где $w = \varepsilon\varepsilon_0 E^2$ —

объемная плотность энергии, c — скорость распространения электромагн. волн, $\vec{n}$ — единичный вектор, задающий направление распространения волны.

Плотность импульса электромагнитной волны:

$$\vec{p} = \frac{W}{V}\frac{\vec{v}}{c^2} = w\frac{\vec{v}}{c^2} = \frac{\vec{\Pi}}{c^2} = \frac{[\vec{E},\vec{H}]}{c^2}$$

72. Что такое плоская волна.

Электромагнитная волна — распространяющееся в пространстве возмущение (изменение состояния) электромагнитного поля.

Плоская волна — это волна, фронт которой имеет форму плоскости (фронт — это поверхность, до которой дошли колебания к данному моменту времени).

Плоская монохроматическая электромагнитная волна — частный случай общего решения волнового уравнения:

$$\vec{E} = \vec{E}_A \cos(\omega t - kz) \qquad \vec{H} = \vec{H}_A \cos(\omega t - kz),$$

где $\vec{E}_A$ и $\vec{H}_A$ — амплитудные значения напряженности электрич. поля и магнитн. поля, ω — круговая частота волны, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число, λ — длина волны.

Из уравнений Максвелла $\Rightarrow$ электрич. и магнитное поля плоской монохромат. волны связаны соотношением:

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}\,[\vec{k}, \vec{E}] = \sqrt{\mu\mu_0}\,\vec{H},$$

$\vec{k}$ — единич. вектор, задающ. направл. распростр. волны $\Rightarrow$ $\vec{k}$, $\vec{E}$ и $\vec{H}$ образуют правую тройку векторов.

73. Нарисуйте взаимную ориентацию полевых векторов и волнового вектора в плоской волне. Поляризация электромагнитной волны.

Полевые векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ и волновой вектор (вектор, указывающий направление распростра-

Плотность потока импульса – произведение плотности импульса на скорость распространения

$$\vec{J}_p = \vec{p} \cdot c = \frac{[\vec{E}\,\vec{H}]}{c}$$

75. Приведите примеры интерференции электромагнитных волн

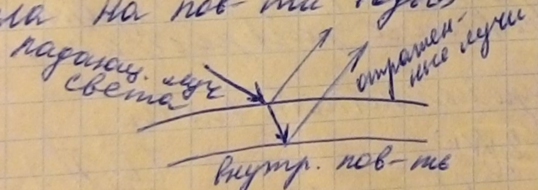
Интерференция волн – взаимное увеличение или уменьшение результирующей амплитуды 2-х или нескольких когерентных волн при их наложении друг на друга.

(Когерентные волны – волны в которых разность фаз колебаний постоянна во времени и при сложении колебаний получается колебание той же частоты)

Примеры:

1) опыт Юнга – пучок когерентного света направляется на непрозрачный экран-ширму с 2-мя прорезями позади кот. устанавливается проекционный экран. Если ширина прорезей близка к длине волны, каждая из них является источником вторичных волн, которые достигают середины экрана синхронно и в одной фазе, что создает максимум яркости. При увеличении ширины прорезей интерференция исчезает

2) Явление интерференции наблюдается в тонком слое несмешивающихся жидкостей (керосина или масла на пов-ти воды)



76. Излучение
мости излучае

Колеблющ. эл
ная неподви
колеблющимся

Волна, созд
моментом $\vec{p}$

$\vec{B} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

$\vec{E} = c\,[\vec{B}$

$\vec{E}$ лежит
вектором $\vec{r}$,
Излучение
$\vec{p}$ и равно
Полная мо

$P =$

Дипольный
по закону $\vec{p}($

где τ – ха
Уменьшение
излучения элек
на изменяет
дипольный момен
по закону:

$P(t) = \frac{\omega_0}{12}$

76. Излучение электромагн. волн диполем. Зависимость излучаемой мощности от частоты.

Колеблющ. электрич. диполь — система, образованная неподвижным точечным зарядом $+q$ и колеблющимся около него зарядом $-q$

Волна, создаваемая таким диполем с дипольн. моментом $\vec{p}$ имеет вид:

$$\vec{B} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{c^3 r}\left[\ddot{\vec{p}}(t')\times\vec{e}_r\right],$$ где $\vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{r}$

?

$$\vec{E} = c\left[\vec{B}\times\vec{e}_r\right]$$

$\vec{E}$ лежит в плоскости, образованной $\vec{p}$ и радиус-вектором $\vec{r}$, $\vec{B}$ перпенд. ей.
Излучение максимально в направлении, перпенд. к $\vec{p}$ и равно 0 вдоль $\vec{p}$.

Полная мощность, излучаемая диполем

$$P = \frac{\langle \ddot{\vec{p}}^{\,2}\rangle}{6\pi\varepsilon_0 c^3},$$ где $\langle\rangle$ — усреднение по времени

$\exists$ дипольный момент изменяется с частотой ω_0 по закону $\vec{p}(t) = \vec{p}_0 e^{-\frac{t}{\tau}}\cos\omega_0 t$,

где τ — характерное время затухания.

Уменьшение энергии диполя происходит за счет излучения электромагн. волны, амплитуда волны изменяется по тому же закону, что и дипольный момент. Тогда мощность изменяется по закону:

$$P(t) = \frac{\omega_0^4 p_0^2}{12\pi\varepsilon_0 c^3} e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

77. <u>Дайте определение квазистационарных электромагнитных процессов.</u>

Квазистационарный процесс — процесс, протекающий в огранич. системе так быстро, что за время распространения этого процесса в пределах системы ее состояние не успевает измениться. Поэтому при рассмотрении процесса можно пренебречь временем его распространения в пределах системы.

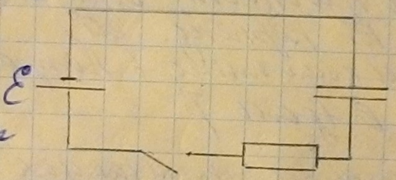
К квазистационарным электромагнитным процессам относятся процессы, в которых можно пренебречь токами смещения.

78. <u>Приведите примеры расчета тока в электрич. цепях при переходных процессах (RC- и RL-цепи)</u>

1) RC-цепь.

$I(0)=0$

ключ замыкают



$U_C = \frac{q}{C}$ — падение напряж. на конденсаторе

$U_R = IR$ — падение напряж. на резисторе

$\mathcal{E} = \frac{q}{C} + IR$ — правило Кирхгофа

$I = \frac{dq}{dt}$

$\mathcal{E} = \frac{q}{C} + R\frac{dq}{dt}$ $\qquad \frac{q}{C} = -R\frac{dq}{dt}$

$q = \mathcal{E}C + C' e^{-\frac{t}{RC}}$ $\qquad \frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC}$

$q(0)=0 \Rightarrow C' = -\mathcal{E}C$ $\qquad q_{одн.} = C' e^{-\frac{t}{RC}}$

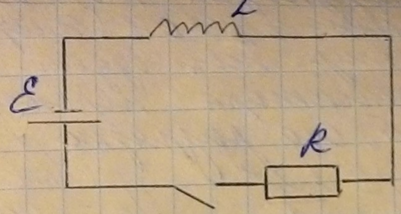
$q = \mathcal{E}C - \mathcal{E}C e^{-\frac{t}{RC}}$

$I = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$

2) RL-цепь

$J(0)=0$

ключ замыкают



$$\mathcal{E} = JR + L\frac{dJ}{dt}$$

$$J = -\frac{L}{R}\frac{dJ}{dt}$$

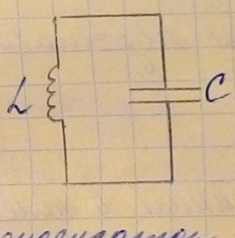
$$\frac{dJ}{J} = -\frac{R}{L}dt \Rightarrow J_{одн} = ce^{-\frac{Rt}{L}}, \quad J = \frac{\mathcal{E}}{R} + ce^{-\frac{Rt}{L}}$$

$$J(0)=0 \Rightarrow c = -\frac{\mathcal{E}}{R}$$

$$J = \frac{\mathcal{E}}{R} + ce^{-\frac{R \cdot t}{L}}$$

79. <u>Собственные колебания в колебательном контуре</u>

Колебательный контур - электрич. цепь, содержащая соединенные катушку индуктивности и конденсатор. В такой цепи могут возбуждаться колебания тока



I конденсатор заряжен до напряжения U_0

Энергия, запасенная в конденс. $= E_C = \frac{CU_0^2}{2}$.

При соединении конденсатора с катушкой из-за разности потенц. на обкладках конденсатора в цепи потечет ток J, что вызовет в катушке ЭДС самоинд., направл. на уменьшение тока. Ток, вызванный этой ЭДС в нач. момент будет равен току разряда конденсатора,

т.е. результирующий ток будет $= 0$. В этот момент $E_L = 0$ (энергия катушки)
Затем результир. ток будет возрастать, а энергия конденсатора переходить в катушку до полного его разряда. В этот момент $E_C = 0$, $E_L = \frac{LI_0^2}{2}$, I_0 – максим. знач. тока. После этого начнется перезарядка конденсатора, и т.д.

Напряжение, возник. в катушке при изменении протекающего тока, равно

$$U_L = -L\frac{dI_L}{dt}.$$

Ток, вызванный изменением напряж. на конденсаторе

$$I_C = C\frac{dU_C}{dt}.$$

$U_L = U_C$, $I_L = I_C$ (т.к. напрям. в катушке возникает в следствие его падения на конденс., ток, вызванный конденсатором, проходит через катушку)

Одно из ур-й дифференц. и подстав. во 2-ое:

$$\frac{d^2I}{dt^2} + \frac{I}{LC} = 0 \text{ –}$$

это уравнение свободных колебаний в колеб. контуре. Решение:

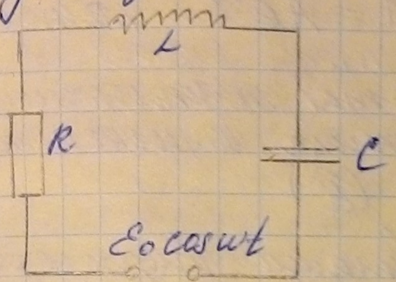
$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi),$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ – циклическая частота,}$$

I_0 – амплитуда колебаний, φ – нач. фаза.

80. Вынужденные колебания в колебат. контуре под действием гармонич. силы. Формулы для амплитуды и фазы.

Вынужденные колебания возникают в контуре, если в него ввести ЭДС, изменяющ. по закону синуса или косинуса



По 2-ому правилу Кирхгофа:

$$-U_L + U_R + U_C = \mathcal{E}_{\text{вынужд.}}$$

$$L\frac{dI}{dt} + IR + \frac{q}{C} = \mathcal{E}_0\cos\omega t$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{\mathcal{E}_0}{L}\cos\omega t$$

$$q_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{L\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)+4\beta^2\omega^2}}, \quad U = \frac{q}{C} = \frac{\mathcal{E}_0\cos(\omega t+\varphi)}{LC\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)+4\beta^2\omega^2}}$$

амплитуда

$$tg\,\varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2-\omega^2} \text{ — фаза}$$

Закон изменения тока: $I = \frac{dq}{dt} = \frac{\omega\mathcal{E}_0\cos(\omega t+\frac{\pi}{2}+\varphi)}{LC\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)+4\beta^2\omega^2}}$

81. Опишите и обоснуйте метод комплексных амплитуд (описание, обоснование, пример)

Комплексная величина, модуль и аргумент которой равны соотв. амплитуде и нач. фазе колебаний, назыв. компл. амплитудой

Т.к. над выражениями вида $A\cos(\omega t+\varphi)$ ($a(t)$) неудобно производить арифм. операции, их можно представить в виде

$$a(t) = Re\left(Ae^{i(\omega t+\varphi)}\right) = Re\left(Ae^{i\varphi}e^{i\omega t}\right) =$$
$$= Re\left(\hat{A}e^{i\omega t}\right),$$

где $\hat{A} = Ae^{i\varphi}$ - комплексная амплитуда.

Таким образом вводятся комплексные амплитуды ЭДС источника $(\hat{\mathcal{E}})$ и источника тока $(\hat{I}_k)$.

Пользуясь обычными правилами Кирхгофа можно составить сист. ур-ний для комплексн. амплитуд:

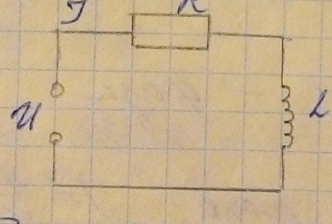
$$\hat{U}_R = \hat{I}R \qquad \hat{U}_C = \hat{I}/i\omega C, \quad \hat{U}_L = \hat{I}i\omega L,$$

или $\hat{U} = \hat{I}Z$, где $Z_R = R$, $Z_C = 1/i\omega C$,
$Z_L = i\omega L$

Z - комплексное сопротивление (импеданс) соответствующего эл-та.

Уравнения составляются точно так же, как для цепей постоянного тока.

Пример:



$$Z_{RL} = Z_R + Z_L = R + i\omega L$$

$$\hat{U} = \hat{I}Z_{RL} = \hat{I}(R + i\omega L)$$

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{R + i\omega L} = \frac{Ue^{i\varphi_u}}{R + i\omega L}$$

$$I = |\hat{I}| = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

$$\varphi_I = \varphi_U - \operatorname{arctg}(\omega L / R)$$

$$\left(\text{т. к. } R + i\omega L = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}\, e^{+\operatorname{arctg} \frac{\omega L}{R}}\right)$$

82. Что такое эффективные значения силы тока и напряжения. Запишите формулу для мощности переменного тока.

Эффективный ток / напряжение — это величина постоянного тока / напряжения, действие котор. произведет такую же работу, что и рассматр. переменный ток / напряжение за время одного периода.

Мощность переменного тока.

$U = U_0 \cos \omega t, \quad I = I_0 \sin(\omega t - \varphi)$

$(U(0) = 0 \quad I(0) = -I_0 \sin \varphi$

Энергия, выделяемая за время Δt:

$$\Delta W = U_0 I_0 \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi) \Delta t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W = \sum \frac{I_0 U_0}{2} \cos\varphi \Delta t - \sum \frac{I_0 U_0}{2} \cos(2\omega t - \varphi) \Delta t =$$

суммирование по периоду дает 0, т.к. половину периода cos имеет полож. знач., а половину - отриц.

$$= \frac{U_0 I_0}{2} T \cos\varphi$$

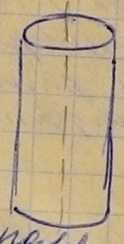
$$P = \frac{W}{T} = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos\varphi$$

$$P = \frac{1}{2} U_{эф} \cdot I_{эф} \Rightarrow U_{эф} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}, \quad I_{эф} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

83. В чем заключается скин-эффект. Чему равна толщина скин-слоя в простейших случаях. Зависимость толщины скин-слоя от частоты.

Скин-эффект — эффект уменьшения амплитуды электромагн. волн по мере их проникновения вглубь проводящей среды. В результате этого эффекта переменный ток высокой частоты при протекании по проводнику распределяется не равномерно по сечению, а преимущественно в поверхностном слое

Объяснение:



Рассмотрим цилиндрич. проводник, по кот. течет ток.
Силовые линии магн. поля этого проводника есть концентрич. окружн. с центром на оси проводн. В рез-те увелич. силы тока возраст. индукция магн. поля, форма силовых линий не меняется

Поэтому в каждой точке внутри проводника $\frac{dB}{dt}$ направл. по касат. к линии индукц. магн. поля $\Rightarrow$ линии $\frac{d\vec{B}}{dt}$ — также окружности, совпад. с линиями индукц. магн. поля.

По закону электромагн. индукции $\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} \Rightarrow$ создается электрич. индукционное поле, силовые линии которого представл. замкнутые кривые вокруг линии индукции магн. поля.

$\vec{E}$ в более близких к оси областях направлен противоположно $\vec{B}$ в более дальних — сонаправлен с $\vec{B}$. $\Rightarrow$ плотность тока уменьшается в приосевых обл. и увеличив. вблизи поверхн. проводника.

Толщина скин-слоя — глубина, на кот. объемная плотность тока становится в e раз меньше, чем на поверхности

$$\Delta = \sqrt{\frac{2}{\lambda\mu\omega}},$$

λ - удельн. проводимость,
μ - магн. проницаемость,
ω - частота

(или $\Delta = \sqrt{\frac{2}{\lambda\mu\mu_0\omega}}$ - не знаю, что правильно)

чем больше частота, тем тоньше скин-слой.

Вывод:
$$\operatorname{rot}\vec{B} = \vec{j}\mu$$
$$\vec{j} = \lambda\vec{E}$$
$$\operatorname{rot}\frac{d\vec{B}}{dt} = \mu\lambda\frac{d\vec{E}}{dt}$$
$$-\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{E} = \mu\lambda\frac{d\vec{E}}{dt}$$
$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{E} = \operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{E} - \Delta\vec{E}$$
оператор Лапласа
$$\operatorname{div}\vec{E} = 0.$$
$$\Delta\vec{E} = \mu\lambda\frac{d\vec{E}}{dt}$$

I ток течет только вдоль оси x. Тогда
$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} = \mu\lambda\frac{\partial E_x}{\partial t}$$
$$E_x(y,t) = E_0(y)e^{i\omega t} \Rightarrow \frac{d^2E_0}{dy^2} = i\lambda\mu\omega E_0$$
$$E_0 = A_1 e^{-\sqrt{\frac{\lambda\mu\omega}{2}}y} e^{-i\sqrt{\frac{\lambda\mu\omega}{2}}y} + A_2 e^{\sqrt{\frac{\lambda\mu\omega}{2}}y} e^{i\sqrt{\frac{\lambda\mu\omega}{2}}y}$$
(Т.к. при $y \to \infty$ второе слаг. $\to \infty$, что недопустимо, $A_2 = 0$) $\Rightarrow$
$$\Rightarrow E_0 = A_1 e^{-\sqrt{\frac{\lambda\mu\omega}{2}}y} e^{i(\omega t - \sqrt{\frac{\lambda\mu\omega}{2}}y)}$$

Возьмем действ. часть от этого выр-я и перейдем с помощью $\vec{j} = \lambda \vec{E}$ к плотности тока:

$$j_x(y,t) = j_0 A_1 e^{-\sqrt{\frac{\lambda\mu\omega}{2}}\, y} \cos\left(\omega t - \sqrt{\frac{\lambda\mu\omega}{2}}\, y\right)$$

т.к. $j_x(0,0) = j_0 \Rightarrow A_1 = 0.$

$$\Downarrow$$

$$\Delta = \sqrt{\frac{2}{\lambda\mu\omega}}$$

84. <u>Система уравнений Максвелла и преобразования Галилея.</u>

Преобразов. Галилея: если инерц. сист. отсчета (ИСО) S' движется относит. ИСО S с постоян. скоростью v вдоль оси x, начала координат совпад. в нач. момент времени в обеих системах, то

$$x' = x - vt$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$
$$t' = t.$$

Уравнения Максвелла не инвариантны относительно преобразований Галилея (? <u>объяснение</u> ?)

≈ т.к. волны распростр. со скоростью света, кот. постоянна во всех сист. отсчета

85. <u>Постулаты теории относительности. Эксперимент Майкельсона-Морли.</u>

Постулируется существование инерциальных систем отсчета — систем, в кот. пространство однородно и изотропно, а время однородно

Постулат 1. (принцип относит. Эйнштейна):
У физич. явление протекает одинаково во всех системах отсчета. (Физические законы инвариантны относит. переходов м/у ИСО)

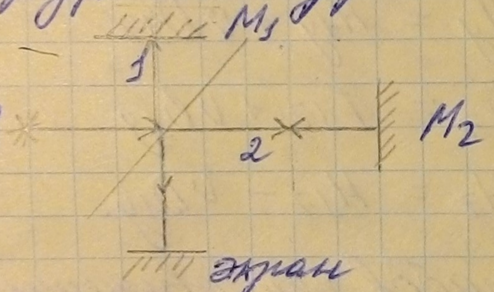
Постулат 2 (принцип постоянства скорости света):
Скорость света одинакова во всех ИСО.

Эксперимент Майкельсона - Морли

Когда была получена система ур-ний Максвелла, предполагалось, что электромагн. волны распространяются в особой среде - эфире.

Опыт Майкельсона - Морли был проведен с целью подтвердить или опровергнуть существ. эфира.

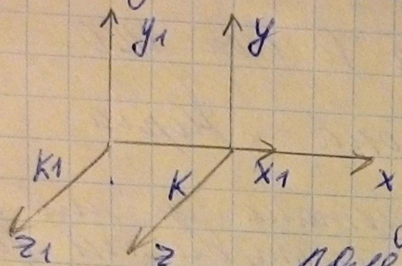
Они использовали интерферометр, прибор, расщепляющий луч света надвое с помощью полупрозрачного зеркала



Лучи 1 и 2 расходятся под прямым углом, после чего отражаются в 2-х равноудал. от полупрозрачного зеркала зеркал-отражателей M_1 и M_2 и возвращ. на полупрозр. стекло, результирующий пучок света от кот. позволяет наблюдать интерференц. картину и выявить десинхронизацию лучей.
Согласно теории эфира существовал „эфирный ветер", вызванный движением Земли по орбите вокруг Солнца, при кот. Земля движется вокруг эфира полгода в одном напр,

полода в другом.
Но Майкельсон и Морли в течении года не обнаружили смещений в интерференционной картине $\Rightarrow$ нет никакого „эфирного ветра"

86. Преобразование Лоренца



$\exists$ имеются 2 сист. отсчета K_1 и K и K движется относит. K_1 с постоян. скоростью v вдоль оси X.
При этом в K $\exists$ электр. поле с напряж. $\vec{E}$ и магн. с напряж. $\vec{H}$, а в K_1 – электр. поле с напряженностью $\vec{E}_1$ и индукцией $\vec{D}_1$ и магнит. с напряж. $\vec{H}_1$ и индукцией $\vec{B}_1$.

Тогда

$$E_x = E_{1x}, \qquad H_x = H_{1x}$$

$$\sqrt{1-\left(\tfrac{v}{c}\right)^2}\, E_y = E_{1y} - v B_{1z}$$

$$\sqrt{1-\left(v/c\right)^2}\, H_y = H_{1y} + v D_{1z}$$

$$\sqrt{1-\left(v/c\right)^2}\, E_z = E_{1z} + v B_{1y}$$

$$\sqrt{1-\left(v/c\right)^2}\, H_z = H_{1z} - v D_{1y}.$$

Возможно, имелось в виду:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$
$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

?

87. Сокращение масштабов при движении.

$\exists$ стержень длины l движется вдоль своей длины со скоростью v относит. инерц. сист. отсч.
Тогда в фиксир. момент времени расстояние м/у концами стержня

$$l' = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}\, l$$

(т.к. $l_0 = x_2' - x_1' = \dfrac{x_2 - vt}{\sqrt{\dots}} - \dfrac{x_1 - vt}{\sqrt{\dots}} = \dfrac{x_2 - x_1}{\sqrt{\dots}} = \dfrac{l}{\sqrt{\dots}}$)

88. Релятивистская инвариантность. Интервал

Релятивистская инвариантность — св-во физ. законов сохранять свой вид при преобр. Лоренца.

Интервал в теор. отн. — аналог расстоян. м/у событиями в пространстве-времени, являющийся обобщением евклид. расстояния м/у точками. Интервал не меняется при переходе от одной ИСО к другой. (он релятивистски инвариантен)

$$S^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2,$$

где S — интервал. Инвариантность доказывается подстановкой преобразований Лоренца.

89. Инвариантная запись уравнений электродинамики (инвар. относ. преобр. Лоренца)

$$\partial^2 A^\alpha = \mu_0 j^\alpha,$$

где $A^\alpha = (\varphi/c, \vec{A})$ ← четырехмерный вектор

$$(\varphi/c, \vec{A}) = (\varphi c, A_x, A_y, A_z)$$

$j^\alpha = (c\rho, j_x, j_y, j_z)$, где ρ — объемн. плотн. заряда

$$\partial^2 = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta$$

90 Эффект Доплера

Эффект Доплера — изменение частоты и длины волн, регистрируемых приемником, вызванное движением их источника и/или приемника.

$$\omega = \omega_0 \frac{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1+\frac{v}{c}\cos\theta},$$

где c — скор. света, v — скорость источн. относит. приемника, θ — угол м/у направл. на источник и вектором скорости в системе отсчета источника.