

1. Сформулируйте законы Ньютона.

- 1) Существуют такие системы отсчета, относительно которых любое тело, бесконечно удаленное от других тел, не испытывает ускорения. Такие системы называются *инерциальными*.
- 2) Произведение массы тела на его ускорение равно действующей на него силе: $ma = F$.
- 3) Действия двух тел друг на друга равны и противоположно направлены: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

2. Что такое «сила» и «масса»? Как их измерить?

Масса — мера отклика тела на действие силы (или мера *инертности* тела). *Сила* — мера действия на данное тело других тел. Масса измеряется в *килограммах*. 1 кг — масса эталонного тела, представляющего собой цилиндр диаметром 39 мм и высотой 39 мм из сплава платины и иридия (мера массы). 1 Н — сила, вызывающая ускорение в 1 м/с^2 у тела массы 1 кг.

3. Сформулируйте принцип относительности Галилея, принцип относительности Эйнштейна и принцип постоянства скорости света.

Принцип относительности Галилея: никакими опытами, проведенными внутри данной системы отсчета, нельзя установить, покоится ли она или движется прямолинейно и равномерно.

Принцип относительности Эйнштейна: уравнения, выражающие физические законы, должны быть инвариантными относительно преобразований Лоренца (см. вопрос 4).

Принцип постоянства скорости света: скорость света c не зависит от того, в какой системе отсчета (т.е. движущейся или покоящейся) она определяется: $v_{abs} = v_{rel} = c$.

4. Напишите формулы преобразований Лоренца, релятивистское уравнение движения.

Формулы преобразований Лоренца:

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - (V^2/c^2)}}, \quad t = \frac{t' + (V/c^2)x'}{\sqrt{1 - (V^2/c^2)}}.$$

5. Сформулируйте закон всемирного тяготения и принцип суперпозиции.

Закон всемирного тяготения: любые две материальные точки притягиваются с силой, прямо пропорциональной произведению их масс, и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$.

Принцип суперпозиции: любые две материальные точки взаимодействуют независимо. В частности, шар притягивает любую материальную точку так, как если бы вся его масса была сосредоточена в центре.

6. Дайте определения работы и потенциальной энергии. Приведите примеры потенциальных и непотенциальных сил.

Элементарной работой dA называется скалярное произведение силы на бесконечно малое перемещение в точке приложения силы: $dA = (\vec{F}, d\vec{r}) = \vec{F} d\vec{r}$. *Работой* силы \vec{F} по перемещению точки из A в B называется криволинейный интеграл

$$A = \int_{AB} dA.$$

Элементарной потенциальной энергией называется элементарная работа потенциальной силы, взятая с минусом: $d\Pi = -dA$. *Потенциальная энергия* $\Pi = \int d\Pi$.

Примеры *потенциальных* сил: сила тяжести, сила упругости. Примеры *непотенциальных* сил: сила трения, сила сопротивления среды.

7. Что такое «внутренние» и «внешние» силы? Приведите примеры.

Внутренние силы — силы взаимодействия между телами внутри системы. *Внешние силы* — силы, действующие на тела внутри системы со стороны тел, находящихся вне системы.

Примеры *внутренних* сил: сила притяжения между двумя телами внутри системы, сила взаимодействия двух грузиков на пружине. Примеры *внешних* сил: сила трения, сила притяжения к опоре.

8. Что такое «центр масс» системы частиц? Сформулируйте теорему о движении центра масс.

Центром масс системы частиц называется некоторая точка, радиус-вектор которой определяется по формуле

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_i m_i \vec{r}_i,$$

где m — масса системы частиц в целом.

Теорема о движении центра масс: центр масс системы частиц движется так, как если бы в этой точке была сосредоточена вся масса системы частиц, и к ней были бы приложены все внешние силы.

9. Сформулируйте законы сохранения импульса и энергии в механике Ньютона и в теории относительности.

Закон сохранения импульса: если сумма внешних сил $\vec{F} = 0$, то в механике Ньютона

$$\vec{p} = \sum_i m_i \vec{v}_i = \text{const},$$

а в теории относительности

$$\vec{p} = \sum_i \frac{m_i \vec{v}_i}{\sqrt{1 - \frac{v_i^2}{c^2}}} = \text{const}.$$

Закон сохранения энергии: если работа непотенциальных сил $A = 0$, то в механике Ньютона

$$E = K + \Pi = \text{const},$$

а в теории относительности: если сумма внешних сил $\vec{F} = 0$, то

$$E = \sum_i \frac{m_i c^2}{\sqrt{1 - v_i^2/c^2}} = \text{const}.$$

10. Что такое «момент импульса» и «момент силы»? Сформулируйте теорему моментов и закон сохранения момента импульса.

Момент импульса частицы: $\vec{N} = [\vec{r}, \vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{v}]$, *момент силы частицы* $\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]$. Отсюда $N = mvR$, $M = FR$, где R — плечо. Моменты

импульса и силы системы частиц определяются как суммы соответствующих моментов для каждой частицы.

Теорема моментов: $\dot{\vec{N}} = \vec{M}$, или скорость изменения момента импульса системы равна моменту действующей на нее силы.

Закон сохранения момента импульса: если сумма моментов внешних сил $\vec{M} = 0$, то момент инерции системы сохраняется ($\vec{N} = \text{const}$). *Более сильная формулировка:* если существует такая ось, что в проекции на нее $M = 0$, то относительно этой оси $N = \text{const}$.

11. Что такое «момент инерции» твердого тела? Приведите примеры. Сформулируйте теорему Гюйгенса-Штейнера.

Момент инерции I относительно данной оси задается формулой $I = \sum_i m_i r_i^2$.

Теорема Гюйгенса-Штейнера: момент инерции тела относительно произвольной оси равен моменту инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс и параллельной данной, сложенному с произведением массы тела на квадрат расстояния между осями:

$$I' = I + ml^2.$$

12. Напишите формулы для импульса, момента импульса и кинетической энергии тела, совершающего плоское движение.

Импульс: $\vec{p} = m\vec{v}_c$, *момент импульса:* $I\epsilon_z = M_z$, *кинетическая энергия:* $K = \frac{1}{2}mr_c^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$.

13. Что такое «силы инерции»? Приведите примеры.

Сила инерции — добавочная фиктивная сила, действующая на материальную точку в неинерциальной системе отсчета и определяемая формулой $\vec{F} = -m(\vec{a} - \vec{a}')$. Примеры: сила Кориолиса $\vec{F}_K = -2m[\vec{\omega}, \vec{v}']$, центробежная сила $\vec{F}_c = m\omega^2 \vec{r}'_{\text{перп}}$.

14. Что такое «связи» в механике? Приведите примеры систем со связями и без.

Связи — это не вытекающие из уравнений движения ограничения на координаты, скорости и ускорения точек механической системы. Примеры систем без связей: две независимые материальные точки, свободное

падение. Примеры систем со связями: проволочный куб, блок с двумя грузиками.

15. Что такое «число степеней свободы» механической системы? Приведите примеры.

Число степеней свободы — число s независимых координат, полностью определяющих положение тела в пространстве.

Для голономных связей $s = 3N - K$, где N — число материальных точек, K — число связей.

16. Что такое «идеальные связи»? Приведите примеры.

Идеальные связи — связи, для которых виртуальная работа сил реакции равна нулю. Примеры: абсолютно гладкая поверхность, жесткий стержень (весомый или невесомый).

17. Что такое «лагранжиан» механической системы? Запишите уравнения Лагранжа.

Лагранжиан или *функция Лагранжа* $L = K - \Pi$ — это разность кинетической и потенциальной энергии, выраженная через обобщенные координаты, обобщенные скорости и время.

Уравнения Лагранжа: $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0$, $j = \overline{1, s}$.

18. Что такое «обобщенная сила» и «обобщенный импульс»? Чем определяются их размерности? Приведите примеры.

Обобщенной силой Q_j называется

$$Q_j = \sum_{l=1}^N \vec{F}_l \frac{\partial \vec{r}_l}{\partial q_j}, \quad j = \overline{1, s}.$$

Обобщенным импульсом p_j называется

$$p_j = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}, \quad j = \overline{1, s}.$$

Размерности зависят от размерности обобщенных координат.

19. Что такое «гамильтониан» механической системы? Запишите уравнения Гамильтона.

Гамильтониан или функция Гамильтона — $H = \sum_{j=1}^s p_j \dot{q}_j - L = H(q, p, t)$.

Уравнения Гамильтона:

$$\dot{q}_j = \frac{\partial H}{\partial p_j}, \quad \dot{p}_j = -\frac{\partial H}{\partial q_j}, \quad \frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{\partial L}{\partial t}.$$

20. Напишите уравнения гармонических колебаний. Как найти частоту малых колебаний механической системы?

Уравнения гармонических колебаний: $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$, $T = 2\pi/\omega$.

Алгоритм нахождения частоты малых колебаний механической системы: записать уравнения движения системы через уравнения Ньютона и Лагранжа; используя малость колебаний, привести уравнения к стандартному виду.

21. Приведите примеры колебательных систем с двумя степенями свободы. Что такое «нормальные колебания» и «нормальные координаты»?

Примеры колебательных систем с двумя степенями свободы: два грузика на одной пружинке, «двойной» маятник.

Нормальные колебания — гармонические колебания на одной из собственных частот системы. Нормальные координаты — координаты, которые независимы при любых движениях.

22. Что такое «распределение плотности вероятности»? Напишите формулу распределения Гиббса.

Распределение плотности вероятности — это отношение вероятности попадания случайной величины в малый интервал вблизи заданного значения x к величине этого интервала в пределе при стремлении длины интервала к нулю:

$$\omega(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x_0 \leq x \leq x_0 + \Delta x)}{\Delta x}.$$

Формула распределения Гиббса:

$$\omega(z) = c \cdot e^{-H(z)/kT}.$$

23. Напишите формулы распределения Максвелла и распределения Больцмана.

Формула распределения Максвелла:

$$\omega(z) = \omega(v_x, v_y, v_z) = c \cdot e^{-K(z)/kT} = c \cdot e^{-m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)/2kT}.$$

Формула распределения Больцмана:

$$\omega(z) = \omega(x, y, z) = c \cdot e^{-\Pi(z)/kT} = \{\text{для силы тяжести}\} = c \cdot e^{-mgz/kT}.$$

24. Сформулируйте теорему о равнораспределении энергии по степеням свободы.

Теорема о равнораспределении энергии по степеням свободы: в состоянии термодинамического равновесия на каждую степень свободы системы приходится в среднем одинаковая энергия, равная $kT/2$.

25. Напишите уравнения диффузии и теплопроводности. Дайте определения коэффициентов диффузии и теплопроводности.

Уравнение диффузии:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}.$$

Уравнение теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}.$$

Определение D : коэффициент пропорциональности между потоком частиц и градиентом их концентрации. *Определение α :* коэффициент пропорциональности между потоком тепла и градиентом температуры, $\chi = \frac{\alpha}{C\rho}$ — коэффициент температуропроводности.