КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО КУРСУ «ЭЛЕКТРОДИНАМИКА»
для студентов 2 курса факультета ВМиК

1. Дайте определение точечного электрического заряда.
Точечный заряд — заряд, размерами носителя которого по сравнению с расстоянием, на котором рассматривается электростатическое взаимодействие, можно пренебречь.
2. Фундаментальные свойства электрического заряда. Закон сохранения заряда.
Фундаментальными свойствами электрического заряда являются: существование двух видов заряда, его инвариантность(заряд не зависит от окр. условий), дискретность(любая свободная частица несёт лишь целое число элементарных зарядов), аддитивность и подчинение закону сохранение заряда.
Имеется два вида электрических зарядов, условно называемых положительными и отрицательными. Заряды одного знака отталкиваются, разных знаков — притягиваются друг к другу. Заряд наэлектризованной стеклянной палочки условно стали считать положительным, а смоляной (в частности, янтарной) — отрицательным. В соответствии с этим условием электрический заряд электрона отрицателен (греч. «электрон» — янтарь).

3. Сформулируйте Закон Кулона.
Модуль силы взаимодействия двух точечных зарядов в вакууме прямо пропорционален произведению модулей этих зарядов и обратно пропорционален квадрату расстояния между ними.
4. Дайте определение напряженности электрического поля.
Векторная физическая величина, характеризующая электрическое поле в данной точке и численно равная отношению силы действующей на неподвижный пробный заряд, помещенный в данную точку поля, к величине этого заряда:
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$$
Из этого определения видно, почему напряженность электрического поля иногда называется силовой характеристикой электрического поля (действительно, всё отличие от вектора силы, действующей на заряженную частицу, только в постоянном множителе).
5. Сформулируйте принцип суперпозиции электрических полей.
Если поле образовано не одним зарядом, а несколькими, то силы, действующие на пробный заряд, складываются по правилу сложения векторов. Поэтому и напряженность системы зарядов в данной точке, поля равна векторной сумме напряженностей полей от каждого заряда в отдельности.
6. Что показывают силовые линии электрического поля.
Электрическое поле не действует на органы чувств. Его мы не видим, однако мы можем получить некоторое представление о распределении поля, если нарисуем векторы напряженности поля в нескольких точках пространства. Картина будет более наглядной, если нарисовать непрерывные линии, касательные к которым в каждой точке, через которую они проходят, совпадают по направлению с векторами напряженности. Эти линии называют силовыми линиями электрического поля или линиями напряженности.
7. Дайте определение потока напряженности электрического поля.
Поток напряженности поля через поверхность есть количество силовых линий, пронизывающих эту поверхность. При этом учитывается направление — силовые линии, пронизывающие поверхность в обратном направлении считаются со знаком минус.

8. Сформулируйте электростатическую теорему Гаусса.
Поток вектора напряженности электростатического поля через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, расположенных внутри этой поверхности, деленной на электрическую постоянную ε0.

$$\Phi = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{\text{внутр}}$$

9. Напряженности электростатических полей равномерно заряженных сферы и бесконечной плоскости.
По теореме Гаусса внутри сферы поток напряжённости электрического поля раен 0, а вне сферы:

$$N_E = \int_s E_n dS = E4\boldsymbol{\pi}r^2$$

$$N_E = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

Следовательно:

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$$

Бесконечная плоскость заряжена с постоянной поверхностной плотностью σ($6 = \frac{dQ}{dS}$ — заряд, приходящийся на единицу поверхности).
Линии напряженности перпендикулярны рассматриваемой плоскости и направлены от нее в обе стороны. В качестве замкнутой поверхности мысленно построим цилиндр, основания которого параллельны заряженной плоскости, а ось перпендикулярна ей. Так как образующие цилиндра параллельны линиям напряженности (cosα = 0),то поток вектора напряженности сквозь боковую поверхность цилиндра равен нулю, а полный поток сквозь цилиндр равен сумме потоков сквозь его основания (площади оснований равны и для основания En совпадает с E), т.е. равен 2ES.

Заряд, заключенный внутри построенной цилиндрической поверхности, равен σS. Согласно теореме Гаусса $2ES = \frac{6S}{\varepsilon_0}$ *, откуда* $E = \frac{6}{2\varepsilon_0\varepsilon}$
Из формулы вытекает, что E не зависит от длины цилиндра, т. е. напряженность поля на любых расстояниях одинакова по модулю, иными словами, поле равномерно заряженной плоскости однородно.

10. Запишите граничные условия для нормальной и тангенциальной составляющих напряженности электрического поля.
На границе двух сред векторы $\vec{D}\ \vec{E}$ *удовлетворяют условиям:*
$E_{t2} - E_{t1} = 0\ \frac{D_{t1}}{\varepsilon_1} = \frac{D_{t2}}{\varepsilon_2}$ *- тангенциальная составляющая.*
$E_{t2} - E_{t1} = (\partial + \partial')\ D_{t2} - D_{t1} = 0$ *– нормальная составляющая.*

11. Как связана с зарядами дивергенция вектора напряженности электрического поля.

$$div\,\vec{E} = \frac{p}{\varepsilon_0\varepsilon}$$

$$div\vec{E} = \nabla\vec{E}$$

12. Запишите формулы для напряженности электрического поля дискретного и непрерывного распределений заряда.
По принципу суперпозиции для напряженности поля совокупности дискретных источников имеем:

$$\vec{E} = \sum \vec{E_\iota}$$

где каждое

$$\vec{E_\iota} = \frac{q_i\Delta\vec{r_\iota}}{4\pi\varepsilon_0(\Delta\vec{r_\iota})^2\,|\Delta\vec{r_\iota}|}$$

Подставив, получаем:

$$\vec{E} = \sum \frac{q_i \Delta\vec{r_i}}{4\pi\varepsilon_0 (\Delta\vec{r_i})^2\, |\Delta\vec{r_i}|}$$
$$\Delta\vec{r_i} = \vec{r} - \vec{r_i}$$

Для непрерывного распределения аналогично:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_V \frac{p(\vec{\hat{r}})dV(\vec{r} - \vec{\hat{r_i}})}{4\pi\varepsilon_0 (\vec{r} - \vec{\hat{r_i}})^2\, |\vec{r} - \vec{\hat{r_i}}|}$$

где V - область пространства, где расположены заряды (ненулевая плотность заряда), или всё пространство, $\vec{r}$*- радиус-вектор точки, для которой считаем* $\vec{E}$*,* $\vec{\hat{r_i}}$ *- радиус-вектор источника, пробегающий все точки области V при интегрировании, dV - элемент объема. Можно подставить x,y,z вместо* $\vec{r}$ *,*$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ *вместо* $\vec{\hat{r}}$ *,* $d\hat{x}d\hat{y}d\hat{z}$ *вместо dV.*

13. Как определяется потенциал электрического поля.
Электростатический потенциал равен отношению потенциальной энергии взаимодействия заряда с полем к величине этого заряда:
$$\varphi = \frac{W_p}{q}$$
Напряжённость электростатического поля и потенциал связаны соотношением
$$\int_A^B Edl = \varphi(A) - \varphi(B)$$
или обратно:
$$E = -\nabla\varphi$$
Где ∇*– оператор Набла:*
$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial}{\partial x}\vec{\jmath} + \frac{\partial}{\partial x}\vec{k}.$
14. Запишите формулы для потенциала электрического поля дискретного и непрерывного распределений заряда.
$$\varphi(A) = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_i}$$
$$\varphi(A) = \int_V \frac{p(r)dr}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$$
15. Запишите формулу, показывающую локальную связь между потенциалом и напряженностью электрического поля.
$$E = -\nabla\varphi$$
16. Приведите примеры эквипотенциальных поверхностей.
Эквипотенциальная поверхность — это поверхность, на которой скалярный потенциал данного потенциального поля принимает постоянное значение. Другое, эквивалентное, определение — поверхность, в любой своей точке ортогональная силовым линиям поля.
Пример: используя второе определение, ставим положительный заряд, рисуем расходящиеся силовые линии, потом перпендикулярно силовым линиям рисуем Концентрические окружности. Эти окружности и будут эквипотенциальными поверхностями. Далее, проводник в состоянии электростатического равновесия - эквипотенциален по всему объему (в том числе и по поверхности).
17. Что такое электрический диполь. Чему равны потенциал и напряженность поля электрического диполя.

Электрический диполь — система двух равных по модулю разноименных точечных зарядов (+q, -q), расстояние l между которыми значительно меньше расстояния до рассматриваемых точек поля.

$$\vec{p} = q\vec{l}$$

Где l – вектор, проведённый из отриц. заряда в полжительный.

Напряженность поля диполя в произвольной точке (согласно принципу суперпозиции):

$\vec{E} = \overrightarrow{E^+} + \overrightarrow{E^-}$

где $\overrightarrow{E^+}$ и $\overrightarrow{E^-}$ — напряженности полей, создаваемых соответственно положительным и отрицательным зарядами.

$$\varphi(A) = \frac{\vec{r} * \vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = \frac{p * \cos\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Где α - угол между вектором $\vec{p}$ и направлением на точку наблюдения А. Заметим, что если сравнивать между собой потенциал поля точечного заряда и потенциал поля диполя, легко увидеть, что потенциал поля диполя убывает с расстоянием быстрее, чем потенциал поля точечного заряда.

$$\vec{E}(A) = \frac{3\overrightarrow{e_r} * p\cos\alpha - \vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

18. Дайте определение электрического дипольного момента нейтральной системы зарядов.

Дипольный момент - физическая величина, характеризующая электрические свойства системы заряженных частиц. Д. м. системы из N заряженных частиц равен

$p = \sum_{i=1}^{N} e_i r_i$

где e_i — заряд частицы номера i, а r_i — её радиус-вектор. Д. м. нейтральной в целом системы зарядов не зависит от выбора начала координат, а определяется относительным расположением (и величинами) зарядов в системе. В частном случае, нейтральная система из двух зарядов (+e, -e) образует электрический диполь с Д. м. p = el, где l — радиус-вектор, проведённый от отрицательного заряда к положительному.

19. Чему равна циркуляция вектора напряженности электростатического поля. Приведите доказательство для системы точечных зарядов.

Циркуляцией вектора напряженности называется работа, которую совершают электрические силы при перемещении единичного положительного заряда по замкнутому пути L

$$\oint_L E dl\cos\alpha = \oint_L (\vec{E}, d\vec{l})$$

Так как работа сил электростатического поля по замкнутому контуру равна нулю (работа сил потенциального поля), следовательно циркуляция напряженности электростатического поля по замкнутому контуру равна нулю.

20. Чему равен ротор вектора напряженности электростатического поля. Приведите доказательство для системы точечных зарядов.

Т.к. циркуляция вектора напряжённости поля равна 0, то получаем, что

$$\oint_L \Delta E dS = 0$$

А это возможно только тогда, когда $\nabla E = 0$, т.е. $rot E = 0$, т.е. силовые линии электростатического поля не циркулируют в пространстве.

21. Запишите уравнения Пуассона и Лапласа для потенциала электростатического поля.

$$\Delta\varphi = -\frac{p}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

При p = 0 получаем уравнение Лапласа.

Уравнение получается из:

$$div\,\vec{E} = \frac{p}{\varepsilon_0\varepsilon}$$

И

$$E = -\nabla\varphi$$

22. Свободные и связанные заряды в веществе.

При рассмотрении электростатического поля, в случае наличия в нем диэлектриков, нужно различать два рода электрических зарядов: свободные и связанные. Под свободными зарядами мы будем понимать, во-первых, все электрические заряды, которые под влиянием электрического поля могут перемещаться на макроскопические расстояния (электроны в металлах и вакууме, ионы в газах и электролитах и т. п.), и, во-вторых, заряды, нанесенные извне на поверхность диэлектриков и нарушающие их нейтральность). Заряды же, входящие в состав нейтральных молекул диэлектриков, равно как и ионы, закрепленные в твердых диэлектриках вблизи определенных положений равновесия, мы будем называть зарядами связанными.

23. Чему равны напряженность и потенциал электрического поля, а также плотность свободных зарядов внутри однородного проводника. Приведите доказательства утверждений.

напряженность E = 0
потенциал постоянен
Доказательство:
1). В проводниках имеются свободные заряды, т.е. индукционные заряды разделяются. Для металлов свободными зарядами являются электроны.
2). В равновесии электрическое поле равно нулю E = 0 внутри проводника. Если поле не равно нулю в какой-то момент времени, то происходит перераспределение зарядов до создания такой ситуации, когда электрическое поле равно нулю внутри проводника. Отсюда получаем, что div E = 0 и, следовательно, объемная плотность зарядов внутри однородного проводника равна тоже нулю.
3). Так как поле E = 0 , то потенциал постоянен = const – проводник эквипотенциален.

24. Какова связь напряженности электрического поля у поверхности однородного проводника с поверхностной плотностью свободных зарядов.

Пусть проводник заряжен с поверхностной плотностью заряда σ.Рассмотрим небольшую цилиндрическую поверхность, образованную нормалями к поверхности проводника и основаниями dS, одно из которых расположено внутри, а другое вне проводника. Поток вектора электрического смещения через эту поверхность равен

$$\Phi_D = DdS$$

При этом по теореме Гаусса: $\Phi_D = \text{б}dS$. *Отсюда D = б, а значит:*

$$E = \frac{\text{б}}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

25. Плоский конденсатор и его электроемкость.

Плоский конденсатор состоит из двух электродов в форме пластин (называемых обкладками), разделённых диэлектриком, толщина которого мала по сравнению с размерами обкладок. Практически применяемые конденсаторы имеют много слоёв диэлектрика и многослойные электроды, или ленты чередующихся диэлектрика и электродов, свёрнутые в цилиндр или параллелепипед со скруглёнными четырьмя рёбрами (из-за намотки).

$$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$$

26. Как рассчитать емкость батареи конденсаторов.

При параллельном соединении напряжение на всех обкладках одинаковое U1 = U2 = U3 = U = e, а емкость батареи равняется сумме емкостей отдельных конденсаторов C = C1 + C2 + C3.
При последовательном соединении заряд на обкладках всех конденсаторов одинаков Q1 = Q2 = Q3, а напряжение батареи равняется сумме напряжений отдельных конденсаторов U = U1 + U2 + U3.
Емкость всей системы последовательно соединенных конденсаторов рассчитывается из соотношения:

1/C = U/Q = 1/C1 + 1/C2 + 1/C3.

27. Дайте определение вектора электрической поляризации.

Вектор поляризации — векторная физическая величина, равная дипольному моменту единицы объёма вещества, возникающему при его поляризации, количественная характеристика диэлектрической поляризации.
Обозначается буквой P, в СИ измеряется в В/м.

28. Что такое электрическая индукция поля.

Электрическая индукция (электрическое смещение) — векторная величина, равная сумме вектора напряжённости электрического поля и вектора поляризации.

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

29. Сформулируйте теорему Гаусса для электрической индукции в интегральной и дифференциальной формах.

Поток вектора электрического смещения через замкнутую поверхность пропорционален заключённому внутри этой поверхности свободному электрическому заряду:

$$\Phi_D = \oint_S \vec{D} d\vec{S} = Q$$

$$div\,\vec{D} = p$$

30. Запишите граничные условия для вектора индукции электрического поля. Откуда они следуют?

На границе двух сред векторы $\vec{D}$ и $\vec{E}$ удовлетворяют условиям:
$D_{n1} - D_{n2} = б$ *, n - проекция вектора на нормаль к границе раздела двух сред.*
$\vec{n}$ *проводится из второй среды в первую. σ - поверхностная плотность зарядов*
$E_{t1} = E_{t2}$, *t - проекция на любое касательное направление*

31. Материальные уравнения для электрического поля, диэлектрические восприимчивость и проницаемость.

Диэлектрическая восприимчивость (или поляризуемость) вещества — физическая величина, мера способности вещества поляризоваться под действием электрического поля.
Диэлектрическая восприимчивость — коэффициент линейной связи между поляризацией диэлектрика P и внешним электрическим полем E в достаточно малых полях:
$P = \varepsilon_0 \chi E$
произведение $\varepsilon_0 \chi$ *называется в системе СИ абсолютной диэлектрической восприимчивостью.*

32. Взаимная энергия системы точечных зарядов, собственная энергия заряда.

$$W = \sum q_i \varphi_i$$

$$\omega = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}$$

33. Энергия системы непрерывно распределенных зарядов (формула).

$W = \frac{1}{2} \iiint p(x,y,z)\varphi(x,y,z)dv$ *– в объёмном распределении зарядов.*

34. Запишите формулы для энергии электростатического поля и ее объемной плотности.

$\omega = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}$ *– объёмная плотность энергии.*

$$W_e = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S E^2 d^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V$$

35. Чему равны сила и момент сил, действующие на точечный диполь в электрическом поле.

$$\vec{F} = (\overrightarrow{p_e} * \vec{\nabla})\vec{E}$$

a) Диполь перпендикулярен направлению электрического поля:

$$\vec{M} = [\vec{p}, \vec{E}]$$

b) *Диполь сонаправлен с электрическим полем:*

$$\vec{M} = 0$$

c) *Диполь противонаправлен электричесому полю:*

$$\vec{M} = 0$$

Во всех случаях сила равна 0.

36. Дайте определения силы электрического тока и плотности тока. Какова связь между ними.

Силой тока называется физическая величина , равная отношению количества заряда , прошедшего за некоторое время через поперечное сечение проводника, к величине этого промежутка времени:

$$I = \frac{Q}{t}$$

По закону Ома сила тока для участка цепи прямо пропорциональна приложенному напряжению к участку цепи и обратно пропорциональна сопротивлению проводника этого участка цепи:

$$I = \frac{U}{R}$$

Плотность тока — векторная физическая величина, имеющая смысл силы тока, протекающего через единицу площади. Например, при равномерном распределении плотности тока и всюду ортогональности ее плоскости сечения, через которое вычисляется или измеряется ток, величина вектора плотности тока:

$$j = \frac{I}{S}$$

где I - сила тока через поперечное сечение проводника площадью S.
В общем случае:

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S} = \int_S j_n dS$$

где j_n — нормальная (ортогональная) составляющая вектора плотности тока по отношению к элементу площади dS; вектор $\vec{S}$ - специально вводимый вектор элемента площади, ортогональный элементарной площадке и имеющий абсолютную величину, равную ее площади, позволяющий записать подынтегральное выражение как обычное скалярное произведение.

37. Запишите уравнение непрерывности в интегральной и дифференциальной формах.

Представим себе, в некоторой проводящей среде, где течет ток, замкнутую поверхность S. Для замкнутых поверхностей векторы нормалей, а следовательно, и векторы принято брать наружу, поэтому интеграл $\oint_S \vec{j}\, d\vec{S}$ дает заряд, выходящий в единицу времени наружу из объема V, охваченного поверхностью S. Мы знаем, что плотность постоянного электрического тока одинакова по всему поперечному сечению S однородного проводника. Поэтому для постоянного тока в однородном проводнике с поперечным сечением S сила тока:

$$I = jS$$

Из этого и постоянства значения I во всех участках цепи постоянного тока следует, что плотности постоянного тока в различных поперечных сечениях 1 и 2 цепи обратно пропорциональны площадям и этих сечений:

$$\frac{j_2}{j_1} = \frac{S_1}{S_2}$$

Пусть S – замкнутая поверхность, а векторы $d\vec{S}$ всюду проведены по внешним нормалям $\vec{n}$. Тогда поток вектора сквозь эту поверхность S равен электрическому току I, идущему вовне из области, ограниченный замкнутой поверхностью S. Следовательно, согласно закону сохранения электрического заряда, суммарный электрический заряд q, охватываемый поверхностью S, изменяется за время ∂t на$dq = -I\partial t$, тогда в интегральной форме можно записать:

$$\oint_S \vec{j}\, d\vec{S} = -\frac{\partial q}{\partial t}$$

Это соотношение называется уравнением непрерывности. Оно является, по существу, выражением закона сохранения электрического заряда.

Дифференциальная форма записи уравнения непрерывности записывается так:

$$div\vec{j} = -\frac{\partial p}{\partial t}$$

$$\nabla\vec{j} = -\frac{\partial p}{\partial t}$$

(здесь p – плотность заряда).

В случае постоянного тока, распределение зарядов в пространстве должно оставаться неизменным:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = 0$$

следовательно,

$$\oint_S \vec{j}\, d\vec{S} = 0$$

это уравнение непрерывности для постоянного тока (в интегральной форме).

38. Условие стационарности тока. Закон Ома для участка цепи и его дифференциальная форма.

Окружим участок проводника, по которому течет ток с плотностью $\vec{j}$, замкнутой поверхностью S. По определению вектора $\vec{j}$ его поток по этой поверхности равен суммарному току I, вытекающему из замкнутой поверхности S. Заряд не может бесследно исчезнуть или возникнуть в какой-либо области. Поэтому при изменении заряда в некоторой области он должен вытекать или втекать в нее, создавая электрический ток.

Но если заряды в проводнике перераспределяются (в одной области суммарный заряд уменьшается, а в другой - увеличивается), то изменяются и потенциалы этих областей. А изменение потенциалов со временем приводит к изменению электрического поля. Поэтому и ток $\vec{j}$ не будет постоянным. Отсюда следует условие стационарности тока:

$\nabla\vec{j} = 0$ *или* $\oint_S \vec{j}\, d\vec{S} = 0$.

39. Сопротивление и удельное сопротивление проводника. Проводимость и удельная проводимость проводника.

Электрическая проводимость (электропроводность, проводимость) — способность тела проводить электрический ток, а также физическая величина, характеризующая эту способность и обратная электрическому сопротивлению. В СИ единицей измерения электрической проводимости является сименс (называемая также в некоторых странах Мо).

Для отрезка тонкого провода неизменного сечения :

R = l / S (l - длина проводника, а S - площадь его сечения)

Удельной проводимостью (удельной электропроводностью) называют меру способности вещества проводить электрический ток. Согласно закону Ома в линейном изотропном веществе удельная проводимость является коэффициентом пропорциональности между плотностью возникающего тока и величиной электрического поля в среде:

$\vec{J} = \lambda\vec{E}$

где

λ— удельная проводимость, $\vec{J}$ — вектор плотности тока, $\vec{E}$ — вектор напряжённости электрического поля.

Электрическое сопротивление — физическая величина, характеризующая свойства проводника препятствовать прохождению электрического тока и равная отношению напряжения на концах проводника к силе тока, протекающего по нему.
Сопротивление (часто обозначается буквой R или r) считается, в определённых пределах, постоянной величиной для данного проводника; её можно рассчитать как

$$R = \frac{U}{I}$$

где
R — сопротивление;
U — разность электрических потенциалов (напряжение) на концах проводника;
I — сила тока, протекающего между концами проводника под действием разности потенциалов.

Удельное электрическое сопротивление, или просто удельное сопротивление вещества характеризует его способность препятствовать прохождению электрического тока.
p =1 / λ , где p - удельное электрическое сопротивление, λ— удельная проводимость

40. Как рассчитать сопротивление батареи проводников? (формулы, рисунки).
При параллельном соединении резисторов складываются величины, обратно пропорциональные сопротивлению (то есть общая проводимость $\frac{1}{R}$ *складывается из проводимостей каждого резистора* $\frac{1}{R_i}$*)*
При последовательном соединении сопротивления просто складываются.
41. Закон Джоуля-Ленца и его дифференциальная форма.
Мощность тепла, выделяемого в единице объёма среды при протекании электрического тока, пропорциональна произведению плотности электрического тока на величину напряженности электрического поля.

$$dQ = I^2 R dt$$

$$Q = \int I^2\, R dt$$

42. Сформулируйте правила Кирхгофа. Убедите экзаменатора в умении их применять.
<u>1-ое правило Кирхгофа</u>: алгебраическая сумма всех токов, втекающих в любой узел, равна нулю. Если в цепи N узлов, то это правило позволяет записать N - 1 линейно независимое уравнение, поэтому при составлении уравнений один узел (любой) следует исключить.
<u>2-ое правило Кирхгофа</u>: для любого контура сумма падений напряжения на его элементах равна сумме ЭДС, действующих в этом контуре. При составлении уравнений следует выбирать независимые контуры.
<u>Правило знаков</u>: Чтобы избежать возможных ошибок при составлении уравнений цепи, следует соблюдать правила расстановки знаков. Вначале, для каждой ветви, наряду с введением соответствующей переменной, выбирается (произвольно) положительное направление тока ветви, которое больше не изменяется в процессе решения задачи. При составлении уравнений для узлов токи, которые направлены к рассматриваемому узлу, учитываются со знаком плюс, а от узла - со знаком минус. В уравнениях для контуров падение напряжения на элементе учитывается со знаком плюс, если при обходе контура, этот элемент приходится в направлении, совпадающем с ранее выбранным направлением тока ветви. ЭДС источника считается положительной, если источник проходится от минуса к плюсу.
43. Закон сохранения энергии для цепей постоянного тока, содержащих э.д.с.
Закон Ома для полной цепи записывается в виде
(R + r) I = ε.
Умножив обе части этой формулы на Δq = IΔt, мы получим соотношение, выражающее закон сохранения энергии для полной цепи постоянного тока:

$$R\, I^2 \Delta t \; + \; r\, I^2 \Delta t \; = \; I \Delta t \; = \; \Delta A\text{ст.}$$

Первый член в левой части $\Delta Q \;=\; R\, I^2 \Delta t$ *– тепло, выделяющееся на внешнем участке цепи за время Δt, второй член* $\Delta Q\text{ист} \;=\; r\, I^2 \Delta t$ *– тепло, выделяющееся внутри источника за то же время.*

44. Что такое линейный и объемный элементы тока.

Объемный элемент тока:$\vec{j}dv$

, где $j = pv$ *- объемная плотность заряда, являющимся носителем тока,v - единица объема*

Линейный элемент тока:$Id\vec{l}$

, где $d\vec{l}$ *- единичный вектор, направленный по оси элемента тока длиной dl в направлении тока.*

$$\vec{j}dv = \; Id\vec{l}$$

45. Запишите закон взаимодействия элементов тока – закон Ампера.

Сила $d\vec{F}$*, с которой магнитное поле действует на элемент* $d\vec{l}$ *проводника с током,*

находящегося в магнитном поле, прямо пропорциональна силе тока I в проводнике и в екторному произведению элемента длины $d\vec{l}$ *проводника на магнитную индукцию* $\vec{B}$*:*

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

46. Не противоречит ли закон Ампера третьему закону Ньютона.

Проводники в случае стационарного тока всегда замкнутые. Так что надо брать не dF, а $F = \int dF$*. Тогда 3-й закон Ньютона восстанавливается.*

47. Что такое вектор магнитной индукции поля. Запишите закон Био-Савара-Лапласа.

Магни́тная инду́кция $\vec{B}$ *— векторная величина, являющаяся силовой характеристикой магнитного поля (его действия на заряженные частицы) в данной точке пространства.*

Более конкретно, $\vec{B}$ *— это такой вектор, что сила Лоренца* $\vec{F}$*,действующая со стороны магнитного поля на заряд q, движущийся со скоростью* $\vec{v}$*, равна*

$$\vec{F} = q[\vec{v} \times \vec{B}]$$

Закон Био Савара Лапласа:

Пусть постоянный ток течёт по контуру (проводнику) γ, находящемуся в вакууме, r_0*— точка, в которой ищется (наблюдается) поле, тогда индукция магнитного поля в этой точке выражается интегралом*

$$B(r_0) = \int_\gamma \frac{\mu_0 I[dr \times (r_0 - r)]}{4\pi(r_0 - r)^3} = \int_\gamma \frac{\mu_0 I[dr \times e_{r,r_0}]}{4\pi(r_0 - r)^2}$$

где квадратными скобками обозначено векторное произведение, r - положение точек контура , dr - вектор элемента контура, вдоль которого идет проводник (ток течет вдоль него); μ_0*- константа (магнитная постоянная);* e_{r,r_0}*- единичный вектор, направленный от источника к точке наблюдения.*

В принципе контур γ может иметь ветвления, представляя собой сколь угодно сложную сеть. В таком случае под выражением, приведенным выше, следует понимать сумму по всем ветвям, слагаемое же для каждой ветви является интегралом приведенного выше вида (контур интегрирования для каждой ветви может быть при этом незамкнутым).

В случае простого (не ветвящегося) контура (и при выполнении условий магнитостатического приближения, подразумевающих отсутствие накопления зарядов), ток I одинаков на всех участках контура и может быть вынесен за знак интеграла. (Это справедливо отдельно и для каждого неразветвленного участка разветвленной цепи).

Если же взять за точку отсчёта точку, в которой нужно найти вектор магнитной индукции, то формула немного упрощается:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I[\vec{r} \times d\vec{r}]}{4\pi r^3} = \frac{I[\vec{r} \times d\vec{r}]}{10^7 r^3}$$

где $\vec{r}$ - вектор описывающий кривую проводника с током I , r - модуль $\vec{r}$, $d\vec{B}$ - вектор магнитной индукции, создаваемый элементом проводника $d\vec{r}$.

Модуль вектора определяется выражением

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I dl sin\alpha}{4\pi r^2}$$

Векторный потенциал даётся интегралом

$$A(r_0) = \int_\gamma \frac{\mu_0 I(r) dl}{4\pi|r - r_{0|}}$$

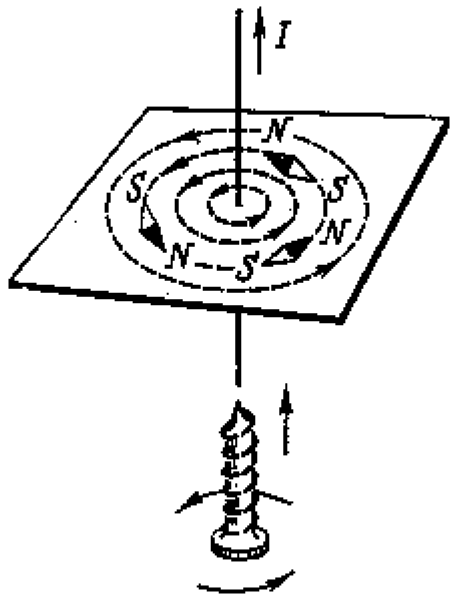
48. Чему равны индукция магнитного поля прямого бесконечного проводя с током.

$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r}$, *где r – расстояние до проводника.*

49. Линии магнитной индукции и их свойства.

Линии магнитной индукции - линии, касательные к которым в данной точке совпадают по направлению с вектором В (направление магнитной индукции) в этой точке. Направление линий магнитной индукции связано с направлением тока в проводнике.

Направление линий магнитной индукции определяется по правилу правой руки (правило буравчика).



Если правовинтовой буравчик ввинчивать по направлению тока, то направление вращ ения рукоятки буравчика будет совпадать с направлением линии магнитной индукции.

Линии магнитной индукции прямого проводника с током представляют концентрические окружности, лежащие в плоскости, перпендикулярной току.

Свойства:

● *имеют направление;*

● *непрерывны;*

● *замкнуты (т.е. магнитное поле является вихревым);*

● *не пересекаются;*

50. Сформулируйте теорему о циркуляции магнитной индукции в интегральной и дифференциальной формах.

Интегральная форма:

Циркуляция магнитного поля постоянных токов по всякому замкнутому контуру пропорциональна сумме сил токов, пронизывающих контур циркуляции.

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{j} d\vec{s}$$

Здесь $\vec{B}$ — вектор магнитной индукции, $\vec{j}$ — плотность тока; интегрирование слева производится по произвольному замкнутому контуру, справа — по произвольной поверхности, натянутой на этот контур.
Дифференциальная форма:

$$rot\vec{B} = \mu_0\vec{j}$$

51. Сформулируйте теорему Гаусса для магнитного поля в интегральной и дифференциальной формах

Поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю

$$\Phi_B = \oint_L \vec{B}d\vec{l} = 0$$

или в дифференциальной форме

$$\nabla B = 0$$

Это эквивалентно тому, что в природе не существует «магнитных зарядов» (монополей), которые создавали бы магнитное поле, как электрические заряды создают электрическое поле. Иными словами, теорема Гаусса для магнитной индукции показывает, что магнитное поле является (полностью) вихревым.

52. Что такое векторный потенциал. Как он связан с магнитной индукцией. Условие нормировки.

Из теоремы Гаусса для векторного поля $\vec{B}$ в дифференциальной форме следует, что поле $\vec{B}$ можно представить в виде ротора вспомогательного векторного поля $\vec{A}$, называемого векторным потенциалом:

$$\vec{B} = rot\vec{A}$$

Для нормировки:

$$divA = 0$$

53. Чему равна индукция магнитного поля плоского витка с током.

$$B(z) \approx \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + Z^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 p_m}{2\pi(R^2 + Z^2)^{3/2}}$$

Здесь R – радиус витка, z – расстояние до плоскости с витком.
Если z = 0, то $B = \mu_0 \frac{I}{2R}$

54. Чему равны сила и момент сил, действующие на элементарный ток в магнитном поле.

55. Сила Лоренца и характер движения заряда в постоянных электрическом и магнитном Полях.

Сила Лоренца — сила, с которой электромагнитное поле согласно классической электродинамике действует на точечную заряженную частицу. Иногда силой Лоренца называют силу, действующую на движущийся со скоростью v заряд q лишь со стороны магнитного поля, нередко же полную силу — со стороны электромагнитного поля, вообще, иначе говоря, со стороны электрического $\vec{E}$ и $\vec{B}$ магнитного полей.

$$\vec{F} = q(\vec{E} + [\vec{v} \times \vec{B}])$$

Использовать только для $\vec{B}$?
Характер движения:
1)Под действием силы Лоренца заряженные частицы движутся в магнитном поле по криволинейным траекториям. Характер движения частицы в магнитном поле зависит от угла между первоначальным направлением скорости движения частицы и направлением линий индукции магнитного поля.
1 а)В однородном магнитном поле, направленном перпендикулярно вектору скорости, под действием силы Лоренца заряженная частица будет равномерно двигаться по окружности постоянного радиуса (называемого также гирорадиусом). Сила Лоренца в этом случае является центростремительной силой:

$\frac{mv}{r^2} = |q|vB$ =>$r = \frac{mv}{|q|B}$

2) При движении заряженной частицы в области пространства, занятой одновременно и электрическим и магнитным полями характер ее движения зависит от направления этих полей и величины сил, действующих с их стороны, а также от скорости частицы.

Векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ взаимно-перпендикулярны и скорость положительно заряженной частицы перпендикулярна силовым линиям этих полей. В этом случае на частицу действуют две силы: электрическая $q\vec{E}$ и магнитная $q\left[\vec{v} \times \vec{B}\right]$, которые могут быть как сонаправлены, так и противоположно направлены. Если силы противоположно направлены и равны по модулю ($qE = qvB$), то частица будет двигаться равномерно и прямолинейно, согласно первому закону Ньютона.

В случае если силы не уравновешивают друг друга, то движение частицы будет сложным: она будет двигаться с ускорением вдоль линии напряженности электрического поля и совершать вращательное движение вокруг линии индукции магнитного поля.

Если силы, действующие на движущуюся заряженную частицу сонаправлены, то движение частицы также будет представлять суперпозицию двух движений: прямолинейного с ускорением вдоль линий вектора $\vec{E}$ и вращательного вокруг линий вектора $\vec{B}$.

56. Сформулируйте закон электромагнитной индукции Фарадея и правило Ленца.

Явление электромагнитной индукции заключается в том, что изменение магнитного потока, пронизывающего замкнутый проводящий контур, порождает в этом контуре эдс индукции.

Закон Фарадея:

Для любого замкнутого контура индуцированная электродвижущая сила (ЭДС) равна скорости изменения магнитного потока, проходящего через этот контур.

$$\varepsilon = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

Правило Ленца определяет направление индукционного тока и гласит:

Индукционный ток всегда имеет такое направление, что он ослабляет действие причины, возбуждающей этот ток.

(поэтому в верхней формуле стоит минус)

57. В чем заключается явление самоиндукции.

Если изменение магнитного потока через замкнутый проводящий контур связано с изменением силы тока в контуре, и , как следствие, с изменением индукции магнитного поля, порождаемого этим током, то говорят о самоиндукции.

Величина ЭДС самоиндукции пропорциональна скорости изменения силы тока I:

$$\varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$$

Коэффициент пропорциональности L называется коэффициентом самоиндукции или индуктивностью контура (катушки).

58. Что характеризует коэффициент самоиндукции (индуктивность).

Индуктивность (или коэффициент самоиндукции) — коэффициент пропорциональности между электрическим током, текущим в каком-либо замкнутом контуре, и магнитным потоком, создаваемым этим током через поверхность, краем которой является этот контур.

$\Phi = LI$

Φ — магнитный поток, I — ток в контуре, L — индуктивность.

Через индуктивность выражается ЭДС самоиндукции в контуре, возникающая при изменении в нём тока:

$$\varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$$

Из этой формулы следует, что индуктивность численно равна ЭДС самоиндукции, возникающей в контуре при изменении силы тока на 1 А за 1 с.
В системе единиц СИ индуктивность измеряется в генри(Гн).

59. Чему равны собственная энергия проводника с током и энергия системы замкнутых токов.
60. Запишите формулы для энергии магнитного поля и ее объемной плотности.
Соленоид(равно как и любой проводящий контур), по которому течет ток, создает магнитное поле с энергией

$$W_M = \frac{\Phi I}{2} = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}$$

L-индуктивность соленоида, I - сила тока, Ф - магнитный поток, пронизывающий соленоид
Объемная плотность энергии магнитного поля в каждой точке пространства

$$w = \frac{BH}{2} = \frac{\mu_0 H^2}{2}$$

B - вектор магнитной индукции, H - вектор напряженности магнитного поля в этой точке.

61. Молекулярные токи и вектор намагниченности.
Микротоками (молекулярными токами) называют токи, обусловленные движением электронов в атомах, молекулах и ионах.
Намагниченность — векторная физическая величина, характеризующая магнитное состояние макроскопического физического тела. Обозначается обычно M или J. Определяется как магнитный момент единицы объёма вещества:

$$M = \frac{m}{V}$$

m – вектор магнитного момента.

$$I_{mic} = \oint_L \vec{M} d\vec{l}$$

62. Дайте определение вектора напряженности магнитного поля.
Напряжённость магнитного поля (стандартное обозначение H) — векторная физическая величина, равная разности вектора магнитной индукции B и вектора намагниченности M(эквивалентно J).

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{M}$$

где μ_0 *— магнитная постоянная.*

63. Сформулируйте теорему о циркуляции вектора напряженности магнитного поля (в интегральной и дифференциальной формах).
В интегральной форме:
Циркуляция вектора напряженности магнитного поля равна сумме токов, охватываемых этим контуром разделить на скорость света.
Интегрирование слева по замнутому контуру, а справа - по натянутой на этот контур поверхности, j - плотность тока, H - вектор напряженности

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{J_f} d\vec{s}$$

В дифференциальной форме:

$$rot\vec{H} = \mu_0 \vec{J_f}$$

где под $\vec{J_f}$ *имеются ввиду т. н. свободные токи, в которых ток намагничения исключен.*

64. Запишите материальные уравнения для магнитного поля. Что характеризуют магнитные восприимчивость и проницаемость вещества.

$$M = \chi_m H$$

Где M – вектор намагниченности, H – напряжённость магнитного поля.

$$B = \mu_0 \mu H = \mu_0(1 + \chi_m)H$$

Где μ - относительная магнитная проницаемость, а χ_m - магнитная восприимчивость.

Магнитная проницаемость — физическая величина, коэффициент (зависящий от свойств среды), характеризующий связь между магнитной индукцией и напряжённостью магнитного поля в веществе. Для разных сред этот коэффициент различен, поэтому говорят о магнитной проницаемости конкретной среды (подразумевая ее состав, состояние, температуру и т. д.).

Магнитная восприимчивость — физическая величина, характеризующая связь между магнитным моментом (намагниченностью) вещества и магнитным полем в этом веществе.

65. Граничные условия для векторов напряженности и индукции магнитного поля.

$$\left(\overrightarrow{H1} - \overrightarrow{H2}\right) \times \overrightarrow{n_{1-2}} = \overrightarrow{J_s}$$

где $\overrightarrow{n_{1-2}}$ — единичный вектор нормали к поверхности, направленный из среды 1 в среду 2 и имеющий размерность, обратную длине, $\overrightarrow{J_s}$ — плотность поверхностных свободных токов вдоль границы (то есть не включая связанных токов намагничивания, складывающихся на границе среды из микроскопических молекулярных и т.п. токов).

$$\left(\overrightarrow{B1} - \overrightarrow{B2}\right) \times \overrightarrow{n_{1-2}} = 0$$

Эти граничные условия показывают непрерывность нормальной компоненты вектора магнитной индукции, тангенциальные компоненты напряжённости магнитного поля непрерывны только при отсутствии поверхностных токов на границе. В таком случае уравнения принимают вид: $B_{n1} = B_{n2}$, $H_{\tau1} = H_{\tau2}$

66. Что такое ток смещения.

В вакууме, а также в любом веществе, в котором можно пренебречь поляризацией либо скоростью её изменения, током смещения J_D (с точностью до универсального постоянного коэффициента) называется поток вектора быстроты изменения электрического поля $\partial\vec{E}/\partial t$ через некоторую поверхность s:

$$J_D = \varepsilon_0 \int_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} * d\vec{S}$$

Ток смещения — величина, прямо пропорциональная быстроте изменения электрической индукции.

Строго говоря, ток смещения не является электрическим током, но измеряется в тех же единицах, что и электрический ток.

В диэлектриках (и во всех веществах, где нельзя пренебречь изменением поляризации) используется следующее определение:

$$J_D = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} * d\vec{S}$$

Соответственно, плотностью тока смещения в вакууме называется величина

$j_D = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

а в диэлектриках — величина

$$j_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

В природе можно выделить два вида токов: ток связанных зарядов и ток проводимости. Ток связанных зарядов — это перемещение средних положений связанных электронов и ядер, составляющих молекулу, относительно центра молекулы.Сумма тока связанных зарядов и быстроты изменения потока электрического поля была названа током смещения в диэлектриках.Ток смещения существует и в проводниках, по которым течёт переменный ток проводимости, однако в данном случае он пренебрежимо мал по сравнению с током проводимости. Максвелл ввёл понятие полного тока, равного сумме токов проводимости и смещения.

Плотность полного тока: $j_{end} = j + j_D$
В диэлектрике: $j_{end} = j_D$

67. Запишите уравнения Максвелла в дифференциальной форме.
   1) $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ *Изменение магнитной индукции порождает вихревое электрическое поле.*
   2) $\nabla \times \vec{H} = -\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ *Электрический ток и изменение электрической индукции порождают вихревое магнитное поле*
   3) $\nabla \vec{D} = p$ *Электрический заряд является источником электрической индукци.*
   4) $\nabla \vec{B} = 0$ *Не существует магнитных зарядов*

p— плотность стороннего электрического заряда

$$\nabla \times \vec{E} = rot\vec{E}$$
$$\nabla \vec{E} = div\vec{E}$$

68. Запишите уравнения Максвелла в интегральной форме.
   1) $\oint_l \vec{E}d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}d\vec{s}$ *Изменение потока магнитной индукции, проходящего через незамкнутую поверхность s, взятое с обратным знаком, пропорционально циркуляции электрического поля на замкнутом контуре l, который является границей поверхности s.*
   2) $\oint_l \vec{H}d\vec{l} = I + \frac{d}{dt}\int_S \vec{D}d\vec{s}$ *Полный электрический ток свободных зарядов и изменение потока электрической индукции через незамкнутую поверхность s, пропорциональны циркуляции магнитного поля на замкнутом контуре l, который является границей поверхности s.*
   3) $\int_S \vec{D}d\vec{s} = Q$ *Поток электрической индукции через замкнутую поверхность s пропорционален величине свободного заряда, находящегося в объёме v, который окружает поверхность s.*
   4) $\int_S \vec{B}d\vec{s} = 0$ *Поток магнитной индукции через замкнутую поверхность равен нулю (магнитные заряды не существуют).*

s — двумерная замкнутая в случае теоремы Гаусса поверхность, ограничивающая объём , и открытая поверхность в случае законов Фарадея и Ампера — Максвелла (её границей является замкнутый контур l).При интегрировании по замкнутой поверхности вектор элемента площади $d\vec{s}$ *направлен из объёма наружу. Ориентация* $d\vec{s}$ *при интегрировании по незамкнутой поверхности определяется направлением правого винта, «вкручивающегося» при повороте в направлении обхода контурного интеграла по* $d\vec{l}$.

69. Сколько решений имеет система уравнений Максвелла. Ответ обоснуйте.

Уравнения Максвелла являются дифференциальными уравнениями в частных производных. Поэтому для их решения необходимо задать начальные и граничные условия. При фиксированных функциях плотности заряда и тока для нестационарных полей получаемое решение единственно. Этот факт формулируется в виде теоремы: Если напряженности электрического и магнитного полей заданы в начальный момент времени t = 0 в каждой точке некоторой области пространства V, и в течение всего времени t >=0 заданы тангенциальные (касательные) составляющие напряженности электрического или магнитного поля на границе этой области S, то существует единственное решение уравнений Максвелла.

Док-во: Пусть электрическая и магнитная индукции связаны с напряжёнными полей при помощи следующих материальных уравнений:

$\vec{D}(\vec{r},t) = \hat{\varepsilon}(\hat{r}) * \vec{E}(\vec{r},t) \quad \vec{B}(\vec{r},t) = \hat{\mu}(\vec{r}) * \vec{H}(\vec{r},t)$

где $\hat{\varepsilon}(\hat{r})$ *и* $\hat{\mu}(\vec{r})$ *- положительно определённые, симметричные, стационарные матрицы. Если при данных начальных и граничных условиях существуют два различных решения, то следующие величины будут отличны от нуля:*

$\vec{e}(\vec{r},t) = \overrightarrow{E2}(\vec{r},t) - \overrightarrow{E1}(\vec{r},t) \qquad \vec{h}(\vec{r},t) = \overrightarrow{H2}(\vec{r},t) - \overrightarrow{H1}(\vec{r},t)$

где индекс указывает номер решения. Так как начальные и граничные условия заданы (одинаковые для обоих возможных решений), то:

$\vec{e}(\vec{r},t) = \vec{h}(\vec{r},t) = 0 \quad [\overrightarrow{e_\tau}(\vec{r},t) \cup \overrightarrow{h_\tau}(\vec{r},t)]|_s = 0$

Первые соотношения соответствуют начальным условиям, в вторые - граничным условиям на поверхности S, где $\vec{e} = \overrightarrow{e_n} + \overrightarrow{e_\tau}$. *(Индекс n - нормальная составляющая к поверхности, а τ - касательная. Аналогично для* $\vec{h}$*) Подстановка функций* $\vec{e}(\vec{r},t)$ *и* $\vec{h}(\vec{r},t)$ *в уравнения Максвелла для роторов приводит к следующим уравнениям:*

$k\nabla \times \vec{e} = -\frac{\partial(\hat{\mu}*\vec{h})}{\partial t} \quad k\nabla \times \vec{h} = -\frac{\partial(\hat{\varepsilon}*\vec{e})}{\partial t}$

где коэффициент k равен C в системе СГС и единице в системе СИ. Если одно из разностных полей $\vec{e}$ *или* $\vec{h}$ *равно нулю, то в силу нулевых начальных условий, соответственно, из первого или второго уравнения следует равенство нулю неопределенного разностного поля, соответственно,* $\vec{h}$ *или* $\vec{e}$*, и единственность в этих частных случаях доказана.*

Предположим, что не равны нулю оба разностных поля. Если первое уравнение умножить на $\vec{h}$*, а второе на* $\vec{e}$*, и вычесть друг из друга, то получится следующее выражение:*

$-2k\nabla * (\vec{e} \times \vec{h}) = \frac{\partial(\vec{h}* \hat{\mu}*\vec{h})}{\partial t} + \frac{\partial(\vec{e}* \hat{\varepsilon}*\vec{e})}{\partial t}$

Это выражение можно проинтегрировать по объёму v, и применить теорему Гаусса:

$-2k\nabla \oint_s [\vec{e} \times \vec{h}]ds = \frac{d}{dt}\int_v (\vec{h} * \hat{\mu} * \vec{h} + \vec{e} * \hat{\varepsilon} * \vec{e})dv$

Тангенциальные (касательные) к поверхности S компоненты векторов $\overrightarrow{e_\tau}$ *или* $\overrightarrow{h_\tau}$ *при любом t >= 0 равны нулю (граничные условия), поэтому равен нулю и интеграл по поверхности. Следовательно:*

$\frac{d}{dt}\int_v (\vec{h} * \hat{\mu} * \vec{h} + \vec{e} * \hat{\varepsilon} * \vec{e})dv = 0$

Полученное соотношение интегрируется по времени. Так как в начальный момент времени t = 0 функции $\vec{e}(\vec{r},t) = \vec{h}(\vec{r},t) = 0$*, то константа интегрирования равна нулю, и при любом t:* $\int_v (\vec{h} * \hat{\mu} * \vec{h} + \vec{e} * \hat{\varepsilon} * \vec{e})dv = 0$

Подынтегральная функция является положительно определённой (всегда больше или равна нулю). Интеграл от такой функции равен нулю только в том случае, когда подынтегральная функция тождественно равна нулю. Следовательно, в любой момент времени внутри объёма $\vec{e}(\vec{r},t) = \vec{h}(\vec{r},t) = 0$. ***Поэтому решения совпадают***.

70. Дайте определение и запишите выражение для вектора Умова-Пойнтинга.

Вектор $\vec{S}$ *называется вектором Пойнтинга (вектором плотности потока электромагнитной энергии) и определяет количество электромагнитной энергии, переносимой через единицу площади в единицу времени.*

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

Если умножить первое уравнение Максвелла в дифференциальной форме скалярно на $\vec{H}$*, а второе на* $-\vec{E}$ *и сложить результаты, можно получить теорему Пойнтинга:*

$$\nabla \vec{S} + \frac{\partial}{\partial t}(w_e + w_h) = -\vec{E}\vec{j}$$

Величины $w_e = \frac{\vec{E}\vec{D}}{2}$ *и* $w_h = \frac{\vec{H}\vec{B}}{2}$ *определяют объёмные плотности энергии, соответственно, электрического и магнитного полей. При отсутствии токов и связанных с ними потерь теорема Пойнтинга является уравнением непрерывности для энергии электромагнитного поля. Проинтегрировав его в этом случае по некоторому замкнутому объёму и воспользовавшись теоремой Остроградского — Гаусса, можно получить закон сохранения энергии для электромагнитного поля:*

$$\oint_S \vec{S}d\vec{s} + \frac{d}{dt}\int_V (w_e + w_h)dv = 0$$

71. Получите волновое уравнение из системы уравнений Максвелла.

Уравнения Максвелла являются дифференциальными уравнениями первого порядка по координатам и времени. Однако в первой паре в каждое уравнение входят обе неизвестные векторные функции $\vec{E}$ *и* $\vec{B}$. *При отсутствии зарядов и токов можно перейти к уравнениям второго порядка, каждое из которых зависит только от одного, электрического или магнитного поля:*

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \nabla \times \vec{B} = \mu\mu_0 \vec{j} + \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Беря ротор от закона Фарадея, и используя закон Ампера-Максвелла, получаем (в системе СИ):

$$\nabla \times \left[\nabla \times \vec{E}\right] = \nabla \times \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = -\frac{\partial\left[\nabla \times \vec{B}\right]}{\partial t} = -\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

С другой стороны, раскрывая двойное векторное произведение, имеем:

$$\nabla \times \left[\nabla \times \vec{E}\right] = \nabla * \left(\nabla * \vec{E}\right) - \Delta\vec{E} = -\Delta\vec{E}$$

так как дивергенция электрического поля в вакууме равна нулю. Приравнивая эти два выражения, получаем волновое уравнение для электрического поля. Аналогично получается волновое уравнение для магнитного поля.

Волновые уравнения:

$$\Delta\vec{E} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \qquad \Delta\vec{B} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

72. Что такое плоская волна.

Плоская волна - волна постоянной частоты, поверхности, до которых дошли колебания (волновые фронты) которой являются бесконечными плоскостями, нормальными к вектору фазовой скорости (скорость перемещения точки, обладающей постоянной фазой колебательного движения в пространстве, вдоль заданного направления).

Плоская волна - волна, у которой направление распространения одинаково во всех точках пространства.

$$\Delta\vec{A}(\vec{r},t) = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \vec{A}(\vec{r},t)}{\partial t^2}$$

$\vec{A}(\vec{r},t)$ – *искомая функция.*

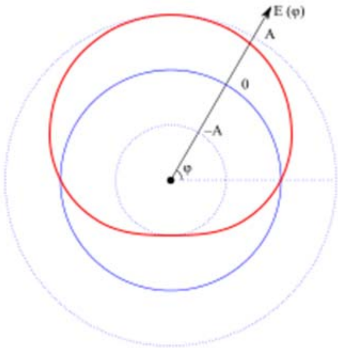
73. Нарисуйте взаимную ориентацию полевых векторов и волнового вектора в плоской волне. Поляризации электромагнитной волны.

Поляризация волн — характеристика поперечных волн, описывающая поведение вектора колеблющейся величины в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны.

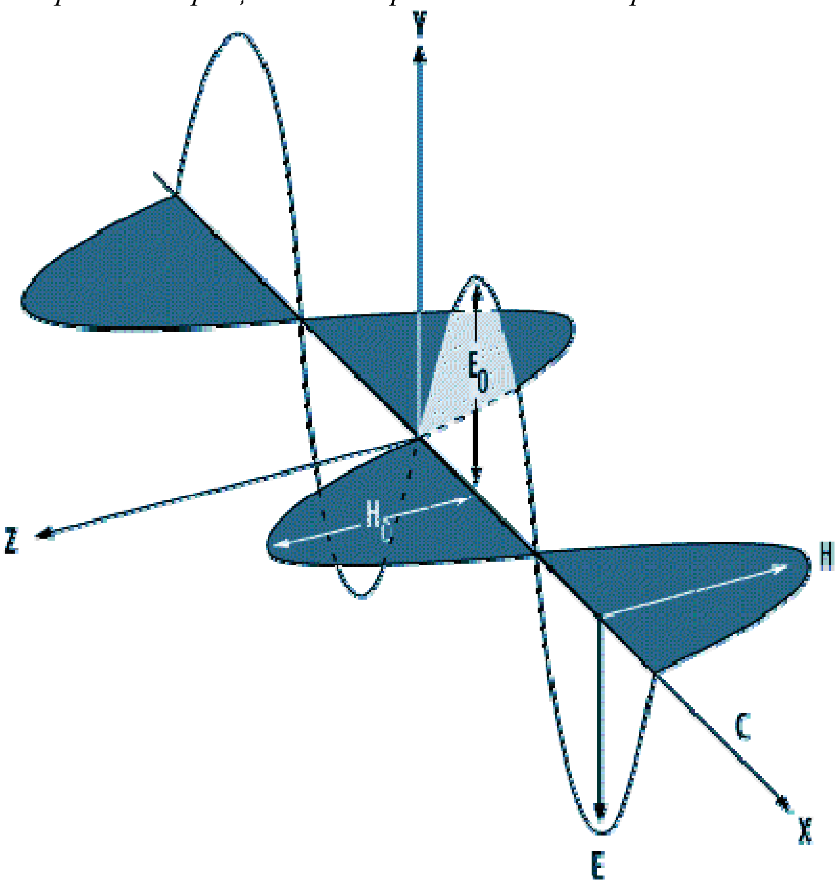
В продольной волне поляризация возникнуть не может, так как направление колебаний в этом типе волн всегда совпадают с направлением распространения.

Поперечная волна характеризуется двумя направлениями: волновым вектором и вектором амплитуды, всегда перпендикулярным к волновому вектору. Так что в трёхмерном пространстве имеется ещё одна степень свободы — вращение вокруг волнового вектора.

Причиной возникновения поляризации волн может быть: несимметричная генерация волн в источнике возмущения; анизотропность среды распространения волн;



преломление и отражение на границе двух сред.
Зависимость мгновенных потенциалов при круговой поляризации
В общем случае для гармонических волн конец волнового вектора описывает в плоскости, поперечной направлению распространения волны, эллипс, и такая поляризация называется эллиптической. Важными частными случаями являются линейная поляризация, при которой колебания возмущения происходят в какой-то одной плоскости, в таком случае говорят о «плоско-поляризованной волне», и круговая или циркулярная поляризация, при которой конец вектора амплитуды описывает окружность в плоскости колебаний, круговая поляризация в зависимости от направления вращения вектора может быть правой или левой.



74. Чему равны плотность потока энергии и плотность потока импульса электромагнитной волны.

Вектор потока энергии, или вектор Пойнтинга для нее имеет вид $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = EH\frac{\vec{v}}{v}$, *так как векторы* $\vec{E}, \vec{H}, \vec{v}$ *образуют правую тройку векторов.*

$\vec{v}$ *- вектор скорости движения волны, v – скорость движения волны.*

Поток энергии, переносимой электромагнитной волной, равен произведению плотности энергии электромагнитного поля на скорость распространения волны : $\vec{S} = w\vec{v}$.

$\vec{S}$ *- это энергия, переносимая через единичную площадку за единицу времени.*

Направление вектора Умова - Пойнтинга $\vec{S}$ *показывает направление переноса энергии волной, а его величина (энергия волны) всегда пропорциональна квадрату амплитуды колебаний.*

Заметим, что амплитуда колебаний в сферической волне уменьшается обратно пропорционально расстоянию r от источника волны.

Импульс единицы объема электромагнитной волны равен

$$\vec{p} = \frac{\vec{S}}{c^2} = \frac{w\vec{c}}{c^2}$$

75. Приведите примеры интерференции электромагнитных волн.

Для наблюдения интерференции электромагнитных волн можно установить рупор передатчика перпендикулярно поверхности металлической пласти-ны и поместить между антенной передатчика и пластиной преемник волн. Приемник регистрирует результат сложения электромагнитных волн, идущих от передатчика и отраженных от пластины. Опыт показывает, что при перемещении приемника по прямой между антенной передатчика и пластиной амплитуда регистрируемых колебаний периодически увеличивается и уменьшается, т. е. обнаруживается интерференция.

76. Излучение электромагнитных волн диполем. Зависимость излучаемой мощности от частоты.

Простейшей системой, излучающей электромагнитные волны, является колеблющийся электрический диполь. Примером такого диполя может служить система, образованная неподвижным зарядом +q и колеблющимся около него точечным зарядом -q.

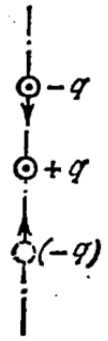


Рис. 109.1.

Дипольный электрический момент этой системы изменяется со временем по закону: $\vec{p} = -q\vec{r} = \overrightarrow{p_m} coswt$

r *- радиус-вектор заряда q,*

l - амплитуда колебаний

Ознакомление с подобной излучающей системой особенно важно в связи с тем, что многие вопросы взаимодействия излучения с веществом могут быть объяснены классически, исходя из представления об атомах как о системах зарядов, в которых содержатся электроны, способные совершать гармонические колебания около положения равновесия.

Рассмотрим излучение диполя, размеры которого малы по сравнению с длиной волны ($l \ll \lambda$*). Такой диполь называется элементарным. В непосредственной* *близости от диполя картина электромагнитного поля очень сложна. Она сильно упрощается в волновой зоне диполя, которая начинается на расстояниях r, значительно превышающих длину волны ($r \gg l$). Если волна распространяется в однородной изотропной среде, то волновой фронт в волновой зоне будет сферическим.*

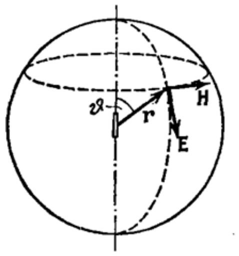


Рис. 109.2.

Векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$в каждой точке взаимно перпендикулярны и перпендикулярны к радиус-вектору, проведенному в данную точку из центра диполя.
Назовем сечения волнового фронта плоскостями, проходящими через ось диполя, меридианами, а плоскостями, перпендикулярными к оси диполя - параллелями.
Тогда, можно сказать, что вектор $\vec{E}$в каждой точке волновой зоны направлен по касательной к меридиану, а вектор $\vec{H}$- по касательной к параллели.
В каждой точке вектора $\vec{E}$и $\vec{H}$колеблются по закону $\cos(wt - kr)$.
Амплитуды $\overrightarrow{E_m}$и $\overrightarrow{H_m}$зависят от расстояния r до излучателя и от угла ϑ между направлением радиус-вектора $\vec{r}$ и осью диполя.
Эта зависимость для вакуума имеет следующий вид$\overrightarrow{E_m} \sim \overrightarrow{H_m} \sim \frac{I}{r} sin\vartheta$
Среднее значение плотности потока энергии <S> пропорционально произведению $\overrightarrow{E_m}$ *и* $\overrightarrow{H_m}$: $< S > \sim \frac{I}{r^2} sin^2\vartheta$
Из этой формулы вытекает, что интенсивность волны изменяется вдоль луча (при ϑ = const) обратно пропорционально квадрату расстояния от излучателя. Кроме того, она зависит от угла ϑ. Сильнее всего излучает диполь в направлениях, перпендикулярных к его оси ($\vartheta = \pi/2$). В направлениях, совпадающих с осью ($\vartheta = 0 \pm \pi$), диполь не излучает.
Мощность излучения диполя P (т.е. энергия, излучаемая по всем направлениям в единицу времени) пропорциональна квадрату второй производной дипольного момента по времени:$P{\sim}p''^2$, $p''^2 = {p_m}^2 w^4 cos^2 wt$.
Отсюда: $P{\sim}{p_m}^2 w^4 cos^2 wt$
Усреднив это выражение по времени, получим$< P > \sim {p_m}^2 w^4$.
Таким образом, средняя мощность излучения диполя пропорциональна квадрату амплитуды электрического момента диполя и четвертой степени частоты. Поэтому, при малой частоте излучение электрических систем (например, линий передачи переменного тока промышленной частоты) бывает незначительным.
А также $\vec{p}'' = -q\ddot{\vec{r}} = -q\vec{a}$, *где a - ускорение колеблющегося заряда.*

77. Дайте определение квазистационарных электромагнитных процессов.
В цепях постоянного тока распределение электрических зарядов на проводниках и токов на участках цепи стационарно, то есть неизменно во времени. Электромагнитное поле в таких цепях состоит из электростатического поля неподвижных зарядов и магнитного поля постоянных токов. Эти поля существуют независимо друг от друга.
Если на каком-то участке цепи происходят изменения силы тока или напряжения, то другие участки цепи могут «почувствовать» эти изменения только через некоторое время, которое по порядку величины равно времени τ распространения электромагнитного возмущения от одной точки цепи к другой. Так как электромагнитные возмущения распространяются с конечной скоростью, равной

скорости света с , то $\tau \approx l/c$ где l – расстояние между наиболее удаленными точками цепи. Если это время τ много меньше длительности процессов, происходящих в цепи, то можно считать, что в каждый момент времени сила тока одинакова во всех последовательно соединенных участках цепи. Процессы такого рода в электрических цепях а также сами цепи, называются квазистационарными.
Из-за огромного значения скорости света время установления в цепи электрического равновесия оказывается весьма малым. Поэтому к квазистационарным можно отнести многие достаточно быстрые в обычном смысле процессы. Например, быстрые колебания в радиотехнических цепях с частотами порядка миллиона колебаний в секунду и даже выше очень часто еще можно рассматривать как квазистационарные.
Простыми примерами квазистационарных процессов могут служить процессы, происходящие в RC- и RL-цепях при подключении и отключении источника постоянного тока.
RC цепь - электрическая цепь, состоящая из конденсатора и резистора.
RL цепь - электрическая цепь, состоящая из катушки индуктивности и резистора.

78. Приведите примеры расчета тока в электрических цепях при переходных процессах (RC- и RL-цепи).
79. Собственные колебания в колебательном контуре.

В идеальном колебательном контуре R =0. Поэтому полная энергия W остается постоянной в течение всего времени колебаний:

$$W = W_e + W_M = \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2}$$

где q и I — мгновенные значения заряда конденсатора и силы тока в контуре.
Производная по времени w'(t)=0 (так как W=const) Следовательно,

$$\left(\frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2}\right)' = \frac{1}{2C}2qq' + \frac{L}{2}2II' = 0 \Rightarrow II' = \frac{-1}{LC}qq'.$$

Но I=q', значит, I'=q''. Поэтому

$$q'q'' = \frac{-1}{LC}qq' \Rightarrow \frac{-1}{LC}q.$$

Обозначим $\frac{1}{LC} = w_0^2$ *, тогда* $q'' = -w_0^2 q$ *или* $q'' + w_0^2 q=0$ *— уравнение свободных электромагнитных колебаний в идеальном колебательном контуре.*
Сравнивая это уравнение с уравнением $x'' + w^2 x = 0$*, описывающим гармонические колебания, можно сделать вывод: свободные электромагнитные колебания в контуре (при R=0) являются гармоническими.*
Решение этого уравнения имеет вид

$$q = q_0 cos w_0 t,$$

где q— начальное (амплитудное) значение заряда, сообщенного конденсатору; w — собственная циклическая частота свободных электромагнитных колебаний в контуре

$$w_0 = \sqrt{1/LC} = 1/\sqrt{LC}.$$

Так как $T = 2\pi w_0$, то $T = 2\pi/\sqrt{LC}$ *— формула Томсона (период свободных электромагнитных колебаний в контуре).*
Продифференцировав по времени выражение для заряда, найдем, что

$$I = q' = -q_0 w_0 sin w_0 t = I_0 cos(w_0 t + \pi/2),$$

где $I_0 = q_0 w_0$ *— амплитудное значение силы тока. Следовательно, сила тока I в колебательном контуре совершает также гармонические колебания с той же частотой w, но по фазе они смещены на π/2 относительно колебаний заряда (рис. 3).*

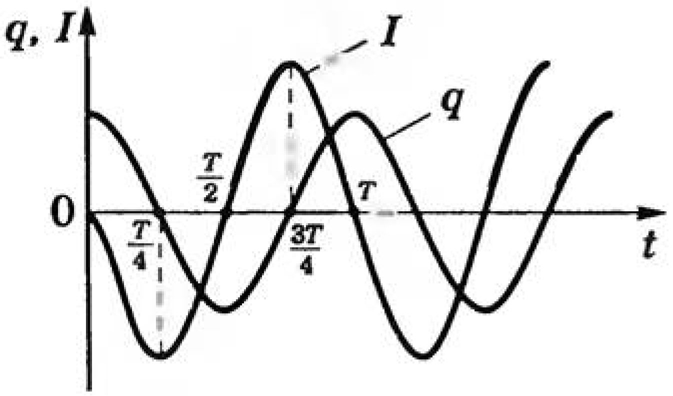


Рис. 3

80. Вынужденные колебания в колебательном контуре под действием гармонической силы. Формулы для амплитуды и фазы.

Незатухающие электромагнитные колебания будут возникать в к.к., содержащем R, L и C в том случае, если в этот контур ввести ЭДС, изменяющуюся по закону синуса или косинуса. В контуре по истечении времени становления вынужденных колебаний возникнут незатухающие электромагнитные колебания, происходящие с частотой вынуждающей силы.

ω – частота вынуждающей силы

Закон изменения тока:

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon_0 w\cos(wt + \varphi + \pi/2)}{LC\sqrt{(w_0^2 - w^2) + 4w_0^2 w^2 cos^2\varphi}}$$

Закон изменения заряда

$$q = \frac{\varepsilon_0}{w\sqrt{(\frac{1}{wC} - wL)^2 + R^2}}$$

Полное сопротивление

$Z = \sqrt{R^2 + (x_l - x_c)^2}$

$x_l = wL$ *- индуктивное сопротивление,* $x_c = 1/wC$ *- емкостное сопротивление.*

$I_0 = q_0 w_0$ *- амплитуда для тока.*

$(w_0 t + \varphi)$ *— фаза колебания в момент времени t.*

81. Опишите и обоснуйте метод комплексных амплитуд (описание, обоснование, пример).

Тригонометрическая форма расчета цепей синусоидального тока применима только для простейших цепей. Для анализа разветвленных цепей необходим аналитический метод, позволяющий упростить расчет и использовать методы, разработанные для цепей постоянного тока. Таким методом является метод комплексных амплитуд или символический метод. Он основан на том, что синусоидальная функция известной частоты полностью характеризуется двумя вещественными числами: амплитудой Um и начальной фазой φ .

Предположим, что напряжение источника в линейной цепи изменяется по закону

$$u(t) = U_m cos(wt + \varphi)$$

Будем использовать косинусную форму гармонической функции. Это упростит дальнейшие выкладки. Представим u(t) в виде полусуммы двух сопряженных комплексных чисел

$$u(t) = U_m cos(wt + \varphi) = u'(t) + u"(t) = \frac{U_m(e^{i(wt+\varphi)} + e^{-i(wt+\varphi)})}{2}$$

Представление гармонической функции в виде суммы комплексных экспонент удобно потому, что определить реакцию цепи на воздействие в форме экспоненты значительно проще, чем при гармоническом воздействии. Действительно, *дифференцирование комплексной экспоненты равносильно умножению ее на iw, а интегрированию e^{iwt} соответствует деление на iw:* $\frac{d}{dt}(e^{iwt}) = iwe^{iwt}$,

$$\int (e^{iwt})dt = \frac{(e^{iwt})}{iw}$$

Поэтому поведение цепи при экспоненциальном воздействии описывается не дифференциальными, а алгебраическими уравнениями.

В соответствии с принципом наложения реакцию цепи представим в виде суммы реакций на действие двух комплексных функций:

$$u'(t) = \frac{U_m e^{i\varphi} e^{iwt}}{2}$$

И

$$u''(t) = \frac{U_m e^{-i\varphi} e^{-iwt}}{2}$$

Очевидно, что составляющие реакции будут отличаться только знаком аргумента. Поэтому достаточно определить реакцию цепи на действие только одной составляющей,

$$u'(t) = \frac{U_m e^{i\varphi} e^{iwt}}{2}$$

Рассмотрим подробнее комплексную функцию

$U_m e^{i\varphi} e^{iwt} = U_m{}' e^{iwt}$

Величину $U'_m = U_m e^{i\varphi}$ *называют комплексной амплитудой. Модуль* U'_m *равен амплитуде синусоидальной функции, а аргумент* φ *– ее начальной фазой.*

Второй множитель в формуле– экспонента имеет модуль, равный единице.

Между синусоидальной функцией и ее символическим изображением в виде комплексной амплитуды существует однозначное соответствие. Если задана гармоническая функция, то с помощью формулы находится ее комплексная амплитуда.

Комплексная амплитуда не зависит от времени и является функцией частоты, так как ее модуль и аргумент (амплитуда и начальная фаза синусоидальной функции) зависят от частоты приложенного сигнала. Поэтому комплексную амплитуду гармонической функции можно рассматривать как преобразование временной функции в частотную область.

Наряду с комплексной амплитудой при расчете цепей синусоидального тока широко используют другую комплексную величину – комплексное действующее значение:

$$U' = \frac{U'_m}{\sqrt{2}} = U e^{i\varphi}$$

Комплексное действующее значение представляет комплексное число, модуль которого равен действующему значению гармонической функции, а аргумент – ее начальной фазе. Величины $U' = \frac{U'_m}{\sqrt{2}}$ *и* $I' = \frac{I'_m}{\sqrt{2}}$ *называют комплексными напряжением и током цепи.*

Использование комплексных амплитуд значительно упрощает расчет цепей синусоидального тока. Это объясняется тем, что дифференцированию гармонической функции соответствует умножение комплексной амплитуды на iw, а интегрированию – деление на iw. Поэтому при переходе к комплексным амплитудам мы получаем систему алгебраических уравнений. Уравнения имеют такую же форму, как и для резистивных цепей, только все токи и напряжения оказываются комплексными. Это позволяет применять для анализа цепей синусоидального тока все методы расчета цепей постоянного тока.

Расчет цепи синусоидального тока символическим методом проводится в следующем порядке. На первом этапе гармонические токи и напряжения заменяют комплексными амплитудами и определяют комплексные сопротивления ветвей цепи. Затем составляют систему уравнений для комплексных амплитуд в соответствии с любым

методом анализа резистивных цепей. Решая полученные уравнения, находят комплексы искомых токов и напряжений.
Итак, при анализе цепей синусоидального тока операции над гармоническими функциями можно заменить операциями над комплексными амплитудами, которые являются символическими изображениями этих функций.
Соответствующий метод получил название метода комплексных амплитуд или символического метода. Метод комплексных амплитуд был разработан американскими электротехниками А. Кеннели и Ч. Штейнметцем

82. Что такое эффективные значения силы тока и напряжения. Запишите формулу для мощности переменного тока.

Эффективным значением силы переменного тока называют величину постоянного тока, действие которого произведёт такую же работу (тепловой или электродинамический эффект), что и рассматриваемый переменный ток за время одного периода. Математическое определение этой величины — среднеквадратичное значение силы переменного тока.
Иначе говоря, действующее значение тока можно определить по формуле:
$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt}$
Для гармонических колебаний тока
$$I = \frac{1}{\sqrt{2}} * I_m \approx 0{,}707 * I_m$$
Эффективное напряжение:
$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)dt}$$
Для синусоидального напряжения справедливо равенство:
$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} * U_m \approx 0{,}707 * U_m$$
Среднее за период T значение мощности:
$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt$$
В цепях однофазного синусоидального тока
*P = U * I * cosφ, где U и I — среднеквадратичные значения напряжения и тока, φ — угол сдвига фаз между ними. Мощность может быть также выражена через силу тока, напряжение и активную составляющую сопротивления цепи r или её проводимость g по формуле* $P = I^2 * r = U^2 * g$

83. В чем заключается скин-эффект. Чему равна толщина скин-слоя в простейших случаях. Зависимость толщины скин-слоя от частоты.

Скин-эффект (поверхностный эффект) — эффект уменьшения амплитуды электромагнитных волн по мере их проникновения вглубь проводящей среды. В результате этого эффекта, например, переменный ток высокой частоты при протекании по проводнику распределяется не равномерно по сечению, а преимущественно в поверхностном слое.
Объёмная плотность тока максимальна у поверхности проводника. При удалении от поверхности она убывает и на глубине Δ становится меньше в е раз. Поэтому практически весь ток сосредоточен в слое толщиной Δ. Она называется толщиной скин-слоя и на основании полученного выше равна
$\Delta = \sqrt{\frac{2}{\gamma\mu\omega}}.$

84. Система уравнений Максвелла и преобразования Галилея.

Преобразования Галлилея:
$$x' = x + vt, y' = y, z' = z, t' = t$$
Однако при применении этих преобразовании к уравнениям Максвелла получается нарушение постулата теории относительности о неизменности скорости света.

Значит преобразования Галлилея верны не всегда.

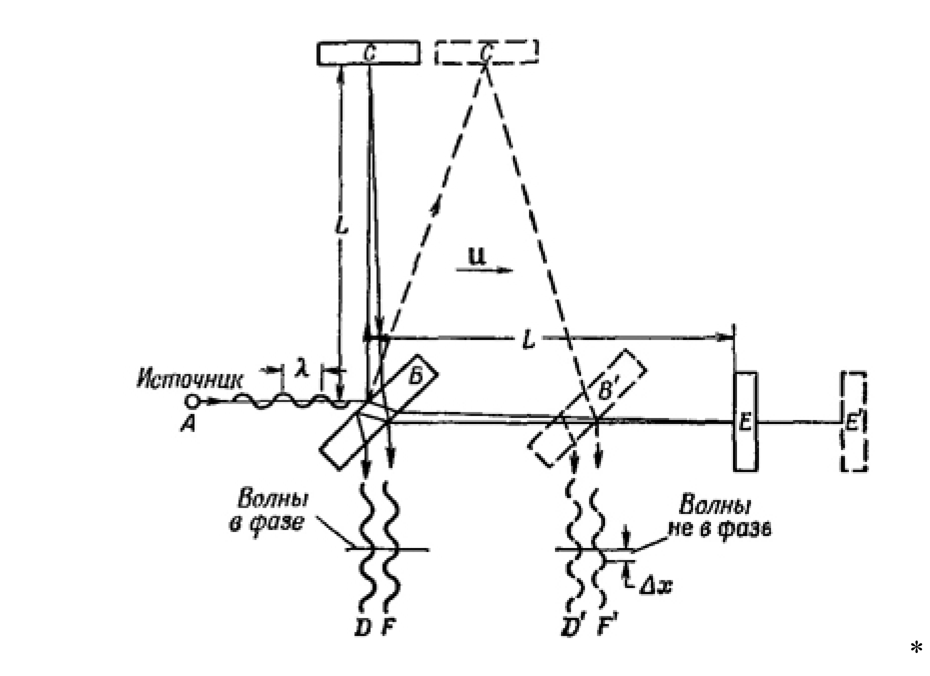
85. Постулаты теории относительности. Эксперимент Майкельсона-Морли.

Постулаты теории относительности:

1. Все инерциальные системы отсчёта эквивалентны для физических процессов.

2. Скорость света не зависит от скорости системы отсчёта.

Для опыта Майкельсона — Морли использовался прибор, схема которого показана на рис. Главные части прибора: источник света А, посеребренная полупрозрачная стеклянная пластинка В, два зеркала С и Е. Все это жестко укрепляется на тяжелой плите. Зеркала С и Е размещены были на одинаковом расстоянии L от пластинки В. Пластинка В расщепляет падающий пучок света на два, перпендикулярных один к другому; они направляются на зеркала и отражаются обратно на пластинку В. Пройдя снова сквозь пластинку В, оба пучка накладываются друг на друга (D и F). Если время прохождения света от В до Е и обратно равно времени прохождения от В до С и обратно, то возникающие пучки D и F окажутся в фазе и усилятся взаимно; если же эти времена хоть немного отличаются, то в пучках возникает сдвиг по фазе и, как следствие,— интерференция. Если прибор в эфире «покоится», то времена в точности равны, а если он движется направо со скоростью u, то появится разница во времени. Давайте посмотрим, почему.



Сначала подсчитаем время прохождения света от В к Е и обратно. Пусть время «туда» равно t_1, а время «обратно» равно t_2. Но пока свет движется от В до зеркала, сам прибор уйдет на расстояние ut_1, так что свету придется пройти путь $L + ut_1$ со скоростью с. Этот путь можно поэтому обозначить и как ct_1, следовательно,

$$ct_1 = L + ut_1, \text{или}\ t_1 = l/(c - u)$$

(этот результат становится очевидным, если учесть, что скорость света по отношению к прибору есть с — u; тогда как раз время равно длине L, деленной на с — u). Точно так же можно рассчитать и t_2. За это время пластинка В приблизится на расстояние ut_2, так что свету на обратном пути придется пройти только L — ut_2. Тогда $ct_2 = L - ut_2, \text{или}\ t_2 = l/(c + u)$

Общее же время равно

$$t_1 + t_2 = 2Lc/(c^2 - u^2);$$

удобнее это записать в виде

$$t_1 + t_2 = \frac{2L/c}{1 - u^2/c^2}$$

86. Преобразования Лоренца.

Если ИСО K' движется относительно ИСО K с постоянной скоростью v вдоль оси x, а начала пространственных координат совпадают в начальный момент времени в обеих системах, то преобразования Лоренца (прямые) имеют вид:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$
$$t' = \frac{t - \left(\frac{v}{c^2}\right)x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

где c — скорость света, величины со штрихами измерены в системе K', без штрихов — в K.

87. Сокращение масштабов при движении.

Пусть в системе отсчета K' покоится стержень, и координаты его начала и конца равны x_2', x'_1 . Для определения длины стержня в системе K фиксируются координаты этих же точек в один и тот же момент времени системы K. Пусть $l_0 = x_2' - x'_1$ — собственная длина стержня в K', а $l = x_2 - x_1$ — длина стержня в K. Тогда из преобразований Лоренца следует:

$$l_0 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Или

$$l = l_0\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Таким образом, длина движущегося стержня, измеренная «неподвижными» наблюдателями, оказывается меньше, чем собственная длина стержня.

88. Релятивистская инвариантность. Интервал.

Интервал между событиями.

Преобразования Лоренца и следствия из них приводят к выводу об относительности длин и промежутков времени, значение которых в различных системах отсчета разносится. В то же время относительный характер длин и промежутков времени в теории Эйнштейна означает относительность отдельных компонентов какой-то реальной физической величины, не зависящей от системы отсчета, т. е. являющейся инвариантной по отношению к преобразованиям координат. В четырехмерном пространстве Эйнштейна, в котором каждое событие характеризуется четырьмя координатами (x, y, z, t), такой физической величиной является интервал между двумя событиями:

$$s_{12} = \sqrt{c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2}$$

где $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = l_{12}$ *— расстояние между точками трехмерного пространства, в которых эти события произошли. Введя обозначение* $t_{12} = t_2 - t_1$, *получим* $s_{12} = \sqrt{c^2t_{12}^2 - l_{12}^2}$

Покажем, что интервал между двумя событиями одинаков во всех инерциальных системах отсчета. Обозначив $Dt = t_2 - t_1$, $Dx = x_2 - x_1$, $Dy = y_2 - y_1$ *и* $Dz = z_2 - z_1$, *выражение можно записать в виде*

$$s_{12}^2 = c^2(Dt)^2 - (Dx)^2 - (Dy)^2 - (Dz)^2$$

Интервал между теми же событиями в системе K' равен

$$(s_{12}^2)' = c^2(Dt')^2 - (Dx')^2 - (Dy')^2 - (Dz')^2$$

Согласно преобразованиям Лоренца,

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$
$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \left(\frac{v}{c^2}\right)x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Подставив эти значения, после элементарных преобразований получим, что т. е.

$$(s_{12}^2)' = s_{12}^2$$

Обобщая полученные результаты, можно сделать вывод, что интервал, определяя пространственно-временные соотношения между событиями, является инвариантом при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой. Инвариантность интервала означает, что, несмотря на относительность длин и промежутков времени, течение событий носит объективный характер и не зависит от системы отсчета.

89. Инвариантная запись уравнений электродинамики.

$$F_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & E_x/c & E_y/c & E_z/c \\ -E_x/c & 0 & -B_z & B_y \\ -E_y/c & B_z & 0 & -B_x \\ -E_z/c & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}.$$

$F_{\alpha\beta} = (\vec{E}, \vec{B})$ *– вычисление координат вектора* $F_{\alpha\beta}$*(разложение по 4-чкоординатной системе)*

$F^{\alpha\beta} = (\vec{B}, -\vec{E})$ *- аналогично*

$$F_{\alpha\beta} * F^{\alpha\beta} = inv$$

$\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} F_{\alpha\beta} * F_{\gamma\delta} = inv$ *– псевдоскаляр(изменяет свой знак при инверсии координатных осей).*

$$\epsilon_{abcd} = -\epsilon^{abcd} = \begin{cases} +1 & \text{if } \{abcd\} \text{ is an even permutation of } \{0123\}, \\ -1 & \text{if } \{abcd\} \text{ is an odd permutation of } \{0123\}, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

90. Эффект Доплера.

Эффект Доплера — изменение частоты и длины волн, регистрируемых приёмником, вызванное движением их источника и/или движением приёмника.

Релятивистский эффект Доплера

В случае распространения электромагнитных волн в вакууме, формулу для частоты выводят из уравнений специальной теории относительности. Так как для распространения электромагнитных волн не требуется материальная среда, можно рассматривать только относительную скорость источника и наблюдателя.

$$w = w_0 * \frac{\sqrt{1 - {v^2}/{c^2}}}{1 + {v}/{c} + cos\varphi}$$

где w_0 *— частота, с которой источник испускает волны,* w *— частота, регистрируемая неподвижным приёмником, с — скорость света, v — скорость источника относительно приёмника (наблюдателя), φ — угол между направлением на источник и вектором скорости в системе отсчёта приёмника. Если источник радиально удаляется от наблюдателя, то φ = 0 , если приближается — φ = π.*