

Первые вопросы по курсу “Дифференциальные уравнения”

1. Понятие дифференциального уравнения. Математические модели, описываемые обыкновенными дифференциальными уравнениями.
2. Постановка задачи с начальными данными (задача Коши). Понятие корректной постановки задачи. Лемма Гронуолла–Беллмана.
3. Теорема существования решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной.
4. Общий интеграл уравнения I-го порядка. ОДУ в симметричном виде. Уравнения в полных дифференциалах, теорема о необходимом и достаточном условии их существования.
5. Интегрирующий множитель, теорема о его существовании. Частные случаи нахождения интегрирующего множителя.
6. Дифференциальное уравнение I-порядка, неразрешенное относительно производной. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
7. Особые решения уравнения I-го порядка, неразрешенного относительно производной. Необходимое условие, примеры.
8. Нормальные системы ДУ. Теорема единственности решения задачи Коши для нормальной системы и уравнения n -го порядка.
9. Непрерывность решений дифференциальных уравнений по начальным данным и параметрам. Регулярно возмущенные системы дифференциальных уравнений. Понятие о сингулярном возмущении.
10. Линейное дифференциальное уравнение n -го порядка и его свойства. Сведение к нормальной системе первого порядка. Существование решения.
11. Линейное дифференциальное уравнение 2-го порядка. Понижение порядка уравнения. Уравнение Риккати. Линейные уравнения в частных производных первого порядка.
12. Линейная зависимость и независимость вектор-функции. Определитель Вронского. Примеры.
13. Общая теория однородных линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений.
14. Фундаментальная система решений и общее решение для линейной системы дифференциальных уравнений.
15. Решение неоднородной системы дифференциальных уравнений. Метод вариации постоянных.
16. Построение Ф.С.Р. для системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами.
17. Построение дифференциального уравнения n -ого порядка. Формула Остроградского-Лиувилля.
18. Линейное уравнение с постоянными коэффициентами. Исследование уравнения 2-го порядка. Формула Остроградского-Лиувилля.

Вторые вопросы по курсу “Дифференциальные уравнения”

1. Основные понятия теории устойчивости. Устойчивость решения линейной системы
2. Исследование устойчивости решения системы по первому приближению.
3. Исследование траектории в окрестности точки покоя.
4. Постановка краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.
5. Формулы Лагранжа и Грина.
6. Построение решения краевой задачи с помощью функции Грина, если однородная задача имеет только тривиальное решение.
7. Постановка краевой задачи при существовании решения однородной задачи.
8. Построение решения краевой задачи с помощью обобщенной функции Грина, если однородная задача имеет решение.
9. Задача Штурма-Лиувилля и ее свойства.
10. Редукция задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению.
11. Решение неоднородного интегрального уравнения с симметричным ядром. Теорема Стеклова.
12. Поведение решения задачи Штурма-Лиувилля при $x = 0$, если $p(x = 0) = 0$.
13. Построение решения дифференциального уравнения в виде степенных рядов. Уравнение Бесселя.
14. Линейные уравнения в частных производных первого порядка.
15. Квазилинейные уравнения для частных производных первого порядка.
16. Понятие функционала и вариации. Постановка вариационной задачи. Необходимое условие экстремума.
17. Основная лемма вариационного исчисления. Уравнения Эйлера.
18. Функционалы, содержащие производные порядка выше первого.
19. Функционалы от нескольких функций. Необходимые условия экстремума.
20. Вариационные задачи на условный экстремум. Метод неопределенных множителей Лагранжа.
21. Задачи на условный экстремум при неголономных связях.
22. Изопериметрические вариационные задачи.
23. Многомерные вариационные задачи.