

# Теоретический минимум по предмету Конструирование Компиляторов (2009 г.)

## Определение грамматик типа 0 по Хомскому

Если на грамматику  $G = (N, T, P, S)$  не накладываются никакие ограничения, то её называют грамматикой типа 0, или грамматикой без ограничений.

## Определение грамматик типа 1 (неукорачивающих) по Хомскому

Если

1. Каждое правило грамматики, кроме  $S \rightarrow \epsilon$ , имеет вид  $\alpha \rightarrow \beta$ ,  $|\alpha| \leq |\beta|$
2. В том случае, когда  $S \rightarrow \epsilon \in P$ , символ  $S$  не встречается в правых частях правил

то грамматику называют грамматикой типа 1, или неукорачивающей.

## Определение детерминированной машины Тьюринга

Детерминированная машина Тьюринга —  $T_m = (Q, \Gamma, \Sigma, D, q_0, F)$

1.  $Q$  — конечное множество состояний
2.  $\Gamma$  — конечное множество символов (конечный алфавит)
3.  $\Sigma$  — входной алфавит
4.  $D$  — правила перехода
5.  $D: (Q \setminus F) \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$
6.  $q_0 \in Q$  — начальное состояние
7.  $F \subseteq Q$  — множество конечных состояний

## Определение недетерминированной машины Тьюринга

Недетерминированная машина Тьюринга —  $T_m = (Q, \Gamma, \Sigma, D, q_0, F)$

1.  $Q$  — конечное множество состояний
2.  $\Gamma$  — конечное множество символов (конечный алфавит)
3.  $\Sigma$  — входной алфавит
4.  $D$  — правила перехода
5.  $D: (Q \setminus F) \times \Gamma \rightarrow 2^{Q \times \Gamma \times \{L, R\}}$
6.  $q_0 \in Q$  — начальное состояние
7.  $F \subseteq Q$  — множество конечных состояний

## Определение конфигурации машины Тьюринга

Конфигурацией машины Тьюринга называется тройка  $(q, w, i)$ , где

1.  $q \in Q$  — состояние машины Тьюринга
2.  $w \in \Gamma^*$  — вход, помещаемый на ленту машины Тьюринга,  $w = a_1 \dots a_n$
3.  $i \in \mathbb{Z}$  — положение головки машины Тьюринга

## Определение языка, допускаемого машиной Тьюринга

Язык, допускаемый машиной Тьюринга — множество таких слов  $w$ , что, машина Тьюринга, находясь в состоянии  $(q_0, w, 1)$  может достигнуть через конечное число переходов состояния  $q \in F$ .

## Соотношение между языками, порождаемыми грамматиками типа 0 и языками, допускаемыми машинами Тьюринга

Класс языков, допускаемых машиной Тьюринга, эквивалентен классу языков, порождаемых грамматиками типа 0.

## Объяснить разницу между недетерминированной и детерминированной машиной Тьюринга

Детерминированная машина Тьюринга из данного состояния по данному символу может сделать не более одного перехода, недетерминированная же таким свойством не обладает.

## Определение регулярного множества

Регулярное множество в алфавите  $T$  определяется следующим образом:

1.  $\{\}$  (пустое множество) — регулярное множество в алфавите  $T$
2.  $\{a\}$  — регулярное множество в алфавите  $T$  для каждого  $a \in T$
3.  $\{\epsilon\}$  — регулярное множество в алфавите  $T$
4. Если  $P$  и  $Q$  — регулярные множества в алфавите  $T$ , то таковы же и множества
5.  $P \cup Q$  (объединение)
6.  $PQ$  (конкатенация, то есть множество таких  $pq$ , что  $p \in P, q \in Q$ )
7.  $P^*$  (итерация:  $P^* = \{\epsilon\} \cup P \cup PP \cup PPP \cup \dots$ )
8. Ничто другое не является регулярным множеством в алфавите  $T$

## Определение регулярного выражения

Регулярное выражение — форма записи регулярного множества.

Регулярное выражение и обозначаемое им регулярное множество определяются следующим образом:

1.  $\emptyset$  — обозначает множество  $\{\}$
2.  $\epsilon$  — обозначает множество  $\{\epsilon\}$
3.  $a$  — обозначает множество  $\{a\}$
4. Если  $P$  и  $Q$  обозначают множества  $P$  и  $Q$  соответственно, то:
5.  $(p|q)$  обозначает  $P \cup Q$
6.  $pq$  обозначает  $PQ$
7.  $(p^*)$  обозначает  $P^*$
8. Ничто другое не является регулярным выражением в данном алфавите

## Определение праволинейной грамматики

Праволинейная грамматика или грамматика типа 3 по Хомскому — грамматика вида

1.  $A \rightarrow w$
2.  $A \rightarrow wB$
3.  $w \in T^*$

## Определение недетерминированного конечного автомата

Недетерминированный конечный автомат -  $M = (Q, \Sigma, D, q_0, F)$

1.  $Q$  — конечное непустое множество состояний
2.  $\Sigma$  — входной алфавит
3.  $D$  — правила перехода
4.  $Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^Q$
5.  $q_0 \in Q$  — начальное состояние
6.  $F \subseteq Q$  — множество конечных состояний

## Определение детерминированного конечного автомата

Детерминированный конечный автомат -  $M = (Q, \Sigma, D, q_0, F)$

1.  $Q$  — конечное непустое множество состояний
2.  $\Sigma$  — конечный входной алфавит
3.  $D$  — правила перехода
  - a.  $Q \times \Sigma \rightarrow Q$
4.  $q_0 \in Q$  — начальное состояние
5.  $F \subseteq Q$  — множество конечных состояний

## Объяснить разницу между недетерминированным и детерминированным конечным автоматом

Детерминированный конечный автомат является частным случаем недетерминированного конечного автомата. ДКА на каждом такте работы имеет возможность перейти не более чем в одно состояние и не может делать переходы по  $\epsilon$ .

## Определение конфигурации конечного автомата

Пусть  $M = (Q, T, D, q_0, F)$  — НКА. Конфигурацией автомата  $M$  называется пара  $(q, \omega) \in Q \times T^*$ , где  $q$  — текущее состояние управляющего устройства, а  $\omega$  — цепочка символов на входной ленте, состоящая из символов под головкой и всех символов справа от неё.

## Определение языка, допускаемого конечным автоматом

Автомат  $M$  допускает цепочку  $\omega$ , если  $(q_0, \omega) \vdash^* (q, \epsilon)$  для некоторого  $q \in F$ . Языком, допускаемым автоматом  $M$ , называется множество входных цепочек, допускаемых автоматом  $M$ .

То есть:

- $L(M) = \{\omega \mid \omega \in T^* \text{ и } (q_0, \omega) \vdash^* (q, \epsilon) \text{ для некоторого } q \in F\}$

## Определение $\epsilon$ -замыкания для подмножества состояний НКА

$\epsilon$ -замыкание множества состояний  $R$ ,  $R \subseteq Q$  — множество состояний НКА, достижимых из состояний, входящих в  $R$ , посредством только переходов по  $\epsilon$ , то есть множество

- $S = \bigcup_{q \in R} \{p \mid (q, \epsilon) \vdash^* (p, \epsilon)\}$

## Определение расширенной функции переходов для ДКА

Расширенная функция переходов множества состояний  $R$ ,  $R \subseteq Q$  по  $a$  — множество состояний ДКА, в которые есть переход на входе  $a$  для состояний из  $R$ , то есть множество

- $S = \bigcup_{q \in R} \{p \mid p \in D(q, a)\}$

## Определение расширенной функции переходов для НКА

Расширенная функция переходов множества состояний  $R$ ,  $R \subseteq Q$  по  $a$  — множество состояний НКА, в которые есть переход на входе  $a$  для состояний из  $R$ , то есть множество

- $S = \bigcup_{q \in R} \{p \mid p \in D(q, a)\}$

## Определение функции firstpos для поддерев в дереве регулярного выражения

Функция  $\text{firstpos}(n)$  для каждого узла  $n$  узла синтаксического дерева регулярных выражений даёт множество позиций, которые соответствуют первым символам в цепочках, генерируемых подвыражением с вершиной  $n$ .  
Построение:

узел $n$	$\text{firstpos}(n)$
$\epsilon$	$\emptyset$
$i \neq \epsilon$	$\{i\}$
$u   v$	$\text{firstpos}(u) \cup \text{firstpos}(v)$
$u . v$	if nullable( $u$ ) then $\text{firstpos}(u) \cup \text{firstpos}(v)$ else $\text{firstpos}(u)$
$v^*$	$\text{firstpos}(v)$

## Определение функции lastpos для поддерев в дереве регулярного выражения

Функция  $\text{lastpos}(n)$  для каждого узла  $n$  узла синтаксического дерева регулярных выражений даёт множество позиций, которым соответствуют последние символы в цепочках, генерируемых подвыражениями с вершиной  $n$ . Построение  $\text{lastpos}(n)$ :

узел $n$	$\text{lastpos}(n)$
$\epsilon$	$\emptyset$
$i \neq \epsilon$	$\{i\}$
$u   v$	$\text{lastpos}(u) \cup \text{lastpos}(v)$
$u . v$	if nullable( $v$ ) then $\text{lastpos}(u) \cup \text{lastpos}(v)$ else $\text{lastpos}(v)$
$v^*$	$\text{lastpos}(v)$

## Определение функции followpos для позиций в дереве регулярного выражения

Функция  $\text{followpos}(i)$  для позиции  $i$  есть множество позиций  $j$  таких, что существует некоторая строка  $\dots cd\dots$ , входящая в язык, описываемый регулярным выражением, такая, что позиция  $i$  соответствует вхождению  $c$ , а позиция  $j$  — вхождению  $d$ .

## Сформулировать соотношение между регулярными множествами и языками, допускаемыми КА

Для всякого регулярного множества имеется конечный автомат, допускающий в точности это регулярное множество, и наоборот – язык, допускаемый конечным автоматом, есть регулярное множество.

## Определение регулярной грамматики

правая регулярная грамматика – все правила могут быть в одной из следующих форм:

1.  $A \rightarrow a$
2.  $A \rightarrow aB$
3.  $A \rightarrow \epsilon$

левая регулярная грамматика – все правила могут быть в одной из следующих форм:

4.  $A \rightarrow a$
5.  $A \rightarrow Ba$
6.  $A \rightarrow \epsilon$

## Сформулировать соотношение между языками, порождаемыми праволинейными грамматиками и языками, допускаемыми КА

Для любой праволинейной грамматики существует конечный автомат, проверяющий порождаемый грамматикой язык. Для любого конечного автомата существует праволинейная грамматика, порождающая проверяемый конечным автоматом язык.

## Определение эквивалентных состояний ДКА

Состояния  $p$  и  $q$  полного детерминированного конечного автомата  $M = (Q, \Sigma, D, q_0, F)$  называются эквивалентными, если не существует слова  $w$ , которое их различает.

## Определение различных состояний ДКА

Состояния  $p$  и  $q$  полного детерминированного конечного автомата  $M = (Q, \Sigma, D, q_0, F)$  называются различными, если существует слово  $w$ , которое их различает.

Говорят, что слово  $w$  различает состояния  $p$  и  $q$  полного детерминированного конечного автомата, если одно из состояний  $\Delta w(p)$ ,  $\Delta w(q)$  заключительное, а другое не является заключительным.

## Определение контекстно-свободной грамматики без $\epsilon$ -правил

1.  $A \rightarrow \alpha, \alpha \in (N \cup T)^+$
2. допускается  $S \rightarrow \epsilon$ , если  $S$  не входит ни в какую правую часть

## Определение контекстно-свободной грамматики

- $A \rightarrow \alpha, A \in N, \alpha \in (N \cup T)^*$

## Определение вывода в КС-грамматике

Определим на множестве  $(N \cup T)^*$  грамматики  $G = (N, T, P, S)$  бинарное отношение выводимости « $\Rightarrow$ » следующим образом: если  $\delta \rightarrow \gamma \in P$ , то  $\alpha\delta\beta \Rightarrow \alpha\gamma\beta$  для всех  $\alpha, \beta \in (N \cup T)^*$ . Если  $\alpha_1 \Rightarrow \alpha_2$ , то  $\alpha_2$  непосредственно выводима из  $\alpha_1$ .

Если  $\alpha \Rightarrow^k \beta$  ( $k \geq 0$ ), то существует последовательность шагов  $\gamma_0 \Rightarrow \gamma_1 \Rightarrow \gamma_2 \Rightarrow \dots \Rightarrow \gamma_{k-1} \Rightarrow \gamma_k$ , где  $\alpha = \gamma_0$  и  $\beta = \gamma_k$ . Последовательность цепочек  $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-1}, \gamma_k$  в этом случае называется выводом  $\beta$  из  $\alpha$ .

## Определение языка, порождаемого КС-грамматикой

Языком, порождаемым грамматикой  $G = (N, T, P, S)$  называется множество всех цепочек терминалов, выводимых из аксиомы, то есть:

- $L(G) = \{w \mid w \in T^*, S \Rightarrow^+ w\}$

## Определение сентенциальной формы

Сентенциальная форма — последовательность символов (терминалов и нетерминалов), выводимых из аксиомы.

## Определение однозначной КС-грамматики

КС грамматика называется однозначной или детерминированной, если всякая выводимая терминальная цепочка имеет только одно дерево вывода (соответственно только один левый и только один правый вывод).

## Определение неоднозначной КС-грамматики

КС-грамматика  $G$  называется неоднозначной, если существует хотя бы одна цепочка  $\alpha \in L(G)$ , для которой может быть построено два или более различных деревьев вывода.

## Определение недетерминированного МП автомата

Недетерминированный автомат с магазинной памятью (МП-автомат) — семёрка  $M = (Q, T, \Gamma, D, q_0, Z_0, F)$ , где

1.  $Q$  — конечное множество состояний, представляющее всевозможные состояния управляющего устройства
2.  $T$  — конечный входной алфавит
3.  $\Gamma$  — конечный алфавит магазинных символов
4.  $D$  — отображение множества  $Q \times (T \cup \{\epsilon\}) \times \Gamma$  в множество всех конечных подмножеств  $Q \times \Gamma^*$ , называемое функцией переходов
5.  $q_0 \in Q$  — начальное состояние управляющего устройства
6.  $Z_0 \in \Gamma$  — символ, находящийся в магазине в начальный момент (начальный символ магазина)
7.  $F \subseteq Q$  — множество заключительных состояний

## Определение детерминированного МП автомата

Детерминированный автомат с магазинной памятью (МП-автомат) — семёрка  $M = (Q, T, \Gamma, D, q_0, Z_0, F)$ , где

1.  $Q$  — конечное множество состояний, представляющее всевозможные состояния управляющего устройства
2.  $T$  — конечный входной алфавит
3.  $\Gamma$  — конечный алфавит магазинных символов
4.  $D$  — отображение множества  $Q \times (T \cup \{\epsilon\}) \times \Gamma$  в множество всех конечных подмножеств  $Q \times \Gamma^*$ , называемое функцией переходов
5.  $q_0 \in Q$  — начальное состояние управляющего устройства
6.  $Z_0 \in \Gamma$  — символ, находящийся в магазине в начальный момент (начальный символ магазина)
7.  $F \subseteq Q$  — множество заключительных состояний

Кроме того, должны выполняться следующие условия:

1. Множество  $D(q, a, Z)$  содержит не более одного элемента для любых  $q \in Q, a \in T \cup \{\epsilon\}, Z_0 \in \Gamma$
2. Если  $D(q, \epsilon, Z) \neq \emptyset$ , то  $D(q, a, Z) = \emptyset$  для всех  $a \in T$

## Определение конфигурации МП автомата

Конфигурацией автомата с магазинной памятью (МП автомата) называется тройка  $(q, w, u)$ , где

1.  $q \in Q$  — текущее состояние магазинного устройства
2.  $w \in T^*$  — непрочитанная часть входной цепочки; первый символ цепочки  $w$  находится под входной головкой; если  $w = \epsilon$ , то считается, что входная лента прочитана
3.  $u \in \Gamma^*$  — содержимое магазина; самый левый символ цепочки  $u$  считается вершиной магазина; если  $u = \epsilon$ , то магазин считается пустым

## Определение языка, допускаемого МП автоматом

Цепочка  $w$  допускается МП автоматом, если  $(q_0, w, Z_0) \vdash^* (q, \epsilon, u)$  для некоторых  $q \in F$  и  $u \in \Gamma^*$ . Язык, допускаемый МП-автоматом  $M$  — множество всех цепочек, допускаемых автоматом  $M$ .

## Что означает то, что недетерминированный МП автомат допускает опустошение магазина

Цепочка  $w$  допускается МП автоматом, если  $(q_0, w, Z_0) \vdash^* (q, \epsilon, \epsilon)$  для некоторого  $q \in Q$ . В таком случае говорят, что автомат допускает цепочку опустошением магазина.

## Соотношение, между языками, порождаемыми КС-грамматиками, и языками, допускаемыми недетерминированными МП автоматами

Они совпадают.

## Формулировка леммы о разрастании для КС-языков

Пусть  $L$  – КС язык. Тогда существует такая константа  $k$ , что если  $|z| \geq k$  и  $z \in L$ , то  $z$  можно представить в виде  $z = uvwxu$ , где  $vx \neq \epsilon$ ,  $|vwx| \leq k$  и  $uv^iwx^i \in L$  для всех  $i \geq 0$ .

## Определение нормальной формы Хомского для КС-грамматики

Грамматика находится в нормальной форме Хомского, если правила вывода имеют вид:

1.  $A \rightarrow BC$ ;  $B, C \in N$
2.  $A \rightarrow a$
3.  $S \rightarrow \epsilon$  (если  $\epsilon \in L$ ;  $S$  не входит ни в одну правую часть)

## Определение правостороннего вывода в КС-грамматике

Вывод, в котором в любой сентенциальной форме на каждом шаге делается подстановка самого правого нетерминала, называется правосторонним.

## Определение левостороннего вывода в КС-грамматике

Вывод, в котором в любой сентенциальной форме на каждом шаге делается подстановка самого левого нетерминала, называется левосторонним.

## Какая грамматика называется леворекурсивной?

Грамматика называется леворекурсивной, если в ней имеется нетерминал  $A$  такой, что существует вывод  $A \Rightarrow Au$  для некоторой строки  $u$ .

## Определение множества $FIRST_1$

$FIRST_1$  — множество всех терминальных символов, с которых может начинаться цепочка терминальных символов, выводимых из цели грамматики или  $\epsilon$ , если  $u \Rightarrow^* \epsilon$ .

## Определение множества $FOLLOW_1$ (?)

Множество  $FOLLOW(A)$  — множество терминальных символов, которые следуют за цепочками, выводимыми из  $A$  в грамматике  $G = (VT, VN, P, S)$ , то есть,  $FOLLOW(A) = \{a \in VT \mid S \Rightarrow \alpha A \beta, \beta \rightarrow a \gamma, A \in VN, \alpha, \beta, \gamma \in (VT \cup VN)^*\}$

## Определение $LL(1)$ Грамматики

Контекстно-свободная грамматика называется  $LL(1)$  грамматикой тогда и только тогда, когда выполняются следующие два условия:

1. Для каждого нетерминала, являющегося левой частью нескольких правил:  
 $\langle A \rangle \rightarrow \alpha_1 \mid \alpha_2 \mid \dots \mid \alpha_n$  необходимо, чтобы пересечение множеств  $FIRST(\alpha_i)$  и  $FIRST(\alpha_j)$  было пусто для всех  $i \neq j$
2. Для каждого аннулирующего нетерминала  $\langle A \rangle \Rightarrow^* \epsilon$  необходимо, чтобы пересечение  $FIRST(A)$  и  $FOLLOW(A)$  было пустым

Грамматика, для которой таблицы анализа не имеют неоднозначно определённых входов, называются  $LL(1)$ .

## Определение $LR(1)$ ситуации

$LR(1)$ -ситуацией называется пара  $[A \rightarrow \alpha \cdot \beta, a]$ , где  $A \rightarrow \alpha \beta$  — правило грамматики,  $a$  — терминал или правый концевой маркер  $\$$ . Вторая компонента ситуации называется аванцепочкой.

## Определение LR(1) грамматики

Грамматика называется LR(1), если из условий

1.  $S' \Rightarrow_r^* uAw \Rightarrow_r uvw$
2.  $S' \Rightarrow_r^* zBx \Rightarrow_r uvv$
3.  $FIRST(w) = FIRST(y)$

следует, что  $uAy = zBx$  (т.е.  $u = z$ ,  $A = B$  и  $x = y$ ).

## Какого типа конфликты могут появиться в канонической системе множеств LR(1) ситуаций?

1. Сдвиг/свертка
2. Свертка/свертка

## Определение конфигурации LR-анализатора

Конфигурация LR анализатора — пара, первая компонента которой — содержимое стека, вторая — непросмотренный вход:

$(S_0 X_1 S_1 X_2 S_2 \dots X_m S_m, a_i a_{i+1} \dots a_n \$)$ .

Эта конфигурация соответствует правой сентенциальной форме  $X_1 X_2 \dots X_m A_i A_{i+1} \dots A_n$ .

## Как меняется конфигурация LR-анализатора при действии reduce?

Пусть LR — находится в конфигурации  $(S_0 X_1 S_1 X_2 S_2 \dots X_m S_m, a_i a_{i+1} \dots a_n \$)$ .

Если  $Action[S_m, a_i] = reduce \ A \rightarrow \gamma$ , то анализатор выполняет свертку, переходя в конфигурацию  $(S_0 X_1 S_1 X_2 S_2 \dots X_{m-r} S_{m-r} AS, a_i a_{i+1} \dots a_n \$)$ . Где  $S = Goto[S_{m-r}, A]$  и  $r$  — длина  $\gamma$ , правой части правила вывода.

## Какие типы действий выполняет LR-анализатор?

1. shift
2. reduce
3. accept
4. error

## Как меняется конфигурация LR-анализатора при действии shift?

Пусть LR — находится в конфигурации  $(S_0 X_1 S_1 X_2 S_2 \dots X_m S_m, a_i a_{i+1} \dots a_n \$)$ .

Если  $Action[S_m, a_i] = shift \ S$ , то анализатор выполняет сдвиг, переходя в конфигурацию  $(S_0 X_1 S_1 X_2 S_2 \dots X_m S_m a_i S, a_{i+1} \dots a_n \$)$ . Таким образом, в магазин помещается входной символ  $a_i$  и символ состояния  $S$ , определяемый  $Action[S_m, a_i]$ . Текущим входным символом становится  $a_{i+1}$ .

## Что такое основа правой сентенциальной формы

Подцепочка сентенциальной формы, которая может быть сопоставлена правой части некоторого правила вывода, свертка по которому к левой части правила соответствует одному шагу в обращении правостороннего вывода, называется основой цепочки.