ПЛАН ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ.
ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР

Тема 1.
Теория вещественных чисел.
1 занятие. Вводное. Метод математической индукции. Бином Ньютона. Доказательство равенств и неравенств.
№№ 1,2,1,2,6. **Дома:** 7,8,9,10{10.1}.

2 занятие. Вещественные числа, их свойства. Операции над вещественными числами.
№№ 31, 3,4,5. **Дома:** 15,16, ,34. Дополнительно: №№ 32,6,7,8,9.

3 занятие. Ограниченные и неограниченные, счётные и несчётные числовые множества. Точные верхние и нижние грани.
№№ 17,18(а),19(а),20(а), 21(а), 28,29. **Дома:** 18(б), 19(б), 20(б), 21(б), 30.
Дополнительно: №№ 10,11,15,16.

Тема 2.
Предел числовой последовательности.
4 занятие. Понятие последовательности. Ограниченные, неограниченные, бесконечно малые, бесконечно большие последовательности.
№№ 42(а, в), 43(а, б), 41, 44, 45,47, 49,51, 53.
Дома: 42(б, г), 43(в), 46, 48, 50, 52, 55, 56, 57.

5 занятие. Предел последовательности.
№№ 58, 59, 60, 62, 64. **Дома:** 61, 63, 65, 66, 67, 68,91.

6 занятие. Монотонная последовательность и её предел.
№№ 69, 72, 74, 75(а), 77, 80, 81, 96, 99.
Дома: 70, 73, 75(б), 76, 79, 90, 97, 98, 100. Дополнительно: 17, 18.

7 занятие. Критерий Коши существования предела последовательности.
№№ 82, 84, 88, 92. **Дома:** 83, 85, 86, 94.
Дополнительно: 19, 20, 21,22,23.

8 занятие. Предельные точки последовательности и множества. Верхние и нижние пределы последовательности.
№№ 101(а, б){101,101.1}, 103, 106, 116, 121, 122, 128, 129.
Дома: 102, 104, 105, 108, 111, 114, 117, 123, 127, 130.

9 занятие. Вычисление пределов последовательностей.
№№ 131(а), 132(а), 133(а), 135, 136, 138, 140.
Дома: 131(б), 132(б), 133(б), 134, 137, 139, 141, 142, 143, 144.

10 занятие. **Контрольная работа №1.**
Вещественные числа. Пределы последовательности.

Тема 3.
Функция одной переменной. Предел и непрерывность функции.
11 занятие. Функция одной переменной. Предел функции. Условия его существования.
№№ 381, 383, 386, 388, 397, 401, 409, 411, 413, 424(а){424}.
Дома: 382, 384, 385, 387, 389, 399, 403-407, 408, 424(б){424.1}.

12 занятие. Вычисление пределов функций.
№№ 435, 444, 452, 458, 463, 471, 478, 483, 493, 505, 509, 513, 519(а){519}.
Дома: 410, 436, 439, 448, 453, 455.1, 460, 469, 472, 482, 489, 495, 496, 499, 506, 519(б){519.1}.

13 занятие. Продолжение вычисления пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Асимптотическое сравнение функций: о - и О - символика, эквивалентность.
№№ 529, 534, 541, 543, 553, 561, 564, 646, 647, 648, 650(г), 651(д), 655(в, г, д), 658(б, г, д).
Дома: 507, 510, 519, 523, 528, 538, 542, 552, 556, 558, 560, 563, 565, 652, 653, 656, 659, 660, 661.

14 занятие. Непрерывность функции. Точки разрыва.
№№ 666, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 680, 683, 686.
Дома: 674, 681, 682, 694, 698, 707, 708, 720, 724, 726.

15 занятие. Свойства непрерывных функций. Равномерная непрерывность.
№№734, 735, 736, 741, 742, 743, 744, 748, 751, 752.
Дома: 740, 745, 746, 749, 757, 758.

16 занятие. **Контрольная работа №2.**
Предел и непрерывность функции.

17 занятие. **Коллоквиум:**
Вещественные числа. Предел последовательности. Предел и непрерывность функции.

Тема 4.
Дифференцирование функции одной переменной.
18 занятие. Производная и дифференциал. Основные правила вычисления.
№№833, 991, 994, 997, 998, 1016, 1071, 1075, 1081.
Дома: 992, 1009(1,2){1009,1009.1}, 1012, 1014, 1015, 1019, 1020, 1076, 1082.

19 занятие. Производные функций, заданных параметрически, обратных и сложных функций.
№№762, 763, 764, 765, 781, 1077, 1079.
Дома: 760, 761, 1078, 1080, 1081, 1082.

20 занятие. Производные и дифференциалы высших порядков.
№№1130, 1136, 1143, 1161, 1173, 1197, 1211.
Дома: 1133, 1142, 1165, 1175, 1198, 1212, 1226, 1227.

21 занятие. Основные свойства дифференцируемых функций.
№№1237, 1244, 1251(б), 1254, 1258, 1262, 1264(а), 1286, 1287.
Дома: 1236, 1246(г), 1250, 1251(а, в), 1255, 1263.

22 занятие. Продолжение (Равномерная непрерывность).

№№787, 788, 792, 794, 795, 806(2){806.1}.

Дома: 789, 793, 796, 800, 801, 802(а, б, г, е), 806(1) {806(н)}.

23 занятие. Раскрытие неопределённостей – правила Лопиталя.

№№1322, 1330, 1336, 1341, 1351, 1356, 1363(б){1363.2}, 1373,1374(б, г).

Дома: 1374(а, в), 1363(г){1363.3}, 1368, 1368.1, 1359, 1354, 1343, 1348, 1373(г){1373.1}.

24 занятие. Формула Тейлора.

№№ 1377, 1381, 1385, 1393, 1396(д), 1394(б), 1402, 1406(б){1406.1}.

Дома: 1379, 1382, 1387, 1392, 1394(а, в), 1396(а), 1398, 1404, 1408.

25 занятие. **Контрольная работа №3.**

Свойства дифференцируемых функций одной переменной.

Тема 5.

Неопределённый интеграл.

26 занятие. Первообразная и неопределённый интеграл. Основные правила интегрирования.

№№ 1646, 1652, 1668, 1683, 1720,1725, 1745, 1767, 1782, 1794, 1836.

Дома: 1638, 1643, 1648, 1650, 1663, 1682, 1688, 1698, 1703, 1711, 1719, 1726, 1781, 1805, 1843.

27 занятие. Интегрирование рациональных функций (дробей).

№№ 1867, 1881, 1891, 1908, 1913.

Дома: 1870, 1877, 1886, 1882, 1892, 1903, 1909.

28 занятие. Интегрирование иррациональных выражений.

№№ 1926, 1931, 1937, 1943, 1952, 1964, 1967, 1981.

Дома: 1927, 1932, 1938, 1947, 1953, 1966, 1986.

29 занятие. Интегрирование тригонометрических выражений.

№№ 1991, 1999, 2013, 2019, 2025, 2029, 2038, 2041, 2042, 2166, 2171.

Дома: 1992, 2000, 2009, 2017, 2020, 2028, 2034, 2040, 2043, 2082, 2168, 2174.

30 занятие. **Контрольная работа №4.**

Неопределённый интеграл.

СПИСОК ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ.

ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР.

1. Доказать формулу бинома Ньютона: $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k$.

2. Доказать неравенство: $2 < \left(1+\frac{1}{n}\right)^n < 3$.

3. Доказать неравенство: $\left(\frac{n}{3}\right)^n < n!$.

4. Доказать неравенство (см. задачу №8 из Демидовича): $n^{\frac{n}{2}} < n! < \left(\frac{n+1}{2}\right)^n \quad (n>1)$

5. Доказать, что если все $x_i > 0$ и $x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n = 1$, то $x_1 + x_2 + \ldots + x_n \geq n$.

6. Доказать неравенства $(x_i > 0)$:

   a) $\frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n}$; b) $\sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n} \geq \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots + \frac{1}{x_n}}$.

7. Доказать неравенство: $2^n > n^3$, $n \geq 10$.

8. Доказать, что если все $x_i > 0$ и $x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n = 1$, то $(1+x_1)\cdot(1+x_2)\cdot\ldots\cdot(1+x_n) \geq 2^n$.

9. Доказать неравенство Коши-Буняковского: $\left(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i\right)^2 \leq \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right)\cdot\left(\sum_{i=1}^{n} y_i^2\right)$.

10. Пусть $\{x\} \subseteq \{y\}$. Доказать, что: a) $\sup\{x\} \leq \sup\{y\}$; b) $\inf\{x\} \geq \inf\{y\}$.

11. Пусть $A = \{x\} \cup \{y\}$ (объединение) и $B = \{x\} \cap \{y\}$ (пересечение). Доказать, что:

    $a) \sup A = \max(\sup\{x\}, \sup\{y\})$; $b) \inf A = \min(\inf\{x\}, \inf\{y\})$;

    $c) \sup B \leq \min(\sup\{x\}, \sup\{y\})$; $d) \inf B \geq \max(\inf\{x\}, \inf\{y\})$.

12. *) Доказать, что если иррациональное число α определено сечением (A, B), то каково бы ни было положительное рациональное число ε, можно найти в классах A и B соответственно такие числа a и b, что $|a-b| \leq \varepsilon$.

13. *) Доказать, что между двумя различными вещественными числами всегда можно вставить рациональное число (а, следовательно, и бесконечно много рациональных чисел).

14. *) (Свойство полноты). Пусть по какому-либо правилу произведено сечение (A, B) совокупности вещественных чисел, то есть все вещественные числа разделены на два

*) Задачи 12,13,14 рекомендуется решать факультативно, введя предварительно понятие сечения. То же относится к задачам №11-14 из задачника Б.П. Демидовича, которые можно также решать (изменив их формулировку), пользуясь представлением вещественных чисел в виде бесконечных дробей.

класса А и В так, что каждое число $a \in A$ меньше каждого числа $b \in B$. Тогда необходимо существует рациональное или иррациональное число α, определяющее сечение, так, что каждое число, меньшее α, принадлежит классу А, а каждое число, большее α, принадлежит классу В.

15. Показать, что множество вещественных чисел $X = \left\{ x \in R \middle| x > 1/7 \right\}$ не имеет наибольшего элемента. Указать точную нижнюю грань этого множества.
16. Показать, что множество рациональных чисел $B = \left\{ b \in Q \mid b^2 > 3 \right\}$ не имеет наименьшего элемента.
17. Доказать сходимость последовательности $x_n = \sqrt{a + \sqrt{a + \ldots + \sqrt{a}}}$, где $a > 0$, и общее число извлекаемых корней равно *n*. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \dfrac{1+\sqrt{1+4a}}{2}$.
18. Для приближённого нахождения корня квадратного из числа $a>0$ рассмотреть последовательность, заданную рекуррентной формулой: $x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + a/x_n)$, где x_1- любое положительное число. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \sqrt{a}$.
19. Доказать, что последовательность $x_n = 1 + \dfrac{1}{2^\alpha} + \ldots + \dfrac{1}{n^\alpha}$ - сходится при $\alpha \ge 2$ и расходится при $\alpha \le 1$.
20. Доказать, что последовательность $x_n = \dfrac{1}{\ln 2} + \ldots + \dfrac{1}{\ln n}$ расходится (см. задачу №22).
21. Доказать, что последовательность $x_n = \dfrac{1}{2\ln^p 2} + \ldots + \dfrac{1}{n \ln^p n}$ сходится при $p>1$ и расходится при $p \le 1$.
22. Доказать, что если $a_1 \ge a_2 \ge a_3 \ge \ldots \ge a_n \ge \ldots$, и $a_n \ge 0$, то последовательность $x_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ сходится тогда и только тогда, когда сходится последовательность $y_n = a_1 + 2a_2 + \ldots + 2^n a_{2^n}$.
23. Пользуясь предыдущей задачей, доказать, что последовательность $x_n = 1 + \dfrac{1}{2^p} + \ldots + \dfrac{1}{n^p}$ сходится при $p>1$.

СПИСОК ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ.
ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР.

1. Какова мощность множества всех квадратов на плоскости с рациональными координатами вершин?
2. Доказать, что множество непересекающихся интервалов на прямой не более чем счетно.
3. Построить взаимно однозначное отображение отрезка $[0, 1]$ на интервал $(0, 1)$.
4. Построить взаимно однозначное отображение отрезка $[0, 1]$ на полупрямую $[0, +\infty)$.
5. Построить взаимно однозначное отображение $[0, +\infty)$ на интервал (a, b).
6. Доказать равномощность отрезка $[0, 1]$ и квадрата $[0, 1] \times [0, 1]$.
7. Доказать, что всякое несчетное множество содержит несчетное ограниченное подмножество.
8. Известно, что множество предельных точек множества A счетно. Доказать, что множество A счетно.

   Указание: доказать, что любое числовое множество мощности континуума содержит, по крайней мере, одну предельную точку. Рассмотреть множество A', полученное из множества A удалением всех его предельных точек.
9. Доказать, что, если некоторая подпоследовательность монотонной последовательности ограничена, то и сама последовательность ограничена.
10. Дана последовательность a_n, у которой все подпоследовательности $a_{2^i}, a_{3 \cdot 2^i}, a_{5 \cdot 2^i}, \ldots$, $i = 1, 2, \ldots$ сходятся к одному и тому же числу b. Что можно сказать о сходимости последовательности a_n?
11. Привести примеры последовательности a_n, удовлетворяющей соотношениям: а) $\inf a_n < \varliminf\limits_{n\to\infty} a_n$, б) $\varlimsup\limits_{n\to\infty} a_n = \sup a_n$, в) $\varlimsup\limits_{n\to\infty} a_n = \inf a_n$.
12. Последовательность a_n называется последовательностью с ограниченным изменением, если существует число C, такое, что $\forall n \in N \ \sum\limits_{k=1}^{n} |a_{k+1} - a_k| \le C$.

    Доказать, что последовательность с ограниченным изменением сходится.
13. Последовательность a_n называется последовательностью с ограниченным изменением, если существует число C, такое, что $\forall n \in N \ \sum\limits_{k=1}^{n} |a_{k+1} - a_k| \le C$.

    Привести пример сходящейся последовательности с неограниченным изменением.
14. Пусть A - любое множество из области определения функции $f(x)$. Как соотносятся множества A и $f^{-1}(f(A))$?

15. Пусть A и B - любые множества из области определения функции $f(x)$. Как соотносятся множества $f(A\cup B)$ и $f(A)\cup f(B)$? Множества $f(A\cap B)$ и $f(A)\cap f(B)$?
16. Пусть функция f отображает отрезок [0, 1] на множество $\{c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6\}$. Доказать, что, по крайней мере, для одного из чисел c_i множество $f^{-1}(c_i)$ имеет предельную точку.
17. Функция f определена на всей числовой прямой и ее график симметричен относительно точки (0, 0) и прямой $x=C$ $(C\neq 0)$. Доказать, что функция f периодическая.
18. Привести пример функции, определенной на отрезке [0, 1], но неограниченной на любом отрезке $[a, b]\subset[0,1]$.
19. Привести пример функции, определенной на отрезке [-1, 1], монотонно возрастающей в точке 0 и не являющейся монотонной на отрезке $[-\delta, \delta]$ для любого $\delta>0$.
20. Привести пример функций $f(x)$ и $g(y)$, таких, что $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0$, $\lim\limits_{y\to 0} g(y)=1$, но не существует $\lim\limits_{x\to 0} g(f(x))$.

Указание: Взять в качестве $g(y)$ функцию, разрывную в точке 0, например $g(y)=\begin{cases}0, & y=0\\ 1, & y\neq 0\end{cases}$.

21. Привести пример функции $f(x)$, определенной на отрезке $[0,1]$, принимающей на любом отрезке $[a,b]\subset[0,1]$ все промежуточные значения между $f(a)$ и $f(b)$, но не являющейся непрерывной на $[0,1]$.
22. Привести пример монотонной на $[0,1]$ функции с бесконечным числом точек разрыва.
23. Существует ли функция, непрерывная на отрезке $[0,1]$, взаимно однозначно отображающая $[0,1]$ на множество: а) $(0,+\infty)$; б) $(0,1)$; в) $[1,3]$; г) $[0,1]\cup[2,3]$? (Если нет, то почему; если да, то привести пример).
24. Существует ли функция, определенная и непрерывная на интервале $(0,1)$, множеством значений которой является множество: а) $(0,+\infty)$; б) $(0,10)$; в) $[0,1]$; г) $(0,1)\cup(2,3)$? (Если нет, то почему; если да, то привести пример).
25. Доказать, что функция, равномерно непрерывная на каждом из двух отрезков, равномерно непрерывна на их объединении. Привести пример, показывающий, что для интервалов это утверждение неверно.

26. Доказать, что функция $f(x)$ равномерно непрерывна на интервале (a,b) тогда и только тогда, когда существует непрерывная на отрезке $[a, b]$ функция $g(x)$, совпадающая с $f(x)$ на интервале (a,b).
27. Пусть функция $f(x)$ дифференцируема на всей числовой оси и является четной (нечетной) функцией. Доказать, что $f'(x)$ является нечетной (четной).
28. Пусть $f(x)=|x|^3$. Найти $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(0)$.
29. Пусть функция $f(x)$ определена на отрезке $[a, b]$ и существует постоянная $C>0$, такая, что $|f(x)-f(y)|\leq C|x-y|^2$ $\forall x,y\in[a,b]$. Доказать, что функция $f(x)$ постоянна на отрезке $[a, b]$.
30. Пусть $P(x)$ - многочлен степени n, имеющий n вещественных корней. Доказать, что все корни многочлена $P'(x)$ вещественны.
31. Пусть $f(x)=\begin{cases}0, & x\leq 0\\ e^{-1/x}, & x>0\end{cases}$. Доказать, что $f(x)$ бесконечно дифференцируема на всей числовой оси (т.е. для любого натурального числа n и для любой точки $x\in R$ существует $f^{(n)}(x)$). Построить график функции $f(x)$.
32. Пусть $f(x)=\begin{cases}0, & |x|\geq 1\\ e^{\frac{1}{1-x^2}}, & |x|<1\end{cases}$. Доказать, что $f(x)$ бесконечно дифференцируема на всей числовой оси. Построить график функции $f(x)$.
33. Пусть функция $f(x)$ бесконечно дифференцируема на отрезке $[-1,1]$, $f^{(n)}(0)=0$ для любого натурального n и существует постоянная $C>0$, такая, что $\sup\limits_{-1\leq x\leq 1}|f^{(n)}(x)|\leq C^n\cdot n!$, $n=1,2,\dots$. Доказать, что $f(x)\equiv 0$ на $[-1,1]$.
34. Пусть $f(x)=\begin{cases}x^{2n}\sin\dfrac{1}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$. Найти $f'(0), f''(0), \dots, f^{(n+1)}(0)$.
35. Пусть $P_n(x)=1+x+\dfrac{x^2}{2!}+\dots+\dfrac{x^n}{n!}$ - многочлен Тейлора – Маклорена функции e^x.

А) Найти $\sup\limits_{0\leq x\leq 1}|e^x-P_{10}(x)|$;

Б) Найти число $h>0$, т.ч. $\sup\limits_{0\leq x\leq h}|e^x-P_{10}(x)|\leq 10^{-7}$;

В) Найти натуральное число n, т.ч. $\sup\limits_{0\leq x\leq 1}|e^x-P_n(x)|\leq 10^{-7}$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1.

ВЕЩЕСТВЕННЫЕ ЧИСЛА. ПРЕДЕЛ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ.

Вариант №1

1. Найти $\inf\{x_n\}$, $\sup\{x_n\}$, $\varliminf\limits_{n\to\infty} x_n$, $\varlimsup\limits_{n\to\infty} x_n$: $\quad x_n = \sin^2 \frac{\pi n}{4} \cdot \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$;
2. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n}{e+a}\right)^n \cdot \frac{1}{n!} = 0, \ (a>0)$;
3. Пользуясь критерием Коши, исследовать на сходимость: $x_n = 1+\frac{1}{3^\alpha}+\frac{1}{5^\alpha}+\ldots+\frac{1}{(2n-1)^\alpha}, \ (\alpha<1)$;
4. Доказать, что $\sqrt[n]{n} \underset{n\to\infty}{\to} 1$.

Вариант № 2

1. Найти $\inf\{x_n\}$, $\sup\{x_n\}$, $\varliminf\limits_{n\to\infty} x_n$, $\varlimsup\limits_{n\to\infty} x_n$: $\quad x_n = \cos^2 \frac{\pi n}{4} \cdot \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$;
2. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{e-a}{n}\right)^n \cdot n! = 0, \ (0<a<e)$;
3. Пользуясь критерием Коши, исследовать на сходимость: $x_n = 1+\frac{1}{2^q}+\frac{1}{5^q}+\ldots+\frac{1}{(3n-1)^q}, \ (q\ge 2)$;
4. Доказать, что $\frac{n^k}{a^n} \underset{n\to\infty}{\to} 0, \ (a>1)$.

Вариант № 3

1. Найти $\inf\{x_n\}$, $\sup\{x_n\}$, $\varliminf\limits_{n\to\infty} x_n$, $\varlimsup\limits_{n\to\infty} x_n$: $\quad x_n = \cos^2 \frac{2\pi n}{3} \cdot \left(1-\frac{1}{n}\right)^{n+1}$;
2. Доказать: $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{e^2-\beta}{n^2}\right)^n \cdot (n!)^2 = 0, \ (0<\beta<e^2)$;
3. Пользуясь критерием Коши, исследовать на сходимость: $x_n = 1+\frac{1}{3^\alpha}+\frac{1}{5^\alpha}+\ldots+\frac{1}{(2n-1)^\alpha}, \ (\alpha\ge 2)$;
4. Доказать, что $\frac{a^n}{n!} \underset{n\to\infty}{\to} 0, \ (a>0)$.

Вариант №4

1. Найти $\inf\{x_n\}$, $\sup\{x_n\}$, $\varliminf\limits_{n\to\infty} x_n$, $\varlimsup\limits_{n\to\infty} x_n$: $\quad x_n = \sin^2 \frac{2\pi n}{3} \cdot \left(1-\frac{1}{n}\right)^n$;
2. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^2}{e^2+\gamma}\right)^n \cdot \frac{1}{(n!)^2} = 0, \ (\gamma>0)$;
3. Пользуясь критерием Коши, исследовать на сходимость: $x_n = 1+\frac{1}{2^q}+\frac{1}{5^q}+\ldots+\frac{1}{(3n-1)^q}, \ (q<1)$;
4. Доказать, что $\sqrt[n]{a} \underset{n\to\infty}{\to} 1, \ (a>0)$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2.

ПРЕДЕЛ И НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ (ОБРАЗЦЫ ВАРИАНТОВ).

Вариант № 1

1. Вычислить предел: $\lim\limits_{x\to -0} \frac{\sqrt{1-\cos 2x}}{1-\cos x}$;
2. Выделить у данной функции $f(x)=e^{x-2\sqrt{x}}-e^{-1}$ главный член вида: $c(x-1)^n$.
3. Определить характер точек разрыва следующей функции $f(x)=[x]\sin \pi x + e^{x+\frac{1}{x}}$.
4. Исследовать на непрерывность следующую функцию: $f(x)=\begin{cases} tgx, & x - \textit{рационально}, \\ \sqrt{3}, & x - \textit{иррационально}. \end{cases}$

Вариант № 2

1. Вычислить предел: $\lim\limits_{x\to +0} \frac{\ln(1+\sqrt{tg 2x})}{e^{3\sqrt{x}}-1}$;
2. Выделить у данной функции $f(x)=e^{x^2-\frac{4}{3x}}-e^{-\frac{1}{3}}$ главный член вида: $c(x-1)^n$.
3. Определить характер точек разрыва следующей функции $f(x)=[x]\cos\frac{\pi(2x+1)}{2}+e^{x-\frac{1}{x}}$.
4. Исследовать на непрерывность следующую функцию: $f(x)=\begin{cases} \sin x, & x - \textit{рационально}, \\ \frac{1}{2}, & x - \textit{иррационально}. \end{cases}$

Вариант № 3

1. Вычислить предел: $\lim\limits_{x\to +0} \frac{1-\sqrt{\cos x}}{1-\cos\sqrt{x}}$;
2. Выделить у данной функции $f(x)=e^{x^2-\frac{1}{2x}}-e^{\frac{1}{2}}$ главный член вида: $c(x-1)^n$.
3. Определить характер точек разрыва следующей функции $f(x)=arctg\frac{1}{x-3}+\left(1-e^{\frac{x}{1-x}}\right)^{-1}$.
4. Исследовать на непрерывность следующую функцию: $f(x)=\begin{cases} ctgx, & x - \textit{рационально}, \\ 1, & x - \textit{иррационально}. \end{cases}$

Вариант № 4

1. Вычислить предел: $\lim\limits_{x\to +0} \frac{2^{x^2+2x}-1}{1-\cos\frac{5x}{2}}$;
2. Выделить у данной функции $f(x)=e^{2x-3\sqrt{x}}-e^{-1}$ главный член вида: $c(x-1)^n$.
3. Определить характер точек разрыва следующей функции $f(x)=arcctg\frac{1}{x-2}+\frac{1}{1-e^{\frac{x}{1+x}}}$.
4. Исследовать на непрерывность следующую функцию: $f(x)=\begin{cases} \cos x, & x - \textit{рационально}, \\ -\frac{1}{2}, & x - \textit{иррационально}. \end{cases}$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3*).

ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ. РАВНОМЕРНАЯ НЕПРЕРЫВНОСТЬ. ФОРМУЛА ТЕЙЛОРА. (ОБРАЗЦЫ ВАРИАНТОВ).

Вариант № 1

1. Найти d^2y, если $y = \frac{\ln x}{x} \cdot \sin x$;
2. Найти $y^{(20)}$, если $y = x^3 \cdot e^{2x}$;
3. Найти y''_{xx}, если $\begin{cases} x = arctgt \\ y = \ln(1+t^2) \end{cases}$.
4. Исследовать функцию на равномерную непрерывность в указанном промежутке: $f(x) = e^x \cos\frac{1}{x\sqrt{x}}$, $(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2})$.
5. Разложить данную функцию $f(x)$ по формуле Тейлора в окрестности указанной точки x_0 до членов III порядка включительно: $f(x) = \sqrt{x}$, $x_0 = 1$.
6. Найти предел, пользуясь формулой Тейлора: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tg(\sin x) - 2x\sqrt[3]{3-x^2}}{x^5}$.
7. Вычислить приближённо с точностью до 10^{-4} следующую величину: $\sqrt[3]{29}$.
8. Раскрыть неопределённость: $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}(tgx)^{tg2x}$.

Вариант №2

1. Найти d^2y, если $y = x^{x^2}$;
2. Найти $y^{(50)}$, если $y = x^3 \cdot \sin 3x$;
3. Найти y''_{xx}, если $\begin{cases} x = \arcsin t \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$.
4. Исследовать функцию на равномерную непрерывность в указанном промежутке: $f(x) = (\ln x)^{\frac{1}{2}} \cos\frac{1}{x}$, $(2 \le x < +\infty)$.
5. Разложить данную функцию $f(x)$ по формуле Тейлора в окрестности указанной точки x_0 до членов III порядка включительно: $f(x) = a \cdot ch\frac{x}{a}$, $x_0 = 0$.
6. Найти предел, пользуясь формулой Тейлора: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-(\cos x)^{tgx}}{x\cdot\sin^2 x}$.
7. Вычислить приближённо с точностью до 10^{-4} следующую величину: $\ln(1{,}3)$.
8. Раскрыть неопределённость: $\lim\limits_{x\to 0}(ctgx)^{\sin x}$.

*) Эту контрольную работу можно, разбив на 2 части, провести на 2 занятиях – по одному часу

Вариант №3

1. Найти d^2y, если $y = \frac{\cos x}{x} \cdot \ln x$;
2. Найти $y^{(47)}$, если $y = x^3 \cdot \cos 4x$;
3. Найти y''_{xx}, если $\begin{cases} x = arctgt \\ y = \frac{1}{2}t^2 \end{cases}$.
4. Исследовать функцию на равномерную непрерывность в указанном промежутке: $f(x) = \sqrt[3]{x^2+1} \cdot \sin\frac{1}{x\sqrt{x}}$, $(0 < x < +\infty)$.
5. Разложить данную функцию $f(x)$ по формуле Тейлора в окрестности указанной точки x_0 до членов III порядка включительно: $f(x) = x^x - 1$, $x_0 = 1$.
6. Найти предел, пользуясь формулой Тейлора: $\lim\limits_{x\to\infty}(x^2 - x^4\ln(1+\frac{1}{x^2}))$.
7. Вычислить приближённо с точностью до 10^{-4} следующую величину: $\sqrt[4]{17}$.
8. Раскрыть неопределённость: $\lim\limits_{x\to 1}(2-x)^{tg\frac{\pi x}{2}}$

Вариант №4

1. Найти d^2y, если $y = x^{\ln x}$;
2. Найти $y^{(61)}$, если $y = x^3 \cdot \ln x$;
3. Найти y''_{xx}, если $\begin{cases} x = \ln t \\ y = \frac{1}{1-t} \end{cases}$.
4. Исследовать функцию на равномерную непрерывность в указанном промежутке: $f(x) = (\ln x)^{\frac{1}{3}} \sin\frac{1}{x}$, $(2 \le x < +\infty)$.
5. Разложить функцию $f(x)$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = \infty$ (т.е. по степеням $\frac{1}{x^n}$) до членов III порядка: $f(x) = \sqrt{1+x^2} - x$, $(x > 0)$
6. Найти предел, пользуясь формулой Тейлора: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{sh(tgx) - x}{x^3}$.
7. Вычислить приближённо с точностью до 10^{-4} следующую величину: $\sin 20^\circ$.
8. Раскрыть неопределённость: $\lim\limits_{x\to +0}\left(\ln\frac{1}{x}\right)^x$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №4.

НЕОПРЕДЕЛЁННЫЙ ИНТЕГРАЛ. (ОБРАЗЦЫ ВАРИАНТОВ).

Вариант №1

Вычислить следующие интегралы:

1. $\int \frac{dx}{\sqrt{e^x - 1}}$;
2. $\int (x \ln x)^3 dx$;
3. $\int \frac{dx}{\sin x \cdot \cos^4 x}$;
4. $\int \frac{2x+1}{3x-2} dx$.

Вариант №2

Вычислить следующие интегралы:

1. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{2e^{2x} - 3}}$;
2. $\int \left(x^3 \ln^2(1+x)\right) dx$;
3. $\int \frac{dx}{\cos x \cdot \sin^4 x}$;
4. $\int \frac{1-2x}{4x-3} dx$.

Вариант №3

Вычислить следующие интегралы:

1. $\int \frac{e^t dt}{(e^{2t}+1)^{\frac{3}{2}}}$;
2. $\int \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2 \cdot \frac{dx}{x}$;
3. $\int \frac{dx}{\cos x \cdot \sin^3 x}$;
4. $\int \frac{2-3x}{2x-1} dx$.

Вариант №4

Вычислить следующие интегралы:

1. $\int \frac{dx}{\sqrt{3 - 3e^{2x}}}$;
2. $\int \left(\frac{\ln x}{x}\right)^3 dx$;
3. $\int \frac{dx}{\sin x \cdot \cos^3 x}$;
4. $\int \frac{3+2x}{1+3x} dx$.

ЗАЧЁТНАЯ РАБОТА.
I СЕМЕСТР (ОБРАЗЦЫ ВАРИАНТОВ).

Вариант № 1.*)

1. Исследовать на сходимость следующую числовую последовательность:
$x_n = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{3}} + \frac{1}{\sqrt[3]{5}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt[3]{2n-1}}$.
2. Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt[x]{x}$.
3. Исследовать функцию на непрерывность и дифференцируемость:
$f(x) = \ln(1 + x^4)\cos\frac{1}{x}$, $f(0) = 0$.
4. Найти du, d^2u, где $u = f(v)$, а функция $v(x)$ задана так: $v = \sqrt{1+x^2}$.
5. Найти f'_x, f''_{xx}, если $y = f(x)$, и x, y заданы следующим образом:
$$\begin{cases} x = t + \sin t \\ y = \cos 2t \end{cases}.$$
6. Вычислить следующие неопределённые интегралы:
а) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2(1-x)}}$;
б) $\int x\sqrt{x^2 - 2x + 2}\, dx$;
в) $\int \arcsin x\, dx$.
7. Вычислить главный член функции $f(x) = \sqrt[3]{1 - \sqrt{x}}$ вида: $C(1-x)^\gamma$ при $x \to 1$.
8. Исследовать функцию на равномерную непрерывность: $f(x) = (\ln x)^\alpha \cdot \sin\frac{1}{x}$, на полупрямой $2 \le x < +\infty$.
9. Доказать функциональное неравенство: $x - \frac{x^2}{2} < \ln(1+x) < x$, $(x > 0)$.
10. Разложить по формуле Тейлора в окрестности указанной точки x_0 до членов III порядка следующую функцию: $f(x) = x^x - 1$, $x_0 = 1$.
11. Вычислить приближённо с указанной точностью следующую величину: $\sqrt{5}$ до 10^{-4}.
12. Пользуясь формулой Тейлора, найти предел: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\cos x - e^{-\frac{x^2}{2}}}{x^4}$.

*) По усмотрению преподавателя в варианты зачётной работы рекомендуется вставить по несколько формулировок и определений из прилагаемого ниже списка формулировок и определений для первого семестра.

Вариант № 2.[*]

1. Исследовать на сходимость следующую числовую последовательность: $x_n = 1 + \frac{1}{3^{\frac{7}{3}}} + \frac{1}{5^{\frac{7}{3}}} + \ldots + \frac{1}{(2n-1)^{\frac{7}{3}}}$;
2. Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to+0} x^x$.
3. Исследовать функцию на непрерывность и дифференцируемость: $f(x) = arctg\,(x^5)\cdot\sin\frac{1}{x^2}$, $f(0)=0$.
4. Найти du, d^2u, где $u = f(v)$, а функция $v(x)$ задана так: $v(x) = \sin(1+x^2)$.
5. Найти f'_x, f''_{xx}, если $y = f(x)$, и x, y заданы следующим образом:
$$r = \cos 2\varphi \ \text{, при } \begin{cases} x = r\cos\varphi \\ y = r\sin\varphi \end{cases}.$$
6. Вычислить следующие неопределённые интегралы:
   а) $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x^3(1+x)}}$;
   б) $\int \frac{x+\sqrt{x^2+x+1}}{1+x-\sqrt{x^2+x+1}}\,dx$;
   в) $\int x\,arctg\,x\,dx$.
7. Вычислить главный член функции $f(x) = \sqrt{1+x^2} - x$ вида: $\frac{C}{x^n}$ при $x\to\infty$.
8. Исследовать функцию на равномерную непрерывность:
$$f(x) = \sqrt[3]{x^2}\cdot\sin\frac{1}{x\sqrt{x}}\cdot\ln(1+x), \quad 0 < x < +\infty.$$
9. Доказать функциональное неравенство: $x - \frac{x^3}{2} < x\cos x < x$, $(0 < x < \pi)$.
10. Разложить по формуле Тейлора в окрестности указанной точки до членов III порядка следующую функцию: $f(x) = \ln(1 + \frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}})$, $x\to\infty$.
11. Вычислить приближённо с указанной точностью следующую величину: $\cos 9^\circ$ до 10^{-5}.
12. Пользуясь формулой Тейлора, найти предел: $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^x\sin x - x(1+x)}{x^3}$.

---

[*] По усмотрению преподавателя в варианты зачётной работы рекомендуется вставить по несколько формулировок и определений из прилагаемого ниже списка формулировок и определений для первого семестра.

СПИСОК ОПРЕДЕЛЕНИЙ И ФОРМУЛИРОВОК ТЕОРЕМ.
ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР.

1. Определение ограниченного (сверху, снизу) числового множества.
2. Определение точной верхней грани числового множества $\{x\}$.
3. Определение точной нижней грани числового множества $\{x\}$.
4. Определение - число M не является точной верхней гранью множества $\{x\}$.
5. Определение - число M не является точной нижней гранью множества $\{x\}$.
6. Определение предела числовой последовательности.
7. Определение ограниченной (неограниченной) последовательности.
8. Определение бесконечно малой (не бесконечно малой) числовой последовательности.
9. Определение бесконечно большой (не бесконечно большой) числовой последовательности.
10. Определение монотонной последовательности.
11. Определение фундаментальной последовательности.
12. Последовательность $\{X_n\}$ удовлетворяет (не удовлетворяет) условию Коши
13. Функция F (x) удовлетворяет (не удовлетворяет) условию Коши при стремлении x к $a+0$.
14. Функция F (x) удовлетворяет (не удовлетворяет) условию Коши при стремлении x к $a-0$.
15. Функция F (x) удовлетворяет (не удовлетворяет) условию Коши при стремлении x к a.
16. Функция F (x) удовлетворяет (не удовлетворяет) условию Коши при стремлении x к $+\infty$.
17. Функция F (x) удовлетворяет (не удовлетворяет) условию Коши при стремлении x к $-\infty$.
18. Функция F (x) удовлетворяет (не удовлетворяет) условию Коши при стремлении x к ∞.
19. Дать определение: существует $\lim\limits_{x\to a} f(x) = b$.
20. Дать определение: не существует $\lim\limits_{x\to a+0} f(x) = b$.
21. Дать определение: существует $\lim\limits_{x\to a-0} f(x) = b$.
22. Дать определение: не существует $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = b$.
23. Критерий Коши сходимости последовательности.
24. Определение функции на числовом множестве.
25. Определение ограниченной (не ограниченной) функции на множестве $\{X\}$.
26. Определение точной верхней грани функции на множестве $\{X\}$.
27. Определение точной нижней грани функции на множестве $\{X\}$.
28. Определение монотонной функции.
29. Определение предела функции по Коши.
30. Определение предела функции по Гейне.
31. Критерий Коши существования предельного значения функции в точке a.

32. Критерий Коши существования предельного значения функции в точке a справа.

33. Критерий Коши существования предельного значения функции в точке a слева.

34. Дать определение: $\phi(x) = O^{*}(\psi(x)), x \to a$.

35. Дать определение: $\phi(x) = \overline{o}(\psi(x)), x \to a$.

36. Дать определение: $\phi(x) = O(\psi(x)), x \to a$.

37. Дать определение по Гейне: существует $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = b$.

38. Дать определение по Гейне: не существует $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = b$.

39. Дать определение по Коши: существует $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = b$.

40. Дать определение по Коши: не существует $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = b$.

41. Дать определение по Гейне: существует $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \infty$.

42. Дать определение по Гейне: не существует $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \infty$.

43. Дать определение по Коши: существует $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \infty$.

44. Дать определение по Коши: не существует $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \infty$.

45. Дать определение по Гейне: существует $\lim\limits_{x \to a+0} f(x) = +\infty$.

46. Дать определение по Гейне: не существует $\lim\limits_{x \to a+0} f(x) = +\infty$.

47. Дать определение по Коши: существует $\lim\limits_{x \to a+0} f(x) = +\infty$.

48. Дать определение по Коши: не существует $\lim\limits_{x \to a+0} f(x) = +\infty$.

49. Дать определение по Гейне: существует $\lim\limits_{x \to a+0} f(x) = -\infty$.

50. Дать определение по Гейне: Не существует $\lim\limits_{x \to a+0} f(x) = -\infty$.

51. Дать определение по Коши: существует $\lim\limits_{x \to a+0} f(x) = -\infty$.

52. Дать определение по Коши: не существует $\lim\limits_{x \to a+0} f(x) = -\infty$.

53. Дать определение по Гейне: существует $\lim\limits_{x \to a-0} f(x) = \infty$.

54. Дать определение по Гейне: не существует $\lim\limits_{x \to a-0} f(x) = \infty$.

55. Дать определение по Коши: существует $\lim\limits_{x \to a-0} f(x) = \infty$.

56. Дать определение по Коши: не существует $\lim\limits_{x \to a-0} f(x) = \infty$.

57. Дать определение по Гейне: существует $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = +\infty$.

58. Дать определение по Гейне: не существует $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = +\infty$.

59. Дать определение по Коши: существует $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = +\infty$.

60. Дать определение по Коши: не существует $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = +\infty$.

61. Дать определение по Гейне: существует $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.

62. Дать определение по Гейне: не существует $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.

63. Дать определение по Коши: существует $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.

64. Дать определение по Коши: не существует $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.

65. Дать определение по Гейне: существует $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

66. Дать определение по Гейне: не существует $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

67. Дать определение по Коши: существует $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

68. Дать определение по Коши: не существует $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

69. Дать определение по Гейне: существует $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.

70. Дать определение по Гейне: не существует $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.

71. Дать определение по Коши: существует $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.

72. Дать определение по Коши: не существует $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.

73. Дать определение по Гейне: существует $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.

74. Дать определение по Гейне: не существует $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.

75. Дать определение по Коши: существует $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.

76. Дать определение по Коши: не существует $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.

77. Дать определение по Гейне: существует $\lim\limits_{x \to a} f(x) = b + 0$.

78. Дать определение по Гейне: не существует $\lim\limits_{x\to a} f(x)=b+0$.

79. Дать определение по Коши: существует $\lim\limits_{x\to a} f(x)=b+0$.

80. Дать определение по Коши: не существует $\lim\limits_{x\to a} f(x)=b+0$.

81. Дать определение по Гейне: существует $\lim\limits_{x\to a+0} f(x)=b-0$.

82. Дать определение по Гейне: не существует $\lim\limits_{x\to a+0} f(x)=b-0$.

83. Дать определение по Коши: существует $\lim\limits_{x\to a+0} f(x)=b-0$.

84. Дать определение по Коши: не существует $\lim\limits_{x\to a+0} f(x)=b-0$.

85. Дать определение по Гейне: существует $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=b+0$.

86. Дать определение по Гейне: не существует $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=b+0$.

87. Дать определение по Коши: существует $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=b+0$.

88. Дать определение по Коши: не существует $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=b+0$.

89. Дать определение: $\phi(x)\approx\psi(x), x\to a$.
90. Дать определение: $\phi(x)\approx\psi(x), x\to a-0$.
91. Дать определение: $\phi(x)\approx\psi(x), x\to a+0$.
92. Дать определение: $\phi(x)=\bar{o}(\psi(x)), x\to a$.
93. Дать определение: $\phi(x)=\bar{o}(\psi(x)), x\to a+0$.
94. Дать определение: $\phi(x)=\bar{o}(\psi(x)), x\to a-0$.
95. Определение функции, непрерывной в точке а.
96. Определение функции, равномерно непрерывной множестве $\{x\}$.
97. Определение функции, непрерывной в точке а справа.
98. Определение функции, непрерывной в точке а слева.
99. Определение точки устранимого разрыва функции.
100. Определение точки разрыва функции I рода.
101. Определение точки разрыва функции II рода.
102. Сформулировать теорему о монотонной и ограниченной последовательности.
103. Сформулировать теорему Больцано-Вейрштрасса.
104. Сформулировать теорему о непрерывности сложной функции.
105. Сформулировать первую теорему Вейерштрасса.
106. Сформулировать вторую теорему Вейерштрасса.
107. Сформулировать теорему о прохождении непрерывной функции через ноль при смене знаков.
108. Сформулировать теорему о сохранении знака непрерывной функции.

109. Сформулировать теорему о точках разрыва монотонной функции.
110. Сформулировать теорему о непрерывности монотонной функции.
111. Сформулировать определение обратной функции.
112. Дать определение дифференцируемой функции.
113. Определение производной функции.
114. Определение дифференциала функции.
115. Сформулировать теорему о существовании обратной функции.
116. Написать формулу Лейбница для производной порядка n от произведения двух функций
117. Дать определение первообразной функции.
118. Сформулировать теорему Ролля.
119. Сформулировать теорему Лагранжа.
120. Сформулировать теорему Коши (обобщенную формулу конечных приращений).
121. Дать определение функции, не равномерно непрерывной на множестве $\{X\}$.
122. Сформулировать теорему Кантора.
123. Сформулировать теорему: 1 -е правило Лопиталя.
124. Сформулировать теорему: 2 -е правило Лопиталя.
125. Сформулировать теорему Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
126. Сформулировать теорему Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
127. Сформулировать теорему об интегрировании по частям в неопределенном интеграле.
128. Сформулировать теорему о замене переменной интегрирования в интеграле.

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ.
ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР.

1. Вещественные числа и правила их сравнения. Теорема о существовании точной верхней (нижней) грани у ограниченного сверху (снизу) множества вещественных чисел.
2. Приближение вещественного числа рациональным. Арифметические операции над вещественными числами. Свойства вещественных чисел.
3. Счетные множества и множества мощности континуум. Неэквивалентность множества мощности континуум счетному множеству.
4. Ограниченные и неограниченные последовательности. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Их основные свойства.
5. Понятие сходящейся последовательности. Основные теоремы о сходящихся последовательностях (единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности, арифметические операции над сходящимися последовательностями).
6. Предельный переход в неравенствах. Теорема о пределе монотонной ограниченной последовательности. Число e.
7. Понятие предельной точки последовательности. Теорема о существовании верхнего и нижнего пределов у ограниченной последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
8. Необходимое и достаточное условие сходимости последовательности (критерий Коши).
9. Два определения предельного значения функции (по Гейне и по Коши) и доказательство их эквивалентности. Критерий Коши существования предельного значения функции.
10. Арифметические операции над функциями, имеющими предельное значение. Предельный переход в неравенствах. Бесконечно малые и бесконечно большие (в данной точке) функции и принципы их сравнения. Предел сложной функции.
11. Понятие непрерывности функции в точке и на множестве. Арифметические операции над непрерывными функциями. Классификация точек разрыва.
12. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции.
13. Обратная функция. Условия непрерывности монотонных функций и обратных функций.
14. Простейшие элементарные функции и их основные свойства.
15. Замечательные пределы.
16. Прохождение непрерывной функции через любое промежуточное значение.
17. Ограниченность функции, непрерывной на сегменте (первая теорема Вейерштрасса).
18. О достижении функцией, непрерывной на сегменте, своих точной верхней и нижней граней (вторая теорема Вейерштрасса).

19. Понятие равномерной непрерывности. Теорема Кантора.
20. Понятие производной и дифференцируемости функции в точке.
21. Правила дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций, сложной функции и обратной функции. Формулы дифференцирования простейших элементарных функций.
22. Первый дифференциал функции. Инвариантность его формы. Использование дифференциала для приближенного вычисления приращения функции.
23. Производные и дифференциалы высших порядков, формула Лейбница. Дифференцирование функции, заданной параметрически.
24. Понятие возрастания (убывания) в точке и локального экстремума функции. Достаточное условие возрастания (убывания) и необходимое условие экстремума дифференцируемой в данной точке функции.
25. Теорема о нуле производной (теорема Ролля) и ее геометрический смысл.
26. Формула конечных приращений (формула Лагранжа). Следствия из теоремы Лагранжа.
27. Обобщенная формула конечных приращений (формула Коши).
28. Раскрытие неопределенностей (правила Лопиталя).
29. Формула Тейлора с остаточным членом в общей форме (в форме Шлемильха-Роша).
30. Остаточный член в формуле Тейлора в форме Лагранжа, Коши и Пеано. Его оценка.
31. Разложение по формуле Тейлора-Маклорена элементарных функций. Примеры приложений формулы Тейлора для приближенных вычислений элементарных функций и вычисления пределов.
32. Понятие первообразной и неопределенного интеграла функции. Простейшие свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов.
33. Простейшие методы интегрирования (замена переменной, интегрирование по частям).
34. Интегрируемость в элементарных функциях класса рациональных дробей (с вещественными коэффициентами).
35. Интегрируемость в элементарных функциях дробно-линейных иррациональностей и других классов функций.