

ПРОГРАММА КУРСА "МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ", 3 СЕМЕСТР, ОСЕНЬ 2008 Г.  
Лектор — Домрина А. В.

1. Понятие числового ряда. Критерий Коши сходимости числового ряда. Необходимое и достаточное условие сходимости рядов с неотрицательными членами.
2. Признаки сходимости для числовых рядов с неотрицательными членами.
3. Признаки Даламбера и Коши, их сравнение. Интегральный признак Коши-Маклорена.
4. Теоремы Коши и Римана о перестановке членов в числовых рядах.
5. Первый и второй признаки Абеля сходимости числовых рядов.
6. Признак Дирихле-Абеля сходимости числовых рядов. Признак Лейбница. Исследование на сходимость рядов  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin(nx)/n^p$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} \cos(nx)/n^p$  при различных значениях  $x$  и  $p$ .
7. Арифметические операции над сходящимися числовыми рядами. Теорема Мертенса.
8. Бесконечные произведения и их свойства.
9. Необходимое условие сходимости двойного ряда. Связь между сходимостью двойного и повторного рядов. Критерий сходимости двойного ряда с неотрицательными членами.
10. Абсолютная сходимость двойного ряда. Взаимосвязь между сходимостью четырех рядов: двойного, двух повторных и "одинарного".
11. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Критерий Коши.
12. Признак Вейерштрасса, первый и второй признаки Абеля равномерной сходимости функциональных рядов.
13. Признак Дирихле-Абеля равномерной сходимости функциональных рядов.
14. Признак Дини равномерной сходимости функциональных рядов и последовательностей.
15. Почленный переход к пределу. Непрерывность предельной функции функциональных последовательностей и рядов.
16. Почленное интегрирование функциональных последовательностей и рядов.
17. Почленное дифференцирование функциональных последовательностей и рядов. Существование первообразных функций для функциональных последовательностей и рядов.
18. Сходимость в среднем, связь с равномерной сходимостью.
19. Теорема Арцела. Достаточное условие равностепенной непрерывности.
20. Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара.
21. Непрерывность суммы, почленная дифференцируемость и интегрируемость степенного ряда. Разложение функций в степенные ряды.
22. Обобщенные методы суммирования (методы Чезаро и Пуассона-Абеля).
23. Определение двойного интеграла Римана. Три критерия интегрируемости ограниченных функций. Определение двойного интеграла Римана через прямоугольные разбиения области. Эквивалентность двух определений для ограниченных функций.

24. Достаточные условия интегрируемости. Свойства (без доказательства) двойного интеграла.
25. Сведение двойного интеграла к повторному однократному.
26. Определение  $n$ -кратного интеграла Римана. Формула замены переменных (без доказательства). Примеры замены переменных: полярные координаты, сферические координаты, цилиндрические координаты.
27. Кратные несобственные интегралы от неотрицательных функций, признаки сходимости.
28. Кратные несобственные интегралы от знакопеременных функций. Эквивалентность понятий сходимости и абсолютной сходимости.
29. Криволинейные интегралы первого и второго рода.
30. Формула Грина.
31. Определение гладкой поверхности. Примеры гладких поверхностей: параметрически заданная поверхность; поверхность уровня  $C^1$ -гладкой функции.
32. Касательная плоскость к гладкой поверхности. Уравнение касательной плоскости к графику функции, к параметрически заданной поверхности, к поверхности уровня. Определение ориентируемой поверхности. Лемма о проекции окрестности точки на касательную плоскость.
33. Площадь участка параметрически заданной поверхности.
34. Поверхностные интегралы первого и второго рода.
35. Преобразование базисов, инварианты линейного оператора.
36. Дивергенция, ротор и производная по направлению векторного поля. Повторные операции теории поля.
37. Формула Остроградского-Гаусса.
38. Формула Стокса.
39. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. (Потенциальные векторные поля. Необходимые и достаточные условия потенциальности непрерывного векторного поля. Необходимые условия потенциальности  $C^1$ -гладкого векторного поля для произвольной области. Необходимые и достаточные условия потенциальности  $C^1$ -гладкого векторного поля в области, являющейся прямоугольным параллелепипедом.)