1. Свойства о-малого

$x \to 0, \ m, n \geq 0$

1. $o(x^n) \pm o(x^n) = o(x^n)$
2. $c \cdot o(x^n) = o(x^n)$
3. $o(c \cdot x^n) = o(x^n)$
4. $x^{n+m} = o(x^n)$
5. $x^n \cdot o(x^m) = o(x^{n+m})$
6. $o\frac{(x^{n+m})}{x^n} = o(x^m)$
7. $o(x^{n+m}) = o(x^n)$
8. $o[o(x^n)] = o(x^n)$
9. $o(x^n) \cdot o(x^m) = o(x^{n+m})$
10. $o(x^n + o(x^n)) = o(x^n)$

2. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена

1. $e^t = 1 + t + \frac{t^2}{2!} + \ldots + \frac{t^n}{n!} + o(t^n)$
2. $sh\, t = t + \frac{t^3}{3!} + \ldots + \frac{t^{2n-1}}{(2n-1)!} + o(t^{2n})$
3. $ch\, t = 1 + \frac{t^2}{2!} + \ldots + \frac{t^{2n}}{(2n)!} + o(t^{2n+1})$
4. $\sin t = t - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} - \ldots + (-1)^{n-1} \frac{t^{2n-1}}{(2n-1)!} + o(t^{2n})$
5. $\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} - \ldots + (-1)^n \frac{t^{2n}}{(2n)!} + o(t^{2n+1})$
6. $tg\, t = t + \frac{t^3}{3} + o(t^4)$

7. $ctg\, t = \frac{1}{t}\left(1 - \frac{t^2}{3} + o(t^2)\right)$

8. $(1+t)^\alpha = 1 + \alpha t + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} t + \ldots + \frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-n+1)}{n!} t^n + o(t^n)$

9. $\frac{1}{1+t} = 1 - t + t^2 - \ldots + (-1)^n t^n + o(t^n)$

10. $\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \ldots + (-1)^{n-1} \frac{t^n}{n} + o(t^n)$

11. $\arcsin t = t + o(t^2) = t + \frac{1}{6} t^3 + o(t^4) = t + \frac{1}{6} t^3 + \frac{3}{40} t^5 + o(t^4)$

11'. $\arcsin t = t + o(t^2) = t + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} t^3 + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{5} t^5 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{n!2^n} \frac{t^{2n+1}}{(2n+1)} + o(t^{2n+2})$

12. $arctg\, t = t + o(t^2) = t + o(t^2) = t - \frac{t^3}{3} + \frac{t^5}{5} + o(t^6)$

12'. $arctg\, t = t - \frac{t^3}{3} + \frac{t^5}{5} - \ldots + (-1)^n \frac{t^{2n+1}}{2n+1} + o(t^{2n+2})$

3. Гиперболическая тригонометрия

1. $sh\,x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ - гиперболический синус
2. $ch\,x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ - гиперболический косинус
3. $th\,x = \frac{sh\,x}{ch\,x}$ - гиперболический тангенс
4. $cth\,x = \frac{ch\,x}{sh\,x}$ - гиперболический котангенс
5. $arcsh\,x = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$ - гип. арксинус
6. $arcch\,x = \ln(x + \sqrt{x^2-1})$ - гип. арккосинус
7. $arcth\,x = \frac{1}{2}\ln(\frac{1+x}{1-x})$ - гип. арктангенс
8. $arccth\,x = \frac{1}{2}\ln(\frac{x+1}{x-1})$ - гип. акккотангенс

1. $ch^2\alpha - sh^2\alpha = 1$
2. $sh(\alpha \pm \beta) = sh\alpha\, ch\beta \pm ch\alpha\, sh\beta$

   $ch(\alpha \pm \beta) = ch\alpha\, ch\beta \pm sh\alpha\, sh\beta$
3. $sh(2\alpha) = 2\,sh\alpha\, ch\alpha$

   $ch(2\alpha) = ch^2\alpha + sh^2\alpha = 1 + 2\,sh^2\alpha = 2\,ch^2\alpha - 1$
4. $sh^2\frac{\alpha}{2} = \frac{ch\alpha - 1}{2}$
5. $ch^2\frac{\alpha}{2} = \frac{ch\alpha + 1}{2}$
6. $sh\alpha - sh\beta = 2\,ch\frac{\alpha+\beta}{2}\,sh\frac{\alpha-\beta}{2}$
7. $ch\alpha - ch\beta = 2\,sh\frac{\alpha+\beta}{2}\,sh\frac{\alpha-\beta}{2}$

4. Производные

$$f'(x_0)=\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$

1. $(C\cdot u)'=C\cdot u'$
2. $(u\pm v)'=u'\pm v'$
3. $(uv)'=u'v+v'u$
4. $(\frac{u}{v})'=\frac{u'v-v'u}{v^2}$
5. $(f[g(x)])'=f'[g(x)]\cdot g'(x)$

1. $(C)'=0$
2. $(x^\alpha)'=\alpha x^{\alpha-1}$, где $\alpha\neq 0$

   $(x)'=1$

   $(\frac{1}{x})'=-\frac{1}{x^2}$

   $(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$
3. $(a^x)'=a^x\ln a$, где $0<a\neq 1$

   $(e^x)'=e^x$
4. $(\log_a x)'=\frac{1}{x\ln a}$, где $0<a\neq 1$

   $(\ln x)'=\frac{1}{x}$
5. $(\sin x)'=\cos x$

   $(\cos x)'=-\sin x$

   $(tg\,x)'=\frac{1}{\cos^2 x}$

   $(ctg\,x)'=-\frac{1}{\sin^2 x}$

4. $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$, где $0 < a \neq 1$

$(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$

5. $(\sin x)' = \cos x$

$(\cos x)' = -\sin x$

$(tg\, x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

$(ctg\, x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$

7. $(sh\, x)' = ch\, x$

$(ch\, x)' = sh\, x$

$(th\, x)' = \dfrac{1}{ch^2 x}$

$(cth\, x)' = -\dfrac{1}{sh^2 x}$

8. $(arcsh\, x)' = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$, где $x \in \mathbb{R}$

$(arcch\, x)' = \dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$, где $x > 1$

$(arcth\, x)' = \dfrac{1}{1-x^2}$, где $|x| < 1$

$(arccth\, x)' = \dfrac{1}{1-x^2}$, где $|x| > 1$

5. Неопределенный интеграл

I. $\int x^{\alpha}\,dx=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C\ \ (\alpha\neq-1)$

$\int \frac{dx}{x}=\ln|x|+C\ \ (x\neq 0)$

II. $\int a^{x}\,dx=\frac{a^{x}}{\ln a}+C\ \ (0<a\neq 1)$

$\int e^{x}\,dx=e^{x}+C$

III.

$\int \sin x\,dx=-\cos x+C$

$\int \cos x\,dx=\sin x+C$

$\int \frac{dx}{\cos^2 x}=tg\,x+C$

$\int \frac{dx}{\sin^2 x}=-ctg\,x+C$

$\int sh\,x\,dx=ch\,x+C$

$\int ch\,x\,dx=sh\,x+C$

$\int \frac{dx}{ch^2 x}=th\,x+C$

$\int \frac{dx}{sh^2 x}=-cth\,x+C$

IV. $\int \frac{dx}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\,arctg\frac{x}{a}+C\ \ (a\neq 0)$

$\int \frac{dx}{x^2-a^2}=\frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right|+C\ \ (a\neq 0)$

V. $a>0$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin\frac{x}{a} + C \quad (|x|<a)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \ln\left(x+\sqrt{x^2+a^2}\right) + C \quad (x\in\mathbb{R})$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}} = \ln\left|x+\sqrt{x^2-a^2}\right| + C \quad (|x|>a)$$

VI. $a>0$

$$\int \sqrt{a^2-x^2}\,dx = \frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2}\arcsin\frac{x}{a} + C \quad (|x|<a)$$

$$\int \sqrt{x^2+a^2}\,dx = \frac{x}{2}\sqrt{x^2+a^2} + \frac{a^2}{2}\ln\left(x+\sqrt{x^2+a^2}\right) + C \quad (x\in\mathbb{R})$$

$$\int \sqrt{x^2-a^2}\,dx = \frac{x}{2}\sqrt{x^2-a^2} - \frac{a^2}{2}\ln\left|x+\sqrt{x^2-a^2}\right| + C \quad (|x|>a)$$