

Вопросы к коллоквиуму на 2 курсе. 3 семестр.

«Числовые ряды. Функциональные последовательности и ряды».

1. Понятие числового ряда. Критерий Коши. Необходимое и достаточное условие сходимости рядов с неотрицательными членами.
- Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами (воп. 2-4)
2. Признаки сравнения.
3. Признаки Даламбера и Коши, их сравнение.
4. Признак Коши-Маклорена.
5. Теорема Римана о перестановке членов в числовых рядах.
6. Теорема Коши о перестановке членов в числовых рядах.
7. Последовательности с ограниченным изменением и их свойства.
8. Признаки сходимости произвольных числовых рядов (пр. Абеля).
9. Теорема Мертенса.
10. Взаимосвязь между сходимостью четырех рядов: повторных, двойного и «одинарного».
11. Метод Чезаро суммирования расходящихся рядов.
12. Метод Пуассона-Абеля суммирования расходящихся рядов.
13. Бесконечные произведения и их свойства.
14. Последовательности с равномерно ограниченным изменением и их свойства.
15. Признаки Абеля равномерной сходимости функц. рядов.
16. Признак Дини равномерной сходимости функц. послед. и рядов.
17. Непрерывность суммы функц. ряда.
18. Почленное интегрирование функц. рядов.
19. Почленное дифференцирование функц. последовательностей.
20. Сходимость в среднем, связь с равномерной сходимостью. *теор. о усл. сходим.*
21. Теорема Арцела.
22. Теорема Коши-Адамара.

ВОПРОСЫ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ.

1. Понятие числового ряда. Критерий Коши. Необходимое и достаточное условие сходимости рядов с неотрицательными членами.
2. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами (признаки сравнения, Даламбера, Коши, Коши-Маклорена).
3. Теоремы Коши и Римана о перестановке членов в числовых рядах.
4. Признаки сходимости произвольных числовых рядов (два признака Абеля, признаки Дирихле-Абеля, Лейбница).
5. Арифметические операции над сходящимися числовыми рядами. Теорема Мертенса.
6. Необходимое условие сходимости двойного ряда. Связь между сходимостью двойного ряда и повторного ряда. Критерий сходимости двойного ряда с неотрицательными членами.
7. Абсолютная сходимость двойного ряда. Взаимосвязь между сходимостью четырех рядов: повторных, двойного и «одинарного».
8. Обобщенные методы суммирования расходящихся рядов (методы Чезаро и Пуассона-Абеля).

9. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость. Критерий Коши.

10. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов (два признака Абеля, признаки Дирихле-Абеля, Вейерштрасса).
11. Признак Дини равномерной сходимости функциональных рядов и последовательностей. Почленный переход к пределу, непрерывность предельной функции функциональных последовательностей и рядов.
12. Почленное дифференцирование, существование первообразных функций для функциональных последовательностей и рядов.
13. Почленное интегрирование функциональных последовательностей и рядов (две теоремы). Сходимость в среднем, связь с равномерной сходимостью.
14. Теорема Арцела. Признак равностепенной непрерывности функциональной последовательности.
15. Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара. Непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование степенного ряда. Разложение функций в степенные ряды.
16. Определение и доказательство существования двойного интеграла при помощи прямоугольных разбиений области. Классы интегрируемых функций. Основные свойства двойного интеграла.
17. Определение двойного интеграла при помощи произвольных разбиений области. Эквивалентность двух определений.
18. Сведение двойного интеграла к повторному однократному.
19. Кратные несобственные интегралы от неотрицательных функций. Признаки сходимости.
20. Кратные несобственные интегралы от знакопеременных функций. Эквивалентность понятий сходимости и абсолютной сходимости.
21. Криволинейные интегралы первого и второго рода.
22. Понятие поверхности. Нормаль и касательная плоскость к поверхности. Лемма о проекции окрестности точки на касательную плоскость.
23. Площадь поверхности. Квадрируемость поверхности.
24. Поверхностные интегралы первого и второго рода.
25. Преобразование базисов. Инварианты линейного оператора.
26. Дивергенция, ротор и производная по направлению векторного поля. Повторные операции теории поля.
27. Формула Грина. Формула Остроградского-Гаусса.
28. Формула Стокса.
29. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода на плоскости от пути интегрирования.