

**1. Исследовать на равномерную сходимость на множестве**

1.1 
$$\int_1^{\infty} \alpha e^{-\alpha^2 x^2} dx, \quad \alpha > 0$$

1.2 
$$\int_1^{\infty} \frac{\sin \alpha x}{x} dx, \quad \alpha > 0$$

1.3 
$$\int_1^{\infty} \frac{\cos \alpha x}{x} dx, \quad \alpha > 0$$

1.4 
$$\int_1^{\infty} \frac{e^{\alpha x}}{\sqrt{x}} dx, \quad \alpha < 0$$

1.5 
$$\int_1^{\infty} \alpha^2 e^{-\alpha \sqrt{x}} dx, \quad \alpha > 0$$

**2. Обосновать возможность дифференцирования под знаком интеграла и вычислить интеграл**

2.1 
$$\int_0^{\infty} \left( \frac{\sin \alpha x}{x} \right)^2 dx$$

2.2 
$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-\alpha x^2} + e^{-\beta x^2}}{x} dx, \quad \alpha > 0, \beta > 0$$

2.3 
$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-2x} \sin \alpha x}{x} dx$$

2.4 
$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^4 ax - \sin^4 bx}{x^2} dx, \quad a > 0, b > 0$$

2.5 
$$\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(\alpha x) + \operatorname{arctg}(\beta x)}{x} dx, \quad \alpha > 0, \beta > 0$$

2.6 
$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 \alpha x - \sin^2 \beta x}{x^2} dx, \quad \alpha > 0, \beta > 0$$

### 3. Ряды Фурье

3.1 Разложить функцию  $f(x) = x^2$  в тригонометрический ряд Фурье на интервале  $(0, 2\pi)$ . К чему сходится полученное выражение в точке  $x = 2\pi$  ?

3.2 Разложить функцию  $f(x) = x^2$  в тригонометрический ряд Фурье на интервале  $(0, \pi)$  - в ряд по синусам. К чему сходится полученное выражение в точке  $x = \frac{3\pi}{2}$  ?

3.3 Разложить функцию  $f(x) = \frac{\pi-x}{2}$  в тригонометрический ряд Фурье на интервале  $(0, \pi)$  - в ряд по косинусам. К чему сходится полученное выражение в точке  $x = -\frac{\pi}{2}$  ?

3.4 Разложить функцию  $f(x) = x$  в тригонометрический ряд Фурье на интервале  $(0, \pi)$  - в ряд по косинусам. К чему сходится полученное выражение в точке  $x = 3\pi$  ?

### 4. Вычислить интеграл (МА)

4.1 
$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[6]{1-x^6}}$$

4.2 
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{a-1} t dt, \quad a > 0$$

4.3 
$$\int_0^{\infty} \frac{x}{1+x^{12}} dx$$

### 5. Разложить в ряд Лорана на указанном множестве

5.1 
$$f(z) = \frac{1}{z^2 - 5z + 6}, \quad 2 < |z| < 3$$

5.2 
$$f(z) = \frac{1}{1 + z^2}, \quad 0 < |z - i| < 2$$

5.3 
$$f(z) = \frac{1}{z + z^2}, \quad 0 < |z| < 1$$

**6. Найти особые точки и определить их характер**

6.1 
$$f(z) = e^{\frac{1}{z+2}}, \quad z \neq \infty$$

6.2 
$$f(z) = \frac{\sin z}{e^{-z} + z - 1}, \quad z \neq \infty$$

6.3 
$$f(z) = \frac{1}{e^{-z} - 1} + \frac{1}{z^2}, \quad z \neq \infty$$

**7. Вычислить интеграл**

7.1 
$$\int_C (1 + i - 2\bar{z}) dz,$$

C - парабола  $y = x^2$ , соединяющая точки  $z_1 = 0$  и  $z_2 = 1 + i$

7.2 
$$\int_C (z^2 + z\bar{z}) dz,$$

C - дуга окружности  $|z| = 1$ ,  $0 \leq \arg z \leq \pi$

7.3 
$$\int_C z \operatorname{Im}(z^2) dz,$$

C:  $|z| = 1$ ,  $-\pi \leq \arg z \leq 0$

7.4 
$$\int_C e^{\bar{z}} dz,$$

C - прямая  $y = -x$ , соединяющая точки  $z_1 = 0$  и  $z_2 = \pi - i\pi$

7.5

$$\int_C z \sin \frac{1}{z^2} dz,$$

$C$  - прямоугольник  $\{1 + i, -1 + i, -1 - 2i, 1 - 2i\}$

**8. Применить методы ТФКП для вычисления интеграла.  
Обосновать применимость метода.**

8.1

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos x}{x^2 + a^2} dx, \quad a > 0$$

8.2

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 \sin ax}{(1 + x^2)^2} dx, \quad a > 0$$

## 9. Конформные отображения

9.1 Отобразить конформно на второй квадрант  $\{Im\omega > 0, Re\omega < 0\}$  плоскость с разрезом по отрезку  $\{x = 0, y \in [0, 2]\}$ .

9.2 Отобразить конформно сектор  $\{|z| < 2, 0 < argz < \pi/4\}$  на  $\{Im\omega > 0\}$ .

9.3 Отобразить конформно единичный круг на плоскость с разрезом вдоль положительной действительной полуоси.

9.4 Отобразить конформно полосу  $0 < x < \pi/4$  на первый квадрант  $\{0 < arg\omega < \pi/2\}$ .

9.5 Отобразить конформно полуполосу  $\{0 \leq x < \infty, 0 \leq y \leq \pi\}$  на  $\{Im\omega > 0\}$ .