фикс. $\forall p_0>0$. $\exists [c,d]$: $0<c<p_0<d$

$\Gamma(p)$ на $p\in[c,d]$

Пр. Вейерштрасса

$|f(x,p)| = |e^{-x}x^{p-1}| \underset{p\in[c,d]}{\leq} e^{-x}(x^{c-1}+x^{d-1})$

$\int_0^\infty e^{-x}(x^{c-1}+x^{d-1})dx$ сх. по частн! пр-ку ~~сравнения~~ сх-тью

$\Rightarrow$ (1) сх. равном. на $[c,d]$ $\underset{m.2,9+}{\Rightarrow}$ $\Gamma(p)$ непр. на $[c,d]$

$\Rightarrow \Gamma(p)$ непр. в т. p_0 $\forall$ т. $p_0 \Rightarrow \Gamma(p)$ непр. на $D(\Gamma(p))$ т.е. $p>0$.

3) Дифференцируемость п. 10, 10*

$\{ f(x,y), \frac{\partial f}{\partial y}$ непр. в P_{∞} (Л); $\int f(x,y)dx$ – сх $\forall y\in[c,d]$; $\int\frac{\partial f}{\partial y}dx \rightrightarrows$ на $[c,d]$ $\Rightarrow$ инт. дифферен. ф-я и $I' = \int\frac{\partial f}{\partial y}dx$ $\}$

$f(x,p) = e^{-x}x^{p-1}$ - непр. на $x>0$, $p>0$

$\frac{\partial f(x,p)}{\partial p} = e^{-x}x^{p-1}\ln x$ - непр. на $x>0, p>0$.

$\int_0^\infty e^{-x}x^{p-1}\ln x dx \rightrightarrows$ $p=0$ $\frac{\ln x}{x}$ $\not\rightrightarrows$ на $p\geq 0$.

фикс. $\forall$ т. $p_0>0$ $\exists [c,d]$: $0<c<p_0<d<\infty$

$\int_0^\infty e^{-x}x^{p-1}\ln x dx$ на $[c,d]\ni p$

Пр. Вейерштрасса. $|e^{-x}x^{p-1}\ln x| \leq e^{-x}|\ln x|(x^{c-1}+x^{d-1})$

$\int_0^\infty e^{-x}|\ln x|(x^{c-1}+x^{d-1})dx$ – сх $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ интегр. $\int_0^\infty \frac{\partial f}{\partial p}dx \rightrightarrows$ на $[c,d]$

$\underset{n.10,10*}{\Rightarrow}$ $\Gamma(p)$ дифферен. на $[c,d] \Rightarrow$ в т. p_0;

$\forall p_0 \Rightarrow$ в $\forall$ т. $p>0 \Rightarrow \Gamma(p)$ дифферен. на $D(\Gamma)$ и

$\Gamma'(p) = \int_0^\infty e^{-x}x^{p-1}\ln x dx$. $\underset{n.9,9*}{\Rightarrow}$ непр. ф-я

Аналогично $\Gamma''(p) = \int_0^\infty e^{-x}x^{p-1}\ln^2 x dx$,

$\Gamma^{(l)}(p) = \int_0^\infty e^{-x}x^{p-1}\ln^l x dx$, $l\in\mathbb{N}_0$

$\Gamma^{(l)}(p)$ непр. на $p>0 \Rightarrow \Gamma(p)\in C^\infty(0,\infty)$

4) Формула приведения

$\Gamma(p+1) \underset{p>0}{=} \int_0^\infty e^{-x}x^p dx = -e^{-x}x^p\Big|_{x=0}^{+\infty} + p\int_0^\infty e^{-x}x^{p-1}dx = p\Gamma(p)$

$\Gamma(p+1) = p\Gamma(p)$ (2) ф-ла приведения

$\Gamma(z+1) \underset{z\neq 0,-1,-2,\ldots}{=} z\Gamma(z)$, $z\in\mathbb{C}$ $z\in(p>0) \Rightarrow \Gamma(p) = \int\ldots$

В (2) $p>n-1$

$\Gamma(p+1) = p\Gamma(p) = p(p-1)\Gamma(p-1) = \ldots = p(p-1)\ldots(p-n+1)\Gamma(p-n+1)$ (3)

$\forall p \to p-n+1\in(0,1)$. Составлены таблицы для $\Gamma(p)$, $p\in(0,1)$