разберемся с вопросом 6 (*)

$\triangleleft\ p,q\geq 1.\quad f(t,y) = t^{p-1}y^{p+q-1}e^{-(1+t)y}$ непр. на $t,y\geq 0$ для $\forall p,q\geq 1$

$$\int_0^{+\infty} f(t,y)\,dt = y^{p+q-1}e^{-y}\int_0^{+\infty} t^{p-1}e^{-ty}\,dt \quad (1)$$

$$= y^{p+q-1}e^{-y}\frac{\Gamma(p)}{y^p}$$ - непр. $\triangleleft\ q\geq 1,\ y\geq 0$

$$\int_0^{+\infty} f(t,y)\,dy = t^{p-1}\int_0^{+\infty} y^{p+q-1}e^{-(1+t)y}\,dy \quad (2)$$

$$= \frac{t^{p-1}\Gamma(p+q)}{(1+t)^{p+q}}$$ - непр. на $t\geq 0$ $\forall p,q\geq 1$

$$\int_0^{+\infty}dy\int_0^{+\infty} f(t,y)\,dt = \Gamma(p)\Gamma(q)$$ сход $\forall p,q>0$.

все четыре п. 11 вычислительные $\Rightarrow$? в (*) можно убрать для $\forall p,q\geq 1$

$\exists\ p,q>0\quad (p+1,q+1>1 \Rightarrow \{(p)\}\Rightarrow$

$$\Rightarrow B(p+1,q+1) = \frac{\Gamma(p+1)\Gamma(q+1)}{\Gamma(p+q+2)} = \frac{p\Gamma(p)\,q\Gamma(q)}{(p+q)(p+q+1)\Gamma(p+q)}$$

$$\frac{p}{p+q+1}B(p,q+1) = \frac{p}{p+q+1}\cdot\frac{q}{p+q}B(p,q) \Rightarrow$$

в этом м-е (3) верна

$\Rightarrow B(p,q)$ - непр. и бесконечно дифф. на p,q $\forall p,q>0$

Упр $B(p,q_0) = f(p)$, $q_0 = \text{const}$.

Рассмотреть участок

§5 Асимптотика $\Gamma(\lambda+1)$ при $\lambda\to+\infty$ (для φ-ции Стирлинга) φ-ции

$$\Gamma(\lambda+1) = \int_0^{+\infty} e^{-t}t^{\lambda}\,dt \quad (1)$$

Лемма $\exists\ q>1$: $f(1)$ опред. и инт на нек. отр. $[-q,q]$, $q>0$ и для нек. $n\in\mathbb{N}$ $f(t) =$

$$= \sum_{k=0}^{2n-1} c_k t^k + O(t^{2n}) \text{ на } [-q,q] \quad (2)$$

$$\Rightarrow \exists\ \Lambda = \Lambda(q,n)>0:\ \forall\lambda>\Lambda$$

$$\int_{-q}^{q} e^{-\lambda t^2}f(t)\,dt = \sum_{l=0}^{n-1} c_{2l}\frac{\Gamma(l+\frac12)}{\lambda^{l+\frac12}} + O\left(\lambda^{-n+\frac12}\right) \quad (3)$$

$\lrcorner$ подставим (2) в лев. часть (3)

$$\underbrace{\int_{-q}^{q} e^{-\lambda t^2}t^{2l-1}\,dt}_{\text{нечетн}} = 0 \quad l=1,2,\dots$$

$$\int_{-q}^{q} e^{-\lambda t^2}t^{2l}\,dt = 2\int_0^q t^{2l}e^{-\lambda t^2}\,dt =$$

$l=0,1,\dots,n-1$

$$= 2\int_0^{+\infty} t^{2l}e^{-\lambda t^2}\,dt - 2\int_q^{+\infty} t^{2l}e^{-\lambda t^2}\,dt = J_1 - J_2$$

$$J_1 = 2\int_0^{+\infty} t^{2l}e^{-\lambda t^2}\,dt = 2\cdot\frac12\int_0^{+\infty}\left(\sqrt{\frac{x}{\lambda}}\right)^{2l}e^{-x}\frac{dx}{\sqrt{\lambda x}} =$$

$\{x=\lambda t^2\quad t\geq 0 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{x}{\lambda}};\ dt = \frac{dx}{2\sqrt{\lambda x}}\}$

$$= \frac{1}{\lambda^{l+\frac12}}\int_0^{+\infty} x^{l-\frac12}e^{-x}\,dx = \frac{\Gamma(l+\frac12)}{\lambda^{l+\frac12}}$$

$$J_2 = 2\int_q^{+\infty} t^{2l}\underbrace{e^{-\lambda t^2}}_{e^{-\lambda t^2+t^2-t^2} = e^{-(\lambda-1)t^2}e^{-t^2}}\,dt$$