Пусть $\lambda > 1 \Rightarrow \lambda - 1 > 0$ и $e^{-(\lambda-1)t^2} e^{-t^2} \le e^{-(\lambda-1)a^2} e^{-t^2}$

$I_2 \le 2 e^{-(\lambda-1)a^2} \int_a^{+\infty} t^{2l} e^{-t^2} dt =$

$= e^{-\lambda a^2} e^{a^2} \underbrace{\int_0^{\infty} t^{2l} e^{-t^2} dt}_{} = c e^{-\lambda a^2}$

$\int_{-a}^{a} t^{2l} e^{-\lambda t^2} dt = \frac{\Gamma(l + \frac{1}{2})}{\lambda^{l+\frac{1}{2}}} + O(e^{-\lambda a^2}), \ \lambda > 1$

$\left| \int_{-a}^{a} e^{-\lambda t^2} O(t^{2n}) dt \right| \le \int_{-a}^{a} e^{-\lambda t^2} |O(t^{2n})| dt \le$

$\le \underset{const}{c_1} \int_{-a}^{a} e^{-\lambda t^2} t^{2n} dt = c_1 \frac{\Gamma(n+\frac{1}{2})}{\lambda^{n+\frac{1}{2}}} + \underset{\lambda > 1}{O}(e^{-\lambda a^2})$

$e^{-\lambda a^2} \to 0$ быстрее к степени $\frac{1}{\lambda} \Rightarrow$

$\exists \Lambda > 1 : \forall \lambda > \Lambda \quad e^{-\lambda a^2} < \frac{1}{\lambda^{n+\frac{1}{2}}}$

$c_1 \frac{\Gamma(n+\frac{1}{2})}{\lambda^{n+\frac{1}{2}}} + \sum_{l=0}^{n} O(e^{-\lambda a^2}) = O\left(\frac{1}{\lambda^{n+\frac{1}{2}}}\right)$

[redacted]

Пусть в ф-ле (1)

$t = \lambda(1+x), \ \lambda > 0$

$dt = \lambda dx \quad \Gamma(\lambda+1) = \int^{+\infty} \lambda^{\lambda} (1+x)^{\lambda} e^{-\lambda(1+x)} \lambda dx =$

$= \lambda^{\lambda+1} e^{-\lambda} \int_{-1}^{+\infty} (1+x)^{\lambda} e^{-\lambda x} dx = \left(\frac{\lambda}{e}\right)^{\lambda} \lambda \int_{-1}^{+\infty} e^{-\lambda(x - \ln(1+x))} dx$

$\Gamma(\lambda+1) = \left(\frac{\lambda}{e}\right)^{\lambda} \lambda \underbrace{\int_{-1}^{+\infty} e^{-\lambda(x - \ln(1+x))} dx}_{I_\lambda} =$

$= \left(\frac{\lambda}{e}\right)^{\lambda} \lambda I_\lambda \quad (4)$

$-\lambda g^2(x) \quad -\lambda g^2(x) \ -2\lambda \ -g^2(x)$

$g^2(x) = x - \ln(1+x), \ x > -1$

$\exists g(x)$ — монотонная.

$g(x) = \operatorname{sgn} x \sqrt{x - \ln(1+x)}, \ x > -1$

Св-ва $g(x)$: определена на $x > -1$, монотонно строго возрастает, $g(0) = 0$, бесконечно дифференцируема на $x > -1$

$\Rightarrow$ ф-я $y = g(x)$ имеет обратную ф-ю

$x \to +\infty \ y \to +\infty; \ x \to -1, \ y \to -\infty$

$x = g^{-1}(y)$, опр. на $(-\infty, +\infty)$, принимает $(-1, +\infty)$, строго возрастает,

$g^{-1}(0) = 0$, бесконечно дифференцир.

Монотонность $y = g(x)$

$(g^2(x))' = (x - \ln(1+x))' = 1 - \frac{1}{1+x} = \frac{x}{1+x}$ $<0, \ x<0$; $>0, \ x>0$

$\Rightarrow y = g^2(x)$ убыв. $x<0$ и возр. $x>0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y = |g(x)|$ убыв. $x<0$, возр. $x>0$.

Т.к. $g(x) < 0$ при $x < 0 \Rightarrow y = g(x)$ возр. при $x < 0$ и возр. при $x > 0$

$x \ne 0 \Rightarrow g(x)$ — бескон. дифф. ф-я

В окр. т. $x = 0$

$g^2(x) = x - \ln(1+x) = x - \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots\right) =$

$= x^2\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{3} + \frac{x^2}{4} - \ldots\right) = x^2 h(x)$

$h(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^k}{k+2}$, $R = 1$ — радиус сх-ти