

Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$ ортогонален, $\langle \psi_k, \psi_j \rangle = 0$.
 Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$, $k=1, 2, \dots, n$.
 Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$, $k=1, 2, \dots, n$.
 Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$, $k=1, 2, \dots, n$.

$$(\psi_k, \psi_j) = \delta_{kj} = \begin{cases} 1, & k=j \\ 0, & k \neq j \end{cases}$$

Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$, $k=1, 2, \dots, n$.
 Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$, $k=1, 2, \dots, n$.

Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$, $k=1, 2, \dots, n$.
 Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$, $k=1, 2, \dots, n$.

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} P_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{d^n}{dx^n} (x^2-1)^n$$

Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$, $k=1, 2, \dots, n$.
 Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$, $k=1, 2, \dots, n$.

Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$, $k=1, 2, \dots, n$.
 Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$, $k=1, 2, \dots, n$.

$$\sum_{k=1}^n c_k \psi_k$$

Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$, $k=1, 2, \dots, n$.
 Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$, $k=1, 2, \dots, n$.

Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$, $k=1, 2, \dots, n$.
 Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$, $k=1, 2, \dots, n$.

$$\|f\|^2 = \sum_{k=1}^n c_k^2 \|\psi_k\|^2 = \sum_{k=1}^n c_k^2 \int_{-1}^1 (x^2-1)^{2n} dx = \int_{-1}^1 (f(x))^2 dx$$

$$\sum_{k=1}^n c_k c_i (\psi_k, \psi_i) = \sum_{k=1}^n c_k^2$$

$$= (f, f) - 2 \sum_{k=1}^n c_k f_k + \sum_{k=1}^n c_k^2 =$$

$$= \sum_{k=1}^n (c_k^2 - 2c_k f_k + f_k^2) = \|f\|^2 =$$

$$= \|f\|^2 - 2 \sum_{k=1}^n c_k f_k + \sum_{k=1}^n f_k^2 \geq 0$$

(5)

$$\min c_k = f_k, k=1, 2, \dots, n.$$

[выражения I]

Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$, $k=1, 2, \dots, n$.
 Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$, $k=1, 2, \dots, n$.

Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$, $k=1, 2, \dots, n$.
 Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$, $k=1, 2, \dots, n$.

Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$, $k=1, 2, \dots, n$.
 Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$, $k=1, 2, \dots, n$.

Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$, $k=1, 2, \dots, n$.
 Ортогональный базис $\psi_k \in \mathbb{R}^n$, $k=1, 2, \dots, n$.

$$\|f\|^2 = \sum_{k=1}^n c_k^2 \|\psi_k\|^2 = \sum_{k=1}^n c_k^2 \int_{-1}^1 (x^2-1)^{2n} dx = \int_{-1}^1 (f(x))^2 dx$$

(выражения II)