

Замечание 1) Если $f(x) \in C[a, b]$ и $f(x) \geq 0$, то $\int_a^b f(x) dx \geq 0$.
 Если $f(x) \leq 0$, то $\int_a^b f(x) dx \leq 0$.
 Если $f(x) \geq 0$ и $f(x) \leq 0$ одновременно, то $f(x) = 0$.

2) Если $f(x) \in C[a, b]$ и $f(x) \geq 0$, то $\int_a^b f(x) dx = 0$ тогда и только тогда, когда $f(x) = 0$ на $[a, b]$.
 Если $f(x) \in C[a, b]$ и $f(x) \geq 0$, то $\int_a^b f(x) dx > 0$ тогда и только тогда, когда $f(x) > 0$ на $[a, b]$.

н.3. Интегралы от степеней

Рассмотрим интеграл $\int_a^b x^k dx$ для $k \neq -1$.
 $\int_a^b x^k dx = \frac{x^{k+1}}{k+1} \Big|_a^b = \frac{b^{k+1} - a^{k+1}}{k+1}$

Если $k = -1$, то $\int_a^b x^{-1} dx = \ln|x| \Big|_a^b = \ln|b| - \ln|a|$.

Если $k = 0$, то $\int_a^b x^0 dx = x \Big|_a^b = b - a$.

Если $k = 1$, то $\int_a^b x^1 dx = \frac{x^2}{2} \Big|_a^b = \frac{b^2 - a^2}{2}$.

Если $k = 2$, то $\int_a^b x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_a^b = \frac{b^3 - a^3}{3}$.

Если $k = 3$, то $\int_a^b x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_a^b = \frac{b^4 - a^4}{4}$.

2) $\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0$ $f(x) \in C[a, b]$, $g(x) = f(x)$, $\|f(x) - g(x)\| < \frac{\epsilon}{3}$.

3) $\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0$ $\|f(x) - g(x)\| < \frac{\epsilon}{3}$.
 Если $f(x) \in C[a, b]$ и $g(x) \in C[a, b]$, то $\|f(x) - g(x)\| < \frac{\epsilon}{3}$.

Интегралы

1) $\int_a^b f(x) dx \in [a, b]$ \Rightarrow эсперанс.
 $\int_a^b f(x) dx \in [a, b]$ \Rightarrow эсперанс.

2) $\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0$ $\|f(x) - g(x)\| < \frac{\epsilon}{3}$.
 $\int_a^b f(x) dx \in [a, b]$ \Rightarrow эсперанс.

3) $\int_a^b f(x) dx \in [a, b]$ \Rightarrow эсперанс.
 $\int_a^b f(x) dx \in [a, b]$ \Rightarrow эсперанс.

4) $\int_a^b f(x) dx \in [a, b]$ \Rightarrow эсперанс.
 $\int_a^b f(x) dx \in [a, b]$ \Rightarrow эсперанс.

5) $\int_a^b f(x) dx \in [a, b]$ \Rightarrow эсперанс.
 $\int_a^b f(x) dx \in [a, b]$ \Rightarrow эсперанс.

6) $\int_a^b f(x) dx \in [a, b]$ \Rightarrow эсперанс.
 $\int_a^b f(x) dx \in [a, b]$ \Rightarrow эсперанс.