$\Leftarrow$ {т. 5}

<u>Следствие 2</u>. Для $\forall f(x) \in L[-\pi,\pi]$, 2π-пер. на $\mathbb{R}$, $f(x)$ тригоном. ряд Фурье ф-и $f(x)$ сх. в среднем к f на $[-\pi,\pi]$.

$S_n(x,f) \rightrightarrows f(x)$ на $[-\pi,\pi]$ с/м $n\to\infty$

<u>Следствие 3</u>. Для $\forall f(x) \in L[-\pi,\pi]$, 2π-пер. на $\mathbb{R}$, её тригоном. ряд Фурье можно почленно интегр. на $[-\pi,\pi]$.

(из сл. 2 и нер. 3 семестра)

<u>Следствие 4</u>. Любые 2 различн. ф-и $f(x), g(x) \in E_0[-\pi,\pi]$ не могут иметь одинак. тригоном. рядов Фурье.

($\Leftarrow$ из т. 8)

<u>Следствие 5</u>. $\exists f(x) \in E_0[-\pi,\pi]$, $\underset{(\text{ТРФ})}{S_n(x,f)} \rightrightarrows$ на $[a,b] \subset [-\pi,\pi]$

$\Rightarrow S_n(x,f) \rightrightarrows f(x)$ на $[a,b]$.

☐ $\exists\, S_n(x,f) \rightrightarrows g(x)$ на $[a,b]$, $g(x)$ - непр. ф-я.

Тогда $S_n(x,f) \Rightarrow g(x)$ на $[a,b]$ (из 3 сем) в среднем

$\forall\varepsilon>0\ \exists N\ \forall n>N$ $\|S_n(x,f) - g(x)\|_{[a,b]} < \frac{\varepsilon}{2}$

Из сл-я 2: $S_n(x,f) \Rightarrow f(x)$ на $[-\pi,\pi]$ $\Rightarrow$ сх-ся в ср. к $f(x)$ на $[a,b]$

$\forall\varepsilon>0\ \exists N_1: \forall n>N_1$ $\|f(x) - S_n(x,f)\|_{[a,b]} < \frac{\varepsilon}{2}$.

$\|f-g\| \le \|f-S_n\|_{[a,b]} + \|g-S_n\|_{[a,b]} < \frac{\varepsilon}{2}+\frac{\varepsilon}{2} < \varepsilon$

$\forall n > \max(N, N_1)$

$\|f-g\| < \varepsilon,\ \forall\varepsilon>0 \Rightarrow \|f-g\| = 0 \Rightarrow$ т.к. E_0 - евкл. пр-во $\Rightarrow f \equiv g$ на $[a,b]$.

■

~~Следствие 6~~ п. 6. <u>Локализованная т. Фейера</u>.

Т.з. $f \in C[-\pi,\pi]$, $f(-\pi) = f(\pi)$, 2π-пер на $\mathbb{R}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \sigma_n(x,f) \rightrightarrows f(x)$ на $[-\pi,\pi]$ ($\mathbb{R}$), $f \in L[-\pi,\pi]$.

<u>Теор. 13</u>. (лок. т. Фейера)

$\exists f(x)$ инт. на $[-\pi,\pi]$, 2π-пер на $\mathbb{R}$ и в некот. т. x_0

$\exists f(x_0 \pm 0)$ $\Rightarrow$ $\sigma_n(x_0,f) \xrightarrow[n\to\infty]{} \frac{f(x_0+0)+f(x_0-0)}{2} = \tilde{f}(x_0)$ (1)

☐ $f \in L[-\pi,\pi] \Rightarrow$ огранич. на $[-\pi,\pi]$ и на $\mathbb{R}$.

$\exists M>0: |f| \le M$ для $\forall x \in \mathbb{R}$

$\exists f(x_0 \pm 0)$: $\forall\varepsilon>0\ \exists\delta>0$: $|f(x_0+t) - f(x_0+0)| < \frac{\varepsilon}{2}$ $\forall t \in (0,\delta)$

$|f(x_0-t) - f(x_0-0)| < \frac{\varepsilon}{2}$, $\forall t \in (-\delta, 0)$ $\Bigg\}$ (2)