$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{2\sin\frac{t}{2}}, & \delta \le |t| \le \pi \\ 0, & |t| < \delta \end{cases}$$

$$J_2 = \int\limits_{\delta\le|t|\le\pi} f(x+t) D_n(t)\,dt = \frac{1}{\pi}\int\limits_{\delta\le|t|\le\pi} f(x+t)\frac{\sin(n+\frac12)t}{2\sin\frac t2}\,dt =$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x+t)\,g(t)\sin\left(n+\tfrac12\right)t\,dt = c_n(x) \overset{\text{равн. по } x}{\underset{n\to\infty}{\rightrightarrows}} 0$$

$\forall \varepsilon>0\ \exists N\ \forall n>N$

$|J_2| < \frac{\varepsilon}{3},\ \forall x\in[-\pi,\pi]\ \ (\forall x\in[a,b])$

$$J_3 = f(x)\int\limits_{\delta\le|t|\le\pi} D_n(t)\,dt = f(x)\frac{1}{\pi}\int\limits_{\delta\le|t|\le\pi}\frac{\sin(n+\frac12)t}{2\sin\frac t2}\,dt =$$

$$= f(x)\,\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} g(t)\sin\left(n+\tfrac12\right)t\,dt = f(x)\cdot e_n(x) \underset{n\to\infty}{\rightrightarrows} 0$$

$f(x+t)\equiv 1$

$\Rightarrow \exists N:\ \forall n>N\quad |J_3| < \frac{\varepsilon}{3}\quad \forall x\in[-\pi,\pi]\ \ ([a,b])$

$(\forall[-\pi,\pi],\ \forall[a,b])$

$\Rightarrow \forall\varepsilon>0.\ [-\pi,\pi]\ (\forall[a,b])\quad \exists N:\ \forall n>N$

$$|S_n(x,f) - f(x)| < \left|\int_{-\delta}^{\delta}\big(f(x+t)-f(x)\big)D_n(t)\,dt\right| + \frac{2\varepsilon}{3}$$

$\forall t\in(x-\delta, x+\delta)$

$\forall\delta>0$ - как угодно мал.

Следствие Пусть $\forall f(x)\in L[-\pi,\pi]$, $2\pi \sim \mathbb{R}$.

$\forall\varepsilon>0\quad \forall\delta\in(0,\pi)\quad \forall[a,b]\subset\mathbb{R}$

$$|S_n(x,f) - f(x)| < \left|\int_{-\delta}^{\delta}\big(f(x+t)-f(x)\big)D_n(t)\,dt\right| + \frac{2}{3}\varepsilon$$

§6 Сх-мо ТРСФ в точке

Опр. Будем говорить, что $f(x)$ удовл. в т. x справа усл-ю Гёльдера с показ. $\alpha\in(0,1]$, если $\exists f(x+0)$,

$\exists M>0\quad |f(x+t) - f(x+0)| \le M t^{\alpha},\ \forall t\in(0,\delta)$ для нек. $\delta>0$.

А f удовл. в т. x слева усл-ю Гёльдера с показ. $\alpha\in(0,1]$, если $\exists f(x-0)$, $\exists M>0$, $\exists\delta>0$

$$|f(x+t) - f(x-0)| \le M|t|^{\alpha},\ \forall t\in(-\delta,0)$$

$$\exists f'_+(x) = \lim_{t\to+0}\frac{f(x+t)-f(x+0)}{t}$$

$$f'_-(x) = \lim_{t\to-0}\frac{f(x+t)-f(x-0)}{t}$$

Теор. 17 $f(x)\in L[-\pi,\pi]$, $2\pi\sim\mathbb{R}$ и в нек. т. $x_0\in\mathbb{R}$ удовл. справа усл. Гёльдера с показ. $\alpha_1\in(0,1]$, слева усл. Гёльдера с показ. $\alpha_2\in(0,1]$

$\Rightarrow$ ТРСФ ф-и $f(x)$ сх-ся в т. x_0 к $S(x_0) = \frac{f(x_0+0)+f(x_0-0)}{2}$