Дополнение к главе 9, §6.

Равномерная сходимость ТРФ функций из классов Гёльдера.

Опр. Пусть $f(x)$ непр. на $[a,b]$. $\forall \delta>0$ модулем непрерывности $\omega(\delta,f)$ ф-и $f(x)$ на $[a,b]$ наз-ся

$$\omega(\delta,f)=\sup_{\substack{x',x''\in[a,b]:\\ |x'-x''|<\delta}}|f(x')-f(x'')|$$

Из т. Кантора $\Rightarrow$ если $f(x)$ непр. на $[a,b]$ $\Rightarrow$ $\omega(\delta,f)\to 0$ при $\delta\to 0$. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $\omega(\delta,f)=\bar{o}(1)$ при $\delta\to 0$.

Если $f(x)$ им. ограничен. произв-ю $f'(x)$, то $\omega(\delta,f)=\underline{O}(\delta)$

т.к. $|f(x')-f(x'')|\le|f'(\xi)|\,|x'-x''|\le M\delta$

$\exists$ ф-и для кот. $\omega(\delta,f)=\underline{O}(\delta^\alpha)$, $\alpha<1$

$\boxed{\text{Прим.}}$ Можно д-ть, что: $x^{\frac1n}$: $\omega(\delta,x^{\frac1n})=\underline{O}(\delta^{\frac1n})$ на $[0,1]$

Опр. Классом Гёльдера $C^\alpha[a,b]$ с показ. $\alpha\in(0,1]$ наз-ся мн-во всех таких ф-й $f(x)$, что $\omega(\delta,f)=\underline{O}(\delta^\alpha)$

$x^{\frac13}\in C^{1/3}[0,1]$

Теор 18. Пусть $f(x)\in C^\alpha[-\pi,\pi]$, $\alpha\in(0,1]$, $f(-\pi)=f(\pi)$, $\Rightarrow S_n(x,f)\rightrightarrows f(x)$ на $[-\pi,\pi]$.

□ $|f(x+t)-f(x)|\le M|t|^\alpha$, $\forall t: |t|<\delta$, $x\in[-\pi,\pi]$

Далее —//— т. 17 ■

Теор. 19. $f(x)\in L[-\pi,\pi]$, 2π-п.

Пусть $f(x)\in C^\alpha[a,b]$, $b-a\le 2\pi$

$\Rightarrow$ $\forall\delta\in\left(0,\frac{b-a}{2}\right)$: ТРФ сх. равн. к $f(x)$ на $[a+\delta,b-\delta]$

□ $|f(x+t)-f(x)|\le M|t|^\alpha$ $\forall x\in[a+\delta,b-\delta]$, $|t|\le\delta$.

Далее —//— т. 17. ■