

---

# Реляционные алгебра и исчисление

---

С.Д. Кузнецов. Базы данных. Тема 4

---

# План (1)

- Введение
- Алгебра Кодда
  - Общая характеристика
  - Замкнутость реляционной алгебры и операция переименования
  - Особенности теоретико-множественных операций реляционной алгебры
  - Специальные реляционные операции

# План (2)

- Реляционная алгебра А Кристофера Дейта и Хью Дарвена
  - Базовые операции Алгебры А
  - Полнота Алгебры А
  - Избыточность Алгебры А
- Реляционное исчисление кортежей
  - Кортежные переменные
  - Правильно построенные формулы
  - Целевые списки и выражения реляционного исчисления

---

# План (3)

- Реляционное исчисление доменов
  - Условия членства
  - Выражения исчисления доменов

# Введение (1)

- Два базовых механизма манипулирования реляционными данными
- Основанная на теории множеств реляционная алгебра
- Базирующееся на математической логике реляционное исчисление:
  - исчисление кортежей
  - исчисление доменов

# Введение (2)

- Механизмы обладают одним важным свойством:
  - они замкнуты относительно понятия отношения
- Выражения реляционной алгебры и формулы реляционного исчисления определяются над отношениями реляционных БД, и результатом их “вычисления” также являются отношения
- Любое выражение или формула могут интерпретироваться как отношения, что позволяет использовать их в других выражениях или формулах исчисления кортежей
- Эквивалентность механизмов

# Алгебра Кодда (1)

## Общая характеристика (1)

- **Операции обладают очевидной и простой интерпретацией**
  - При выполнении операции *объединения* (UNION) двух отношений производится отношение, включающее все кортежи, входящие хотя бы в одно из отношений-операндов
  - Операция *пересечения* (INTERSECT) двух отношений производит отношение, включающее все кортежи, входящие в оба отношения-операнда
  - Отношение, являющееся *разностью* (MINUS) двух отношений, включает все кортежи, входящие в отношение-первый операнд, такие, что ни один из них не входит в отношение, являющееся вторым операндом
  - При выполнении *декартова произведения* (TIMES) двух отношений производится отношение, кортежи которого являются конкатенацией (сцеплением) кортежей первого и второго операндов

# Алгебра Кодда (2)

## Общая характеристика (2)

- Результатом *ограничения* (WHERE) отношения по некоторому условию является отношение, включающее кортежи отношения-операнда, удовлетворяющие этому условию
- При выполнении *проекции* (PROJECT) отношения на заданное подмножество множества его атрибутов производится отношение, кортежи которого производятся путем взятия соответствующих значений из кортежей отношения-операнда
- При *соединении* (JOIN) двух отношений по некоторому условию образуется результирующее отношение, кортежи которого являются конкатенацией кортежей первого и второго отношений и удовлетворяют этому условию
- У операции *реляционного деления* (DIVIDE BY) два операнда – бинарное и унарное отношения. Результирующее отношение состоит из унарных кортежей, включающих значения первого атрибута кортежей первого операнда таких, что множество значений второго атрибута (при фиксированном значении первого атрибута) включает множество значений второго операнда



# Алгебра Кодда (3)

## Общая характеристика (3)

- Операция *переименования* (RENAME) производит отношение, тело которого совпадает с телом операнда, но имена атрибутов могут быть изменены
- Операция *присваивания* (:=) позволяет сохранить результат вычисления реляционного выражения в существующем отношении БД
- Поскольку результатом любой реляционной операции (кроме операции присваивания) является некоторое отношение, можно образовывать реляционные выражения, в которых вместо отношения-операнда некоторой реляционной операции находится вложенное реляционное выражение
- При построении реляционного выражения могут участвовать все реляционные операции, кроме операции присваивания
- Вычисление выражения производится слева направо с учетом приоритетов операций и скобок

## Алгебра Кодда (4)

### Общая характеристика (4)

Операция	Приоритет
RENAME	4
RESTRICT	3
PROJECT	3
TIMES	2
JOIN	2
INTERSECT	2
DIVIDE BY	2
UNION	1
MINUS	1

Таблица приоритетов операций традиционной реляционной алгебры

## Алгебра Кодда (5)

### Замкнутость реляционной алгебры и операция переименования

- В алгебре, операции которой замкнуты относительно понятия отношения, каждая операция должна производить отношение в полном смысле, т.е. оно должно обладать и телом, и заголовком
- Если отношений-операндов операции декартова произведения имеются одноименные атрибуты с одинаковыми доменами, то операцию невозможно выполнить корректно
- Аналогичные проблемы могут возникать и в случаях операций объединения, пересечения и вычитания
- Для разрешения этих проблем в состав операций реляционной алгебры вводится операция переименования
- К одному из операндов сначала применяется операция переименования, а затем основная операция выполняется уже безо всяких проблем

# Алгебра Кодда (6)

## Теоретико-множественные операции (1)

- Если в реляционной алгебре допустить возможность теоретико-множественного объединения двух произвольных отношений (с разными схемами), то результатом операции будет множество, но множество разнотипных кортежей, т.е. не отношение
- *Два отношения совместимы по объединению в том и только в том случае, когда обладают одинаковыми схемами*
- В заголовках обоих отношений содержится один и тот же набор имен атрибутов, и одноименные атрибуты определены на одном и том же домене
- Если два отношения совместимы по объединению, то при выполнении над ними операций объединения, пересечения и взятия разности результатом операции является отношение с корректно определенным заголовком, совпадающим с заголовком каждого из отношений-операндов
- Отношения, “почти” совместимые по объединению, можно сделать полностью совместимыми по объединению путем применения операции переименования

# Алгебра Кодда (7)

## Теоретико-множественные операции (2)

**СОТРУДНИКИ\_В\_ПРОЕКТЕ\_1**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	СОТР_ОТД_НОМЕР
2934	Иванов	11,200	310
2935	Петров	14,400	310
2936	Сидоров	9,200	313
2937	Федоров	11,000	310
2938	Иванова	11,200	315

**СОТРУДНИКИ\_В\_ПРОЕКТЕ\_2**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	СОТР_ОТД_НОМЕР
2934	Иванов	11,200	310
2935	Петров	14,400	310
2939	Сидоренко	9,200	313
2940	Федоренко	11,000	310
2941	Иваненко	11,200	315

**СОТРУДНИКИ\_В\_ПРОЕКТЕ\_1 UNION СОТРУДНИКИ\_В\_ПРОЕКТЕ\_2**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	СОТР_ОТД_НОМЕР
2934	Иванов	11,200	310
2935	Петров	14,400	310
2939	Сидоренко	9,200	313
2940	Федоренко	11,000	310
2941	Иваненко	11,200	315
2936	Сидоров	9,200	313
2937	Федоров	11,000	310
2938	Иванова	11,200	315

# Алгебра Кодда (8)

## Теоретико-множественные операции (3)

**СОТРУДНИКИ\_В\_ПРОЕКТЕ\_1**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	СОТР_ОТД_НОМЕР
2934	Иванов	11,200	310
2935	Петров	14,400	310
2936	Сидоров	9,200	313
2937	Федоров	11,000	310
2938	Иванова	11,200	315

**СОТРУДНИКИ В ПРОЕКТЕ 2**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	СОТР_ОТД_НОМЕР
2934	Иванов	11,200	310
2935	Петров	14,400	310
2939	Сидоренко	9,200	313
2940	Федоренко	11,000	310
2941	Иваненко	11,200	315

**СОТРУДНИКИ\_В\_ПРОЕКТЕ\_1 INTERSECT СОТРУДНИКИ\_В\_ПРОЕКТЕ\_2**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	СОТР_ОТД_НОМЕР
2934	Иванов	11,200	310
2935	Петров	14,400	310

# Алгебра Кодда (9)

## Теоретико-множественные операции (4)

**СОТРУДНИКИ\_В\_ПРОЕКТЕ\_1**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	СОТР_ОТД_НОМЕР
2934	Иванов	11,200	310
2935	Петров	14,400	310
2936	Сидоров	9,200	313
2937	Федоров	11,000	310
2938	Иванова	11,200	315

**СОТРУДНИКИ\_В\_ПРОЕКТЕ\_2**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	СОТР_ОТД_НОМЕР
2934	Иванов	11,200	310
2935	Петров	14,400	310
2939	Сидоренко	9,200	313
2940	Федоренко	11,000	310
2941	Иваненко	11,200	315

**СОТРУДНИКИ\_В\_ПРОЕКТЕ\_1 MINUS СОТРУДНИКИ\_В\_ПРОЕКТЕ\_2**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	СОТР_ОТД_НОМЕР
2936	Сидоров	9,200	313
2937	Федоров	11,000	310
2938	Иванова	11,200	315

- Включение в состав операций реляционной алгебры трех операций избыточно, поскольку операция пересечения выражается через операцию взятия разности

# Алгебра Кодда (10)

## Теоретико-множественные операции (5)

- В теории множеств декартово произведение может быть получено для любых двух множеств, и элементами результирующего множества являются пары, составленные из элементов первого и второго множеств
- Поскольку отношения являются множествами, то и для любых двух отношений возможно получение прямого произведения.
  - Но результат не будет отношением!
- При взятии расширенного декартова произведения двух отношений, элементом результирующего отношения является кортеж, являющийся конкатенацией (или слиянием) одного кортежа первого отношения и одного кортежа второго отношения
- Пусть имеются два отношения  $R1 \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  и  $R2 \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$ . Тогда результатом операции  $R1 \text{ TIMES } R2$  является отношение  $R \{a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_m\}$ , тело которого является множеством кортежей вида  $\{r_{a1}, r_{a2}, \dots, r_{an}, r_{b1}, r_{b2}, \dots, r_{bm}\}$  таких, что  $\{r_{a1}, r_{a2}, \dots, r_{an}\}$  входит в тело  $R1$ , а  $\{r_{b1}, r_{b2}, \dots, r_{bm}\}$  входит в тело  $R2$



# Алгебра Кодда (11)

## Теоретико-множественные операции (6)

- Как получить корректно сформированный заголовок отношения-результата?
- Проблемой может быть именование атрибутов результирующего отношения, если отношения-операнды обладают одноименными атрибутами
- *Два отношения совместимы по взятию расширенного декартова произведения в том и только в том случае, если схемы этих отношений не пересекаются*
- Любые два отношения всегда могут быть сделаны совместимыми по взятию декартова произведения путем применения операции переименования к одному из этих отношений

# Алгебра Кодда (12)

## Теоретико-множественные операции (7)

### СОТРУДНИКИ\_В\_ПРОЕКТЕ\_1

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	СОТР_ОТД_НОМЕР
2934	Иванов	11,200	310
2935	Петров	14,400	310
2936	Сидоров	9,200	313
2937	Федоров	11,000	310
2938	Иванова	11,200	315

### ПРОЕКТЫ

ПРОЕКТ_НАЗВ	ПРОЕКТ_РУК
ПРОЕКТ 1	Иванов
ПРОЕКТ 2	Иваненко

# Алгебра Кодда (13)

## Теоретико-множественные операции (8)

СЛУ_НОМЕР	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ОТД_НОМЕР	ПРОЕКТ_НАЗВ	ПРОЕКТ_РУК
4434	Иванов	22400.00	625	ПРОЕКТ 1	Иванов
4435	Петров	29600.00	625	ПРОЕКТ 1	Иванов
4415	Сидоров	23000.00	636	ПРОЕКТ 1	Иванов
4436	Федоров	20000.00	625	ПРОЕКТ 1	Иванов
4440	Иванова	22000.00	640	ПРОЕКТ 1	Иванов
4434	Иванов	22400.00	625	ПРОЕКТ 2	Иваненко
4435	Петров	29600.00	625	ПРОЕКТ 2	Иваненко
4415	Сидоров	23000.00	636	ПРОЕКТ 2	Иваненко
4436	Федоров	20000.00	625	ПРОЕКТ 2	Иваненко
4440	Иванова	22000.00	640	ПРОЕКТ 2	Иваненко

# Алгебра Кодда (14)

## Теоретико-множественные операции (9)

- Операция взятия декартова произведения не является осмысленной на практике
  - мощность тела ее результата очень велика даже при допустимых мощностях операндов
  - результат операции не более информативен, чем взятые в совокупности операнды
- Смысл включения операции состоит в том, что на ее основе определяется операция соединения
- Все четыре операции являются ассоциативными:  
 $(A \text{ OP } B) \text{ OP } C = A (B \text{ OP } C)$
- Все операции, кроме взятия разности, являются коммутативными, т.е.  $A \text{ OP } B = B \text{ OP } A$

# Алгебра Кодда (14)

## Специальные реляционные операции (1)

- Операция ограничения требует наличия двух операндов: ограничиваемого отношения и простого условия ограничения
- Простое условие ограничения может иметь вид:
  - $(a \text{ comp-ор } b)$ , где  $a$  и  $b$  – имена атрибутов ограничиваемого отношения, для которых осмысленна операция сравнения *comp-ор*
  - $(a \text{ comp-ор } \textit{const})$ , где  $a$  – имя атрибута ограничиваемого отношения, а *const* – литерально заданная константа
- Производится отношение, заголовок которого совпадает с заголовком отношения-операнда, а в тело входят те кортежи отношения-операнда, для которых значением условия ограничения является *true*
- Для обозначения вызова операции ограничения будем использовать конструкцию  $A \text{ WHERE } \textit{comp}$ , где  $A$  – ограничиваемое отношение, а *comp* – простое условие сравнения

# Алгебра Кодда (15)

## Специальные реляционные операции (2)

- Пусть *comp1* и *comp2* – два простых условия ограничения. Тогда по определению:
  - *A* WHERE (*comp1* AND *comp2*) обозначает то же самое, что и (*A* WHERE *comp1*) INTERSECT (*A* WHERE *comp2*)
  - *A* WHERE (*comp1* OR *comp2*) обозначает то же самое, что и (*A* WHERE *comp1*) UNION (*A* WHERE *comp2*)
  - *A* WHERE NOT *comp1* обозначает то же самое, что и *A* MINUS (*A* WHERE *comp1*)
- Эти определения позволяют использовать операции ограничения, в которых условием ограничения является произвольное булевское выражение, составленное из простых условий с использованием логических связок AND, OR, NOT и скобок

# Алгебра Кодда (16)

## Специальные реляционные операции (3)

**СОТРУДНИКИ\_В\_ПРОЕКТЕ\_1**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	СОТР_ОТД_НОМЕР
2934	Иванов	11,200	310
2935	Петров	14,400	310
2936	Сидоров	9,200	313
2937	Федоров	11,000	310
2938	Иванова	11,200	315

**СОТРУДНИКИ\_В\_ПРОЕКТЕ\_1 WHERE  
(СОТР\_ЗАРП > 11,000 AND (СОТР\_ОТД\_НОМ = 310 OR СОТР\_ОТД\_НОМ = 315))**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	СОТР_ОТД_НОМЕР
2934	Иванов	11,200	310
2935	Петров	14,400	310
2938	Иванова	11,200	315

# Алгебра Кодда (17)

## Специальные реляционные операции (4)

- Операция взятия проекции требует наличия двух операндов – проецируемого отношения  $A$  и подмножества множества имен атрибутов, входящих в заголовок отношения  $A$
- Результатом проекции отношения  $A$  на множество атрибутов  $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  (PROJECT  $A \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ) является отношение
  - с заголовком, определяемым множеством атрибутов  $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ , и
  - с телом, состоящим из кортежей вида  $\langle a_1:v_1, a_2:v_2, \dots, a_n:v_n \rangle$  таких, что в отношении  $A$  имеется кортеж, атрибут  $a_1$  которого имеет значение  $v_1$ , атрибут  $a_2$  имеет значение  $v_2$ , ..., атрибут  $a_n$  имеет значение  $v_n$
- При выполнении операции проекции выделяется «вертикальная» вырезка отношения-операнда с естественным уничтожением потенциально возникающих кортежей-дубликатов



# Алгебра Кодда (18)

## Специальные реляционные операции (5)

**СОТРУДНИКИ\_В\_ПРОЕКТЕ\_1**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	СОТР_ОТД_НОМЕР
2934	Иванов	11,200	310
2935	Петров	14,400	310
2936	Сидоров	9,200	313
2937	Федоров	11,000	310
2938	Иванова	11,200	315

**ПРОЕКТ СОТРУДНИКИ\_В\_ПРОЕКТЕ\_1 { СОТР\_ОТД\_НОМ }**

СОТР_ОТД_НОМЕР
310
313
315

# Алгебра Кодда (19)

## Специальные реляционные операции (6)

- Общая операция соединения (называемая также соединением по условию) требует наличия двух операндов – соединяемых отношений и третьего операнда – простого условия
- Пусть соединяются отношения  $A$  и  $B$ . Как и в случае операции ограничения, условие соединения  $comp$  имеет вид
  - либо  $(a \text{ comp-ор } b)$ ,
  - либо  $(a \text{ comp-ор } const)$ ,
- где  $a$  и  $b$  – имена атрибутов отношений  $A$  и  $B$ ,  $const$  – литерально заданная константа, и  $comp$ -ор – допустимая в данном контексте операция сравнения
- По определению результатом операции соединения отношений  $A$  и  $B$  является отношение, получаемое путем выполнения операции ограничения по условию  $comp$  расширенного декартова произведения отношений  $A$  и  $B$

# Алгебра Кодда (20)

## Специальные реляционные операции (7)

- В общем случае применение условия соединения существенно уменьшит мощность результата промежуточного декартова произведения отношений-операндов только в том случае, когда условие соединения имеет вид  $(a \text{ comp-op } b)$ , где  $a$  и  $b$  – имена атрибутов разных отношений-операндов
- На практике обычно считают реальными операциями соединения именно те операции, которые основываются на условии соединения приведенного вида

# Алгебра Кодда (21)

## Специальные реляционные операции (8)

### СОТРУДНИКИ

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	ПРО_НОМ
2934	Иванов	11,400	1
2935	Петров	14,400	1
2936	Сидоров	9,200	1
2937	Федоров	11,000	1
2938	Иванова	11,000	1
2934	Иванов	11,400	2
2935	Петров	14,400	2
2939	Сидоренко	9,200	2
2940	Федоренко	11,000	2
2941	Иваненко	11,000	2

### ПРОЕКТЫ

ПРО_НОМ	ПРОЕКТ_РУК	ПРО_ЗАРП
1	Иванов	11,400
2	Иваненко	11,400

### СОТРУДНИКИ JOIN ПРОЕКТЫ

WHERE (СОТРУДНИКИ.ПРО\_НОМ=ПРОЕКТЫ.ПРО\_НОМ AND СОТР\_ЗАРП > ПРО\_ЗАРП)

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	ПРО_НОМ	ПРО_НОМ	ПРОЕКТ_РУК	ПРО_ЗАРП
2935	Петров	14,400	1	1	Иванов	11,400
2935	Петров	14,400	2	2	Иваненко	11,400

# Алгебра Кодда (22)

## Специальные реляционные операции (9)

- Хотя операция соединения в нашей интерпретации не является примитивной, в силу особой практической важности она включается в базовый набор операций реляционной алгебры
- Имеются важный частный случай соединения – *эквисоединение* (EQUIJOIN) и простое, но важное расширение операции эквисоединения – *естественное соединение* (NATURAL JOIN)
- Операция соединения называется операцией эквисоединения, если условие соединения имеет вид  $(a = b)$ , где  $a$  и  $b$  – атрибуты разных операндов соединения
- Этот случай наиболее часто встречается на практике, и для него существуют наиболее эффективные алгоритмы реализации

# Алгебра Кодда (23)

## Специальные реляционные операции (10)

- Операция естественного соединения применяется к паре отношений  $A$  и  $B$ , обладающих (возможно составным) общим атрибутом  $c$  (т.е. атрибутом с одним и тем же именем и определенным на одном и том же домене)
- Пусть  $ab$  обозначает объединение заголовков отношений  $A$  и  $B$ . Тогда естественное соединение  $A$  и  $B$  – это спроецированный на  $ab$  результат эквисоединения  $A$  и  $B$  по условию  $A.c = B.c$
- Хотя операция естественного соединения выражается через операции переименования, соединения общего вида и проекции, для нее обычно используется сокращенная форма, называемая NATURAL JOIN

# Алгебра Кодда (24)

## Специальные реляционные операции (11)

### Эквисоединение

#### СОТРУДНИКИ

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	ПРО_НОМ
2934	Иванов	11,400	1
2935	Петров	14,400	1
2936	Сидоров	9,200	1
2937	Федоров	11,000	1
2938	Иванова	11,000	1
2934	Иванов	11,400	2
2935	Петров	14,400	2
2939	Сидоренко	9,200	2
2940	Федоренко	11,000	2
2941	Иваненко	11,000	2

#### ПРОЕКТЫ

ПРО_НОМ	ПРОЕКТ_РУК	ПРО_ЗАРП
1	Иванов	11,400
2	Иваненко	11,400

**СОТРУДНИКИ JOIN (ПРОЕКТЫ RENAME (ПРО\_НОМ, ПРО\_НОМ1)) WHERE (СОТР\_ЗАРП = ПРО\_ЗАРП)**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	ПРО_НОМ	ПРО_НОМ1	ПРОЕКТ_РУК	ПРО_ЗАРП
2934	Иванов	11,400	1	1	Иванов	11,400
2934	Иванов	11,400	2	2	Иваненко	11,400

# Алгебра Кодда (25)

## Специальные реляционные операции (12)

**СОТРУДНИКИ NATURAL JOIN ПРОЕКТЫ**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	ПРО_НОМ	ПРОЕКТ_РУК	ПРО_ЗАРП
2934	Иванов	11,400	1	Иванов	11,400
2935	Петров	14,400	1	Иванов	11,400
2936	Сидоров	9,200	1	Иванов	11,400
2937	Федоров	11,000	1	Иванов	11,400
2938	Иванова	11,000	1	Иванов	11,400
2934	Иванов	11,400	2	Иваненко	11,400
2935	Петров	14,400	2	Иваненко	11,400
2939	Сидоренко	9,200	2	Иваненко	11,400
2940	Федоренко	11,000	2	Иваненко	11,400
2941	Иваненко	11,000	2	Иваненко	11,400

- Основной смысл операции естественного соединения состоит в возможности восстановления сложной сущности, декомпозированной по причине требования первой нормальной формы



# Алгебра Кодда (26)

## Специальные реляционные операции (13)

- Пусть заданы два отношения –  $A$  с заголовком  $\{a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_m\}$  и  $B$  с заголовком  $\{b_1, b_2, \dots, b_m\}$ . Будем считать, что атрибут  $b_i$  отношения  $A$  и атрибут  $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) отношения  $B$  не только обладают одним и тем же именем, но и определены на одном и том же домене
- Назовем множество атрибутов  $\{a_j\}$  составным атрибутом  $a$ , а множество атрибутов  $\{b_j\}$  – составным атрибутом  $b$ . После этого будем говорить о реляционном делении бинарного отношения  $A$   $\{a, b\}$  на унарное отношение  $B$   $\{b\}$
- Результатом деления  $A$  на  $B$  ( $A \text{ DIVIDE BY } B$ ) является унарное отношение  $C$   $\{a\}$ , тело которого состоит из кортежей  $v$  таких, что в теле отношения  $A$  содержатся кортежи  $\langle v, w \rangle$  такие, что множество значений  $\{w\}$  включает множество значений атрибута  $b$  в отношении  $B$

# Алгебра Кодда (27)

## Специальные реляционные операции (14)

**СОТРУДНИКИ**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	ПРО_НОМ
2934	Иванов	11,400	1
2935	Петров	14,400	1
2936	Сидоров	9,200	1
2937	Федоров	11,000	1
2938	Иванова	11,000	1
2934	Иванов	11,400	2
2935	Петров	14,400	2
2939	Сидоренко	9,200	2
2940	Федоренко	11,000	2
2941	Иваненко	11,000	2

**НОМЕРА\_ПРОЕКТОВ**

ПРО_НОМ
1
2

**СОТРУДНИКИ DIVIDE BY НОМЕРА\_ПРОЕКТОВ**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП
2934	Иванов	11,400
2935	Петров	14,400

- Сотрудники, участвующие во всех проектах

# Алгебра А Дейта и Дарвена (1)

## Формальные определения (1)

- Пусть  $r$  – отношение,  $A$  – имя атрибута  $r$ ,  $T$  – имя соответствующего типа (т.е. типа, или домена атрибута  $A$ ),  $v$  – значение типа  $T$ . Тогда:
  - Заголовком  $Hr$  отношения  $r$  называется множество атрибутов, упорядоченных пар вида  $\langle A, T \rangle$ .
    - ✓ По определению никакие два атрибута в этом множестве не могут содержать одно и то же имя атрибута  $A$
  - Кортеж  $tr$ , соответствующий заголовку  $Hr$ , – это множество упорядоченных триплетов вида  $\langle A, T, v \rangle$ , по одному такому триплету для каждого атрибута в  $Hr$
  - Тело  $Vr$  отношения  $r$  – это множество кортежей  $tr$ .
    - ✓ Заметим, что (в общем случае) могут существовать такие кортежи  $tr$ , которые соответствуют  $Hr$ , но не входят в  $Vr$

# Алгебра А Дейта и Дарвена (2)

## Формальные определения (2)

- **Заголовок** – это множество (пар вида  $\langle A, T \rangle$ ), **тело** – это множество (кортежей  $tr$ ) и **кортеж** – это множество (упорядоченных триплетов вида  $\langle A, T, v \rangle$ )
- **Элемент заголовка** – это атрибут (т.е. упорядоченная пара вида  $\langle A, T \rangle$ ); **элемент тела** – это кортеж; **элемент кортежа** – это упорядоченный триплет вида  $\langle A, T, v \rangle$ 
  - Любое подмножество заголовка – это заголовок,
  - любое подмножество тела – это тело, и
  - любое подмножество кортежа – это кортеж
- Определим несколько основных операций
- Каждое **определение** состоит из
  - формальной спецификации ограничений (если они имеются), применимых к операндам соответствующей операции,
  - формальной спецификации заголовка результата этой операции; формальной спецификации тела этого результата и
  - неформального обсуждения формальных спецификаций

# Алгебра А Дейта и Дарвена (3)

## Базовые операции Алгебры А (1)

- **Дополнение**
- Пусть  $s$  обозначает результат операции  $\langle \text{NOT} \rangle r$ . Тогда:
  - $Hs = Hr$  (заголовок результата совпадает с заголовком операнда)
  - $Bs = \{ ts : \text{exists } tr \text{ ( } tr \notin Br \text{ and } ts = tr \text{ ) } \}$ 
    - ✓ в тело результата входят все кортежи, соответствующие заголовку и не входящие в тело операнда
- Операция  $\langle \text{NOT} \rangle$  производит дополнение  $S$  заданного отношения  $r$
- Заголовком  $S$  является заголовок  $r$
- Тело  $S$  включает все кортежи, соответствующие этому заголовку и не входящие в тело  $r$

# Алгебра А Дейта и Дарвена (4)

## Базовые операции Алгебры А (2)

- Предположим, что в состав домена ДОПУСТИМЫЕ\_НОМЕРА\_ПРОЕКТОВ, на котором определен атрибут ПРО\_НОМ отношения НОМЕРА\_ПРОЕКТОВ, входит всего пять значений {1, 2, 3, 4, 5}

**ПРОЕКТЫ**

ПРО_НОМ
1
2

**<NOT> ПРОЕКТЫ**

ПРО_НОМ
3
4
5

# Алгебра А Дейта и Дарвена (5)

## Базовые операции Алгебры А (3)

### ■ **Удаление атрибутов**

- Пусть  $s$  обозначает результат операции  $r \leftarrow \text{REMOVE} \rightarrow A$
- Для обеспечения возможности выполнения операции требуется, чтобы существовал некоторый тип (или домен)  $T$  такой, что  $\langle A, T \rangle \in Hr$  (т.е. в состав заголовка отношения  $r$  должен входит атрибут  $A$ )
- Тогда:
  - $Hs = Hr \text{ minus } \{ \langle A, T \rangle \}$ , т.е. заголовок результата получается из заголовка операнда изъятием атрибута  $A$
  - $Bs = \{ ts : \text{exists } tr \text{ exists } v$   
(  $tr \in Br$  and  
 $v \in T$  and  
 $\langle A, T, v \rangle \in tr$  and  
 $ts = tr \text{ minus } \{ \langle A, T, v \rangle \}$  ) },
    - ✓ т.е. в тело результата входят все кортежи операнда, из которых удалено значение атрибута  $A$

## Алгебра А Дейта и Дарвена (6)

### Базовые операции Алгебры А (4)

- Операция ◀REMOVE▶ производит отношение  $s$ , формируемое путем удаления указанного атрибута  $A$  из заданного отношения  $r$
- Операция эквивалентна взятию проекции  $r$  на все атрибуты, кроме  $A$
- Заголовок  $s$  получается вычитанием из заголовка  $r$  множества  $\{<A, T>\}$
- Тело  $s$  состоит из таких кортежей, которые соответствуют заголовку  $s$ , и каждый из которых является подмножеством некоторого кортежа отношения  $r$



# Алгебра А Дейта и Дарвена (7)

## Базовые операции Алгебры А (5)

**СОТРУДНИКИ**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	ПРО_НОМ
2934	Иванов	11,400	1
2935	Петров	14,400	1
2936	Сидоров	9,200	1
2937	Федоров	11,000	1
2938	Иванова	11,000	1
2934	Иванов	11,400	2
2935	Петров	14,400	2
2939	Сидоренко	9,200	2
2940	Федоренко	11,000	2
2941	Иваненко	11,000	2

**СОТРУДНИКИ ◀REMOVE▶ ПРО\_НОМ**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП
2934	Иванов	11,400
2935	Петров	14,400
2936	Сидоров	9,200
2937	Федоров	11,000
2938	Иванова	11,000
2939	Сидоренко	9,200
2940	Федоренко	11,000
2941	Иваненко	11,000

# Алгебра А Дейта и Дарвена (8)

## Базовые операции Алгебры А (6)

- **Переименование атрибутов**
- Пусть  $s$  обозначает результат операции  $r \leftarrow \text{RENAME} \rightarrow (A, B)$
- Для обеспечения возможности выполнения операции требуется, чтобы существовал некоторый тип  $T$  такой, что  $\langle A, T \rangle \in Hr$ , и чтобы не существовал какой-либо тип  $T$  такой, что  $\langle B, T \rangle \in Hr$
- Другими словами. в схеме отношения  $r$  должен присутствовать атрибут  $A$ , и не должен присутствовать атрибут  $B$
- Тогда:
  - $Hs = ( Hr \text{ minus } \{ \langle A, T \rangle \} ) \text{ union } \{ \langle B, T \rangle \}$ , т.е. в схеме результата  $B$  заменяет  $A$
  - $Bs = \{ ts : \text{exists } tr \text{ exists } v$   
(  $tr \in Br$  and  
 $v \in T$  and  
 $\langle A, T, v \rangle \in tr$  and  
 $ts = ( tr \text{ minus } \{ \langle A, T, v \rangle \} ) \text{ union } \{ \langle B, T, v \rangle \} ) \}$ ,
  - ✓ т.е. в кортежах тела результата имя значений атрибута  $A$  меняется на  $B$

## Алгебра А Дейта и Дарвена (9)

### Базовые операции Алгебры А (7)

- Операция ◀RENAME▶ производит отношение  $s$ , которое отличается от заданного отношения  $r$  только именем одного его атрибута, которое изменяется с  $A$  на  $B$
- Заголовок  $s$  такой же, как заголовок  $r$  за исключением того, что пара  $\langle B, T \rangle$  заменяет пару  $\langle A, T \rangle$
- Тело  $s$  включает все кортежи тела  $r$ , но в каждом из этих кортежей триплет  $\langle B, T, v \rangle$  заменяет триплет  $\langle A, T, v \rangle$

# Алгебра А Дейта и Дарвена (10)

## Базовые операции Алгебры А (8)

- Реляционная конъюнкция
- Пусть  $s$  обозначает результат операции  $r1 \blacktriangleleft \text{AND} \blacktriangleright r2$
- Для обеспечения возможности выполнения операции требуется, чтобы если  $\langle A, T1 \rangle \in Hr1$  и  $\langle A, T2 \rangle \in Hr2$ , то  $T1=T2$ 
  - Другими словами, если в двух отношениях-операндах имеются одноименные атрибуты, то они должны быть определены на одном и том же типе (домене)
- Тогда:
  - $Hs = Hr1 \text{ union } Hr2$ , т.е. заголовок результата получается путем объединения заголовков отношений-операндов
  - $Bs = \{ ts : \text{exists } tr1 \text{ exists } tr2$   
 $(( tr1 \in Br1 \text{ and } tr2 \in Br2 ) \text{ and } ts = tr1 \text{ union } tr2 ) \}$

# Алгебра А Дейта и Дарвена (11)

## Базовые операции Алгебры А (9)

- Кортёж результата определяется как объединение кортежей операндов; поэтому:
  - если схемы отношений-операндов имеют непустое пересечение, то операция **◀AND▶** работает как естественное соединение
  - если пересечение схем операндов пусто, то **◀AND▶** работает как расширенное декартово произведение
  - если схемы отношений полностью совпадают, то результатом операции является пересечение двух отношений-операндов

# Алгебра А Дейта и Дарвена (12)

## Базовые операции Алгебры А (10)

- Операция **◀AND▶** является реляционной *конъюнкцией*, производящей в результате отношение  $s$ , ранее называвшееся естественным соединением двух заданных отношений  $r1$  и  $r2$
- Заголовок  $s$  является объединением заголовков  $r1$  и  $r2$
- Тело  $s$  включает каждый кортеж, соответствующий заголовку  $s$  и являющийся надмножеством некоторого кортежа из тела  $r1$  и некоторого кортежа из тела  $r2$

# Алгебра А Дейта и Дарвена (13)

## Базовые операции Алгебры А (11)

- Пусть  $s$  обозначает результат операции  $r1 \llcorner OR \blacktriangleright r2$
- Для обеспечения возможности выполнения операции требуется, чтобы если  $\langle A, T1 \rangle \in Hr1$  и  $\langle A, T2 \rangle \in Hr2$ , то должно быть  $T1 = T2$
- Одноименные атрибуты должны быть определены на одном и том же типе
- Тогда:
  - $Hs = Hr1 \cup Hr2$  (из схемы результата удаляются атрибуты-дубликаты)
  - $Bs = \{ ts : \text{exists } tr1 \text{ exists } tr2 \text{ ( ( } tr1 \in Br1 \text{ or } tr2 \in Br2 \text{ ) and } ts = tr1 \cup tr2 \text{ ) } \}$

# Алгебра А Дейта и Дарвена (14)

## Базовые операции Алгебры А (12)

- Если у операндов нет общих атрибутов, то в тело результирующего отношения входят все такие кортежи  $ts$ , которые являются объединением кортежей  $tr1$  и  $tr2$ , соответствующих схемам отношений-операндов, и хотя бы один из этих кортежей принадлежит телу одного из операндов
- Если у операндов имеются общие атрибуты, то в тело результирующего отношения входят все такие кортежи  $ts$ , которые являются объединением кортежей  $tr1$  и  $tr2$ , соответствующих схемам отношений-операндов, если хотя бы один из этих кортежей принадлежит телу одного из операндов, и значения общих атрибутов  $tr1$  и  $tr2$  совпадают
- Если же схемы отношений-операндов совпадают, то тело отношения-результата является объединением тел операндов



# Алгебра А Дейта и Дарвена (15)

## Базовые операции Алгебры А (13)

- Операция  $\langle \text{OR} \rangle$  является реляционной *дизъюнкцией*, являясь обобщением того, что ранее называлось объединением
- Заголовок  $s$  есть объединение заголовков  $r1$  и  $r2$
- Тело  $s$  состоит из всех кортежей, соответствующих заголовку  $s$  и являющихся надмножеством либо некоторого кортежа из тела  $r1$ , либо некоторого кортежа из тела  $r2$

# Алгебра А Дейта и Дарвена (16)

## Базовые операции Алгебры А (14)

ПРОЕКТЫ\_1

ПРОЕКТ НАЗВ	ПРОЕКТ РУК
ПРОЕКТ 1	Иванов
ПРОЕКТ 2	Иваненко

НОМЕРА\_ПРОЕКТОВ

ПРО НОМ
1
2

- Предположим, что домен атрибута **ПРОЕКТ\_НАЗВ** включает значения “ПРОЕКТ\_1”, “ПРОЕКТ\_2”, “ПРОЕКТ\_3”, домен атрибута **ПРОЕКТ\_РУК** ограничен значениями “Иванов”, “Иваненко”, а доменом атрибута **ПРО\_НОМ** является множество {1, 2, 3}

ПРОЕКТЫ\_1 ◀OR▶ НОМЕРА\_ПРОЕКТОВ

ПРОЕКТ_НАЗВ	ПРОЕКТ_РУК	ПРО_НОМ
ПРОЕКТ 1	Иванов	1
ПРОЕКТ 2	Иванов	1
ПРОЕКТ 3	Иванов	1
ПРОЕКТ 1	Иваненко	1
ПРОЕКТ 2	Иваненко	1
ПРОЕКТ 3	Иваненко	1
ПРОЕКТ 1	Иванов	2
ПРОЕКТ 2	Иванов	2
ПРОЕКТ 3	Иванов	2
ПРОЕКТ 1	Иваненко	2
ПРОЕКТ 2	Иваненко	2
ПРОЕКТ 3	Иваненко	2
ПРОЕКТ 1	Иванов	3
ПРОЕКТ 2	Иваненко	3

- Результат операции ◀OR▶ над операндами без общих атрибутов

# Алгебра А Дейта и Дарвена (17)

## Базовые операции Алгебры А (15)

**ПРОЕКТЫ\_1**

ПРО НОМ	ПРОЕКТ РУК
1	Иванов
2	Иваненко

**НОМЕРА\_ПРОЕКТОВ**

ПРО НОМ
1
2

**ПРОЕКТЫ\_2 ◀OR▶ НОМЕРА\_ПРОЕКТОВ**

ПРО_НОМ	ПРОЕКТ_РУК
1	Иванов
2	Иваненко
2	Иванов
1	Иваненко

- Предположим, домен атрибута ПРОЕКТ\_РУК ограничен значениями “Иванов”, “Иваненко”, а доменом атрибута ПРО\_НОМ является множество {1, 2, 3}

- Результат операции ◀OR▶ над операндами, схемы которых частично пересекаются

# Алгебра А Дейта и Дарвена (18)

## Полнота алгебры (1)

- Покажем, что Алгебра А является полной, т.е. на основе введенных операций выражаются все операции алгебры Кодда
- Имеются операция ◀REMOVE▶ в качестве аналога операции PROJECT, а также операция переименования атрибутов ◀RENAME▶
- UNION является частным случаем операции ◀OR▶, TIMES, INTERSECT и NATURAL JOIN – частные случаи операции ◀AND▶
- Осталось показать, что через операции Алгебры А выражаются операции MINUS, ограничения (WHERE), соединения общего вида (JOIN) и реляционного деления (DIVIDE BY)

# Алгебра А Дейта и Дарвена (18)

## Полнота алгебры (2)

**СОТРУДНИКИ\_В\_ПРОЕКТЕ\_1**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	СОТР_ОТД_НОМЕР
2934	Иванов	11,200	310
2935	Петров	14,400	310
2936	Сидоров	9,200	313
2937	Федоров	11,000	310
2938	Иванова	11,200	315

**СОТРУДНИКИ\_В\_ПРОЕКТЕ\_2**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	СОТР_ОТД_НОМЕР
2934	Иванов	11,200	310
2935	Петров	14,400	310
2939	Сидоренко	9,200	313
2940	Федоренко	11,000	310
2941	Иваненко	11,200	315

**СОТРУДНИКИ\_В\_ПРОЕКТЕ\_1 ◀AND▶ ◀NOT▶  
СОТРУДНИКИ\_В\_ПРОЕКТЕ\_2**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	СОТР_ОТД_НОМЕР
2936	Сидоров	9,200	313
2937	Федоров	11,000	310
2938	Иванова	11,200	315

**◀NOT▶ СОТРУДНИКИ\_В\_ПРОЕКТЕ\_2**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	СОТР_ОТД_НОМЕР
2935	Иванов	11,200	310
2936	Иванов	11,200	310
2937	Иванов	11,200	310
2937	Иванов	11,200	310
2935	Иванов	14,400	310
....	....	....	....
2934	Петров	14,400	310
....	....	....	....
2936	Сидоров	9,200	313
....	....	....	....
2937	Федоров	11,000	310
....	....	....	....
2938	Иванова	11,200	315
....	....	....	....

- Если отношения  $r1$  и  $r2$  совместимы по объединению, то  $r1 \text{ MINUS } r2 = r1 \text{ ◀AND▶ ◀NOT▶ } r2$

# Алгебра А Дейта и Дарвена (19)

## Полнота алгебры (3)

- Покажем, как можно выразить операцию ограничения с помощью операций Алгебры А для всех допустимых простых условий
- Предположим (для упрощения примеров), что множества значений доменов, на которых определены атрибуты отношения СОТРУДНИКИ\_1, ограничены значениями, содержащимися в теле этого отношения
- Начнем с обсуждения операции WHERE с условием вида  $a \text{ comp-оп } const$

# Алгебра А Дейта и Дарвена (20)

## Полнота алгебры (4)

**СОТРУДНИКИ 1**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	РУК_НОМ
2934	Иванов	11,400	2934
2935	Петров	14,400	2934
2936	Сидоров	9,200	2934
2937	Федоров	11,000	2934
2938	Иванова	11,000	2941
2939	Сидоренко	9,200	2941
2940	Федоренко	11,000	2941
2941	Иваненко	11,000	2941

**СОТРУДНИКИ 1 ◀AND▶ ЗАРП 11000**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	РУК_НОМ
2937	Федоров	11,000	2934
2938	Иванова	11,000	2941
2940	Федоренко	11,000	2941
2941	Иваненко	11,000	2941

- Выражение **WHERE** ( $a = const$ )  
через ◀AND▶

**ЗАРП\_11000**

СОТР_ЗАРП
11,000

# Алгебра А Дейта и Дарвена (21)

## Полнота алгебры (5)

**СОТРУДНИКИ 1**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	РУК_НОМ
2934	Иванов	11,400	2934
2935	Петров	14,400	2934
2936	Сидоров	9,200	2934
2937	Федоров	11,000	2934
2938	Иванова	11,000	2941
2939	Сидоренко	9,200	2941
2940	Федоренко	11,000	2941
2941	Иваненко	11,000	2941

**ЗАРП\_НЕ\_9200**

СОТР_ЗАРП
11,000
11,400
14,400

**СОТРУДНИКИ 1 ◀AND▶ ЗАРП НЕ 9200**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	РУК_НОМ
2934	Иванов	11,400	2934
2935	Петров	14,400	2934
2937	Федоров	11,000	2934
2938	Иванова	11,000	2934
2940	Федоренко	11,000	2941
2941	Иваненко	11,000	2941

Выражение **WHERE** ( $a \neq const$ ) через  
◀AND▶



## Алгебра А Дейта и Дарвена (22)

### Полнота алгебры (6)

- Обратимся к ограничениям с условием вида  $a$  соп-ор  $b$
- Опять начнем со случая, когда соп-ор = “=”
- Предположим, что требуется выполнить операцию  
СОТРУДНИКИ\_1 WHERE СОТР\_НОМЕР = РУК\_НОМ
- Утверждается, что результат этой операции совпадает с результатом следующего выражения:
- СОТРУДНИКИ\_1 ◀AND▶ (((СОТРУДНИКИ\_1  
◀REMOVE▶ СОТР\_НОМЕР) ◀REMOVE▶  
СОТР\_ИМЯ) ◀REMOVE▶ СОТР\_ЗАРП)  
◀RENAME▶ (РУК\_НОМ, СОТР\_НОМЕР))

# Алгебра А Дейта и Дарвена (23)

## Полнота алгебры (7)

СОТРУДНИКИ\_1

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	РУК_НОМ
2934	Иванов	11,400	2934
2935	Петров	14,400	2934
2936	Сидоров	9,200	2934
2937	Федоров	11,000	2934
2938	Иванова	11,000	2941
2939	Сидоренко	9,200	2941
2940	Федоренко	11,000	2941
2941	Иваненко	11,000	2941

$(((\text{СОТРУДНИКИ\_1} \leftarrow \text{REMOVE} \text{ СОТР\_НОМЕР}) \leftarrow \text{REMOVE} \text{ СОТР\_ИМЯ}) \leftarrow \text{REMOVE} \text{ СОТР\_ЗАРП}) \leftarrow \text{RENAME} \text{ (РУК\_НОМ, СОТР\_НОМЕР)}$

СОТР_НОМЕР
2934
2941

$\text{СОТРУДНИКИ\_1} \leftarrow \text{AND} \left( ((\text{СОТРУДНИКИ\_1} \leftarrow \text{REMOVE} \text{ СОТР\_НОМЕР}) \leftarrow \text{REMOVE} \text{ СОТР\_ИМЯ}) \leftarrow \text{REMOVE} \text{ СОТР\_ЗАРП}) \leftarrow \text{RENAME} \text{ (РУК\_НОМ, СОТР\_НОМЕР)} \right)$

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	РУК_НОМ
2934	Иванов	11,400	2934
2941	Иваненко	11,000	2941

Выражение WHERE ( $a = b$ ) через  $\leftarrow \text{REMOVE} \rightarrow$ ,  $\leftarrow \text{RENAME} \rightarrow$  и  $\leftarrow \text{AND} \rightarrow$

# Алгебра А Дейта и Дарвена (24)

## Полнота алгебры (8)

- Предположим, что имеется отношение СОТРУДНИКИ\_2 (СОТР\_НОМЕР, СОТР\_ИМЯ, СОТР\_ЗАРП, РУК\_НОМ, ПРО\_ЗАРП) причем значениями атрибута ПРО\_ЗАРП являются средние значения зарплаты, получаемые участниками соответствующего проекта (сотрудник может быть участником только одного проекта)
- Пусть нас интересуют данные о сотрудниках, получающие зарплату выше средней, т.е. нам нужен результат операции СОТРУДНИКИ\_2 WHERE (СОТР\_ЗАРП > ПРО\_ЗАРП)
- Будем считать, что множество значений доменов, на которых определены атрибуты СОТР\_НОМЕР и СОТР\_ЗАРП, ограничен значениями, присутствующими в теле отношения СОТРУДНИКИ\_2, а домен атрибута РУК\_НОМ такой же, как у СОТР\_НОМЕР

# Алгебра А Дейта и Дарвена (25)

## Полнота алгебры (9)

СОТРУДНИКИ\_2

СЛУ_НОМЕР	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ПРЕМ
4434	Иванов	22400.00	18000.00
4435	Петров	29600.00	22000.00
4415	Сидоров	23000.00	20000.00
4436	Федоров	20000.00	22000.00
4440	Иванова	22000.00	20000.00
4441	Сидоренко	18000.00	22000.00
4416	Федоренко	20000.00	20000.00
4417	Иваненко	22000.00	20000.00

ПРЕМ\_БОЛЬШЕ\_ЗАРП

СЛУ_ПРЕМ	СЛУ_ЗАРП
20000.00	18000.00
22000.00	18000.00
22000.00	20000.00
22400.00	18000.00
22400.00	20000.00
22400.00	22000.00
23000.00	18000.00
23000.00	20000.00
23000.00	22000.00
23000.00	22400.00
29600.00	18000.00
29600.00	20000.00
29600.00	22000.00
29600.00	22400.00
29600.00	23000.00

СЛУЖАЩИЕ\_2 ◀AND▶ ПРЕМ\_БОЛЬШЕ\_ЗАРП

СЛУ_НОМЕР	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ПРЕМ
4436	Федоров	20000.00	22000.00
4441	Сидоренко	18000.00	22000.00

- Выражение WHERE ( $a > b$ ) через ◀AND▶

---

## Алгебра А Дейта и Дарвена (26)

### Полнота алгебры (10)

- Операция взятия расширенного декартова произведения TIMES является частным случаем операции ◀AND▶
- С помощью Алгебры А можно выполнять ограничения
- Поэтому с помощью операций Алгебры А выражаются и соединения общего вида

## Алгебра А Дейта и Дарвена (27)

### Полнота алгебры (11)

- Пусть имеются отношения  $r1 \{A, B\}$  и  $r2 \{B\}$
- Утверждается, что результат  $r1 \text{ DIVIDE BY } r2$ 
  - совпадает с результатом выражения  $(r1 \text{ PROJECT } A) \text{ MINUS } (((r2 \text{ TIMES } (r1 \text{ PROJECT } A)) \text{ MINUS } r1) \text{ PROJECT } A)$  в терминах операций реляционной алгебры Кодда
  - или  $(r1 \text{ ◀REMOVE▶ } B) \text{ ◀AND▶ } \text{◀NOT▶ } (((r2 \text{ ◀AND▶ } (r1 \text{ ◀REMOVE▶ } B)) \text{ ◀AND▶ } \text{◀NOT▶ } r1) \text{ ◀REMOVE▶ } B)$  в терминах операций Алгебры А

# Алгебра А Дейта и Дарвена (28)

## Полнота алгебры (12)

- Результатом выполнения операции  $r1$  PROJECT  $A$  является унарное отношение со схемой  $\{A\}$ , кортежи тела которого содержат все значения атрибута  $A$  из тела отношения  $r1$
- Результат выражения  $r2$  TIMES ( $r1$  PROJECT  $A$ ) – это отношение со схемой  $\{A, B\}$ , в тело которого входят все возможные комбинации значений атрибута  $B$  в теле отношения  $r2$  и атрибута  $A$  в теле  $r1$
- В теле результата выражения ( $r2$  TIMES ( $r1$  PROJECT  $A$ )) MINUS  $r1$  останутся только кортежи с таким значением атрибута  $A$ , что значение атрибута  $B$ , принадлежащее телу  $r2$ , не является значением атрибута  $B$  ни в одном кортеже тела отношения  $r1$
- Проекция результата выражения ( $r2$  TIMES ( $r1$  PROJECT  $A$ )) MINUS  $r1$  на атрибут  $A$  содержит только те значения  $A$ , которые не должны попасть в результат операции  $r1$  DIVIDE BY  $r2$
- Выполнение завершающей операции MINUS дает желаемый результат

# Алгебра А Дейта и Дарвена (29)

## Полнота алгебры (13)

**СОТРУДНИКИ**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	ПРО_НОМ
2934	Иванов	11,400	1
2935	Петров	14,400	1
2936	Сидоров	9,200	1
2937	Федоров	11,000	1
2938	Иванова	11,000	1
2934	Иванов	11,400	2
2935	Петров	14,400	2
2939	Сидоренко	9,200	2
2940	Федоренко	11,000	2
2941	Иваненко	11,000	2

**СОТРУДНИКИ ПРОЕКТ {СОТР\_НОМЕР,  
СОТР\_ИМЯ, СОТР\_ЗАРП}**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП
2934	Иванов	11,400
2935	Петров	14,400
2936	Сидоров	9,200
2937	Федоров	11,000
2938	Иванова	11,000
2939	Сидоренко	9,200
2940	Федоренко	11,000
2941	Иваненко	11,000

**НОМЕРА\_ПРОЕКТОВ**

ПРО_НОМ
1
2



# Алгебра А Дейта и Дарвена (30)

## Полнота алгебры (14)

**(СОТРУДНИКИ ПРОЕКТ {СОТР\_НОМЕР,  
СОТР\_ИМЯ, СОТР\_ЗАРП}) TIMES  
НОМЕРА\_ПРОЕКТОВ**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	ПРО_НОМ
2934	Иванов	11,400	1
2934	Иванов	11,400	2
2935	Петров	14,400	1
2935	Петров	14,400	2
2936	Сидоров	9,200	1
2936	Сидоров	9,200	2
2937	Федоров	11,000	1
2937	Федоров	11,000	2
2938	Иванова	11,000	1
2938	Иванова	11,000	2
2939	Сидоренко	9,200	1
2939	Сидоренко	9,200	2
2940	Федоренко	11,000	1
2940	Федоренко	11,000	2
2941	Иваненко	11,000	1
2941	Иваненко	11,000	2

- Выражение операции DIVIDE BY через другие операции Алгебры А

**((СОТРУДНИКИ ПРОЕКТ {СОТР\_НОМЕР,  
СОТР\_ИМЯ, СОТР\_ЗАРП})  
TIMES НОМЕРА\_ПРОЕКТОВ) MINUS СОТРУДНИКИ**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	ПРО_НОМ
2936	Сидоров	9,200	2
2937	Федоров	11,000	2
2938	Иванова	11,000	2
2939	Сидоренко	9,200	1
2940	Федоренко	11,000	1
2941	Иваненко	11,000	1

**(СОТРУДНИКИ ПРОЕКТ {СОТР\_НОМЕР, СОТР\_ИМЯ,  
СОТР\_ЗАРП}) MINUS (((СОТРУДНИКИ ПРОЕКТ  
{СОТР\_НОМЕР, СОТР\_ИМЯ, СОТР\_ЗАРП})  
TIMES НОМЕРА\_ПРОЕКТОВ) MINUS СОТРУДНИКИ)  
ПРОЕКТ {СОТР\_НОМЕР, СОТР\_ИМЯ, СОТР\_ЗАРП})**

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП
2934	Иванов	11,400
2935	Петров	14,400

# Алгебра А Дейта и Дарвена (31)

## Избыточность алгебры (1)

- В формальной математической логике стандартным базисом для выражения всех возможных булевских функций является набор {NOT, AND, OR}
- Этот набор избыточен, поскольку верны тождества  $A \text{ AND } B \equiv \text{NOT} (\text{NOT } A \text{ OR } \text{NOT } B)$  и  $A \text{ OR } B \equiv \text{NOT} (\text{NOT } A \text{ AND } \text{NOT } B)$
- Аналогичные тождества справедливы для операций  $\blacktriangleleft \text{NOT} \blacktriangleright$ ,  $\blacktriangleleft \text{AND} \blacktriangleright$  и  $\blacktriangleleft \text{OR} \blacktriangleright$  Алгебры А
- В алгебре логики существуют две операции, через каждую из которых выражаются все три “базовые” операции: “штрих Шеффера” –  $\text{sh} (A, B) \equiv \text{NOT } A \text{ OR } \text{NOT } B$  – и “стрелка Пирса” –  $\text{pi} (A, B) \equiv \text{NOT } A \text{ AND } \text{NOT } B$

# Алгебра А Дейта и Дарвена (32)

## Избыточность алгебры (2)

- $sh(A, A) \equiv NOT A$ ;  
 $sh(NOT A, NOT B) \equiv A OR B$ , и  
 $NOT sh(A, B) \equiv A AND B$
- $pi(A, A) \equiv NOT A$ ;  
 $pi(NOT A, NOT B) \equiv A AND B$  и  
 $NOT pi(A, B) \equiv A OR B$
- Аналогичные тождества справедливы для реляционных вариантов штриха Шеффера ( $\langle sh \rangle (r1, r2) \equiv \langle NOT \rangle r1 \langle OR \rangle \langle NOT \rangle r2$ ) и стрелки Пирса ( $\langle pi \rangle (r1, r2) \equiv \langle NOT \rangle r1 \langle AND \rangle \langle NOT \rangle r2$ )
- Поэтому можно свести набор операций Алгебры А до трех операций:  $\langle sh \rangle$  (или  $\langle pi \rangle$ ),  $\langle RENAME \rangle$  и  $\langle REMOVE \rangle$ .
- Покажем, что избыточна и операция  $\langle RENAME \rangle$

# Алгебра A Дейта и Дарвена (33)

## Избыточность алгебры (3)

ПРО\_НОМ-НОМЕР\_ПРОЕКТА

ПРО_НОМ	НОМЕР_ПРОЕКТА
1	1
2	2

СОТРУДНИКИ ◀AND▶ ПРО\_НОМ-НОМЕР\_ПРОЕКТА

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	ПРО_НОМ	НОМЕР_ПРОЕКТА
2934	Иванов	11,400	1	1
2935	Петров	14,400	1	1
2936	Сидоров	9,200	1	1
2937	Федоров	11,000	1	1
2938	Иванова	11,000	1	1
2934	Иванов	11,400	2	2
2935	Петров	14,400	2	2
2939	Сидоренко	9,200	2	2
2940	Федоренко	11,000	2	2
2941	Иваненко	11,000	2	2

(СОТРУДНИКИ ◀AND▶ ПРО\_НОМ-НОМЕР\_ПРОЕКТА) ◀REMOVE▶ (ПРО\_НОМ)

СОТР_НОМЕР	СОТР_ИМЯ	СОТР_ЗАРП	НОМЕР_ПРОЕКТ
2934	Иванов	11,400	A 1
2935	Петров	14,400	1
2936	Сидоров	9,200	1
2937	Федоров	11,000	1
2938	Иванова	11,000	1
2934	Иванов	11,400	2
2935	Петров	14,400	2
2939	Сидоренко	9,200	2
2940	Федоренко	11,000	2
2941	Иваненко	11,000	2

■ Избыточность операции  
◀RENAME▶

■ Тем самым, можно  
сократить набор операций  
Алгебры A до двух операций:

◀sh▶ (или ◀pi▶) и

◀REMOVE▶

# Реляционное исчисление (1)

- Реляционное исчисление является прикладной ветвью формального механизма исчисления предикатов первого порядка.
- В основе исчисления лежат понятия
  - переменной с определенной для нее областью допустимых значений и
  - правильно построенной формулы, опирающейся на
    - ✓ переменные,
    - ✓ предикаты и
    - ✓ кванторы
- В зависимости от того, что является областью определения переменной, различают исчисление
  - кортежей и
  - исчисление доменов

# Реляционное исчисление (2)

- В исчислении кортежей областями определения переменных являются тела отношений базы данных,
  - т. е. допустимым значением каждой переменной является кортеж тела некоторого отношения
- В исчислении доменов областями определения переменных являются домены, на которых определены атрибуты отношений базы данных,
  - т. е. допустимым значением каждой переменной является значение некоторого домена.
- Начала сравнительно подробно рассмотрим исчисление кортежей, а затем коротко опишем особенности исчисления доменов

# Реляционное исчисление кортежей (1)

## Кортежные переменные (1)

- Для определения кортежной переменной используется оператор **RANGE**
- Например, для того чтобы определить переменную **СЛУЖАЩИЙ**, областью определения которой является значение отношения **СЛУЖАЩИЕ**, нужно употребить конструкцию  
**RANGE СЛУЖАЩИЙ IS СЛУЖАЩИЕ**
- И этого определения следует, что в любой момент времени переменная **СЛУЖАЩИЙ** представляет некоторый кортеж отношения **СЛУЖАЩИЕ**

# Реляционное исчисление кортежей (2)

## Кортежные переменные (2)

- При использовании кортежных переменных в формулах можно ссылаться на значение атрибута переменной
  - аналогично тому, как, например, при программировании на языке С можно сослаться на значение поля структурной переменной
- Например, для того, чтобы сослаться на значение атрибута СЛУ\_ИМЯ переменной СЛУЖАЩИЙ, нужно употребить конструкцию СЛУЖАЩИЙ.СЛУ\_ИМЯ



# Реляционное исчисление кортежей (3)

## Правильно построенные формулы (1)

- Правильно построенная формула (Well-Formed Formula, WFF) служит для выражения условий, накладываемых на кортежные переменные
- Основой WFF являются простые условия, представляющие собой операции сравнения скалярных значений
  - значений атрибутов переменных или литерально заданных констант
- Например, конструкции

СЛУЖАЩИЙ.СЛУ\_НОМ = 4434 И

СЛУЖАЩИЙ.СЛУ\_НОМ = ПРОЕКТ.ПРОЕКТ\_РУК

являются простыми условиями.

# Реляционное исчисление кортежей (4)

## Правильно построенные формулы (2)

- Первое условие принимает значение *true* в том и только в том случае, когда значение атрибута СЛУ\_НОМ кортежной переменной СЛУЖАЩИЙ равно 4434
- Второе условие принимает значение *true* в том и только в том случае, когда значения атрибутов СЛУ\_НОМ и ПРОЕКТ\_РУК переменных СЛУЖАЩИЙ и ПРОЕКТ совпадают.
- По определению, простое сравнение является WFF, а WFF, заключенная в круглые скобки, представляет собой простое сравнение.

# Реляционное исчисление кортежей (5)

## Правильно построенные формулы (3)

- Более сложные варианты WFF строятся из WFF и простых сравнений с помощью логических связок NOT, AND, OR и IF ... THEN
  - IF  $a$  THEN  $b \equiv \text{NOT } a \text{ OR } b$с учетом обычных приоритетов операций
  - (NOT > AND > OR)и возможности расстановки скобок
- Так, если  $form$  – WFF, а  $comp$  – простое сравнение, то
  - NOT  $form$ ,
  - $comp$  AND  $form$ ,
  - $comp$  OR  $form$  и
  - IF  $comp$  THEN  $form$являются WFF

# Реляционное исчисление кортежей (6)

## Правильно построенные формулы (4)

- Для примеров воспользуемся возможными значениями отношений СЛУЖАЩИЕ, ПРОЕКТЫ и НОМЕРА\_ПРОЕКТОВ

СЛУЖАЩИЕ

СЛУ_НОМЕР	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	ПРО_НОМ
4434	Иванов	22400.00	1
4435	Петров	29600.00	1
4415	Сидоров	23000.00	1
4436	Федоров	20000.00	1
4440	Иванова	22000.00	1
4434	Иванов	22400.00	2
4435	Петров	29600.00	2
4441	Сидоренко	18000.00	2
4416	Федоренко	20000.00	2
4417	Иваненко	22000.00	2

ПРОЕКТЫ

ПРО_НОМ	ПРОЕКТ_РУК	ПРО_ЗАРП
1	Иванов	23400.00
2	Иваненко	22400.00

НОМЕРА\_ПРОЕКТОВ

ПРО_НОМ
1
2

# Реляционное исчисление кортежей (7)

## Правильно построенные формулы (5)

- Формула  
IF СЛУЖАЩИЙ.СЛУ\_ИМЯ = 'Иванов'  
THEN (СЛУЖАЩИЙ.СЛУ\_ЗАРП >= 22400.00 AND  
СЛУЖАЩИЙ.ПРО\_НОМ = 1)
- будет принимать значение *true* для следующего множества значений кортежной переменной СЛУЖАЩИЙ

СЛУ_НОМЕР	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	ПРО_НОМ
4434	Иванов	22400.00	1
4435	Петров	29600.00	1
4415	Сидоров	23000.00	1
4436	Федоров	20000.00	1
4440	Иванова	22000.00	1
4435	Петров	29600.00	2
4441	Сидоренко	18000.00	2
4416	Федоренко	20000.00	2
4417	Иваненко	22000.00	2

# Реляционное исчисление кортежей (8)

## Правильно построенные формулы (6)

- Нужно представлять себе какой-нибудь способ реализации системы, которая сможет по заданной WFF при существующем состоянии базы данных произвести такой результат
- Очевидным способом является следующий:
  - В некотором порядке просмотреть область определения переменной и к каждому очередному кортежу применить условие
- Результатом будет то множество кортежей, для которых при вычислении условия производится значение *true*
- Результат подобной *интерпретации* формулы эквивалентен результату выполнению алгебраической операции
- `СЛУЖАЩИЕ WHERE (NOT (СЛУЖАЩИЙ.СЛУ_ИМЯ = 'Иванов') OR (СЛУЖАЩИЙ.СЛУ_ЗАРП >= 22400.00 AND СЛУЖАЩИЙ.ПРО_НОМ = 1))`  
над отношением, тело которого представляет собой область определения кортежной переменной

# Реляционное исчисление кортежей (9)

## Правильно построенные формулы (7)

- Пусть имеется следующее определение кортежной переменной ПРОЕКТ:  
RANGE ПРОЕКТ IS ПРОЕКТЫ
- Формула  
СЛУЖАЩИЙ.СЛУ\_ИМЯ = ПРОЕКТ.ПРОЕКТ\_РУК  
будет принимать значение *true* для следующего множества пар значений кортежных переменных СЛУЖАЩИЙ и ПРОЕКТ

СЛУЖАЩИЕ				ПРОЕКТЫ		
СЛУ_НОМЕР	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	ПРО_НОМ	ПРО_НОМ	ПРОЕКТ_РУК	ПРО_ЗАРП
4434	Иванов	22400.00	1	1	Иванов	23400.00
4434	Иванов	22400.00	2	1	Иванов	23400.00
4417	Иваненко	22000.00	2	2	Иваненко	22400.00

# Реляционное исчисление кортежей (10)

- Очевидный способ реализации системы, которая по заданной WFF при существующем состоянии базы данных производит такой результат, заключается в следующем:
- в некотором порядке просматривать область определения (например) переменной СЛУЖАЩИЙ;
  - для каждого текущего кортежа из области определения переменной СЛУЖАЩИЙ просматривать область определения переменной ПРОЕКТ;
  - оставлять в области истинности те пары кортежей, для которых формула принимает значение *true*
- Возможен и альтернативный подход: начать просмотр с области определения переменной ПРОЕКТ, и для каждого кортежа ПРОЕКТ просматривать область определения СЛУЖАЩИЙ



# Реляционное исчисление кортежей

## (11)

Здесь нужно сделать три замечания

- Во-первых, если бы в данном случае формула была тождественно истинной, например, имела вид  
 $(\text{СЛУЖАЩИЙ.СЛУ\_ИМЯ} = \text{СЛУЖАЩИЙ.СЛУ\_ИМЯ}) \text{ AND } (\text{ПРОЕКТ.ПРОЕКТ\_РУК} = \text{ПРОЕКТ.ПРОЕКТ\_РУК})$ ,  
то областью истинности этой формулы являлось бы декартово произведение (в строгом математическом смысле) тел отношений СЛУЖАЩИЙ и ПРОЕКТ
- В подобных случаях областью истинности WFF является отношение, заголовок которого представляет собой объединение заголовков отношений, на телах которых определены кортежные переменные, а кортежи получаются путем объединения соответствующих кортежей из областей определения переменных

# Реляционное исчисление кортежей (12)

- При этом имя атрибута результирующего отношения уточняется именем соответствующей переменной формулы
- Поэтому правильнее изображать область истинности формулы

`СЛУЖАЩИЙ.СЛУ_ИМЯ = ПРОЕКТ.ПРОЕКТ_РУК`

следующим образом:

СЛУЖАЩИЙ. СЛУ_НОМЕР	СЛУЖАЩИЙ. СЛУ_ИМЯ	СЛУЖАЩИЙ. СЛУ_ЗАРП	СЛУЖАЩИЙ. ПРО_НОМ	ПРОЕКТ. ПРО_НОМ	ПРОЕКТ. ПРОЕКТ_РУК	ПРОЕКТ. ПРО_ЗАРП
4434	Иванов	22400.00	1	1	Иванов	23400.00
4434	Иванов	22400.00	2	1	Иванов	23400.00
4417	Иваненко	22000.00	2	2	Иваненко	22400.00

# Реляционное исчисление кортежей

## (13)

- Во-вторых, как видно, показанное результирующее отношение в точности совпадает с результатом алгебраической операции  
`СЛУЖАЩИЕ JOIN ПРОЕКТЫ WHERE СЛУ_ИМЯ = ПРОЕКТ_РУК`  
с учетом особенности именования атрибутов результирующего отношения.
- Наконец, заметим, что описанный выше способ реализации, который приводит к получению области истинности рассмотренной формулы, в действительности является наиболее общим (и зачастую неоптимальным) способом выполнения операций соединения
  - он называется методом *вложенных циклов* – *nested loops join*

# Реляционное исчисление кортежей

## (14)

- При построении WFF допускается использование кванторов существования (EXISTS) и всеобщности (FORALL)
- Если  $form$  – это WFF, в которой участвует переменная  $var$ , то конструкции  $EXISTS\ var\ (form)$  и  $FORALL\ var\ (form)$  представляют собой WFF
- По определению, формула  $EXISTS\ var\ (form)$  принимает значение  $true$  в том и только в том случае, если в области определения переменной  $var$  найдется *хотя бы одно значение* (кортеж), для которого WFF  $form$  принимает значение  $true$
- Формула  $FORALL\ var\ (form)$  принимает значение  $true$ , если *для всех значений* переменной  $var$  из ее области определения WFF  $form$  принимает значение  $true$

# Реляционное исчисление кортежей

## (15)

■ Переменные, входящие в WFF, могут быть *свободными* или *связанными*

- По определению, все переменные, входящие в WFF, при построении которой не использовались кванторы, являются свободными
- Фактически, это означает, что если для какого-то набора значений свободных кортежных переменных при вычислении WFF получено значение *true*, то эти значения кортежных переменных могут входить в результирующее отношение
- Если же имя переменной использовано сразу после квантора при построении WFF вида *EXISTS var (form)* или *FORALL var (form)*, то в этой WFF и во всех WFF, построенных с ее участием, *var* является связанной переменной
- Это означает, что такая переменная не видна за пределами минимальной WFF, связавшей эту переменную
- При вычислении значения такой WFF используется не одно значение связанной переменной, а вся область ее определения

# Реляционное исчисление кортежей

## (16)

- Пусть здесь и далее СЛУ1 и СЛУ2 представляют собой две кортежные переменные, определенные на отношении СЛУЖАЩИЕ
- Тогда WFF
- $\text{EXISTS СЛУ2 (СЛУ1.СЛУ\_ЗАРП > СЛУ2.СЛУ\_ЗАРП)}$   
для текущего кортежа переменной СЛУ1 принимает значение *true* в том и только в том случае, если во всем отношении СЛУЖАЩИЕ найдется такой кортеж (ассоциированный с переменной СЛУ2), чтобы значение его атрибута СЛУ\_ЗАРП удовлетворяло внутреннему условию сравнения
- Легко видеть, что эта формула принимает значение *true* для тех и только тех значений кортежной переменной СЛУ1, которые соответствуют служащим, не получающим минимальную зарплату

# Реляционное исчисление кортежей (17)

■ Правильно посчитать по формуле (14) множество кортежей

СЛУ_НОМЕР	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	ПРО_НОМ
4434	Иванов	22400.00	1
4435	Петров	29600.00	1
4415	Сидоров	23000.00	1
4436	Федоров	20000.00	1
4440	Иванова	22000.00	1
4434	Иванов	22400.00	2
4435	Петров	29600.00	2
4416	Федоренко	20000.00	2
4417	Иваненко	22000.00	2

# Реляционное исчисление кортежей (18)

## Правильно построенная формула

Правильно построенные формулы (15)  
`FORALL СЛУ2 (СЛУ1.СЛУ_ЗАРП ≥ СЛУ2.СЛУ_ЗАРП)`

для текущего кортежа переменной СЛУ1 принимает значение *true* в том и только в том случае, если для всех кортежей отношения СЛУЖАЩИЕ (связанных с переменной СЛУ2) значения атрибута СЛУ\_ЗАРП удовлетворяют условию сравнения

- Формула принимает значение *true* только для тех значений кортежной переменной СЛУ1, которые соответствуют служащим, получающим максимальную зарплату.
- Соответствующее множество кортежей:

СЛУ_НОМЕР	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	ПРО_НОМ
4435	Петров	29600.00	1
4435	Петров	29600.00	2



# Реляционное исчисление кортежей

## (19)

- Очевидно, что показанные отношения соответствуют условиям обеих формул
- ### Правильно построенные формулы (16)
- Но как в данном случае можно реализовать систему, которая по заданной формуле производит правильный результат?
  - Наиболее очевидным способом интерпретации обеих обсуждавшихся выше формул является следующий:
    - в некотором порядке просматривать область определения свободной кортежной переменной СЛУ1;
    - для каждого очередного кортежа из области определения СЛУ1 просматривать область определения связанной переменной СЛУ2 до тех пор, пока не будет установлено истинностное значение формулы для данного кортежа СЛУ1
      - ✓ в случае наличия квантора существования процесс просмотра для СЛУ2 можно остановить после нахождения первого кортежа, для которого значением подформулы, находящейся под знаком квантора, станет *true*;
      - ✓ при наличии квантора всеобщности необходимо просмотреть всю область определения СЛУ2).
  - Мы снова получаем два цикла, как и при интерпретации WFF с двумя свободными переменными
  - Но в данном случае во внешнем цикле обязательно просматривается область определения свободной переменной.

# Реляционное исчисление кортежей

## (20)

- На самом деле, правильнее говорить не о свободных и связанных переменных, а о свободных и связанных вхождениях переменных
- Если переменная *var* является связанной в WFF *form*, то во всех WFF, включающих *form*, вне *form* может использоваться вхождение того же имени переменной *var*, которое может быть свободным или связанным, но в любом случае не имеет никакого отношения к вхождению переменной *var* в WFF *form*
- Вот пример:  

```
EXISTS СЛУ2 (СЛУ1.ПРО_НОМ = СЛУ2.ПРО_НОМ  
AND СЛУ1.СЛУ_НОМЕР ≠ СЛУ2.СЛУ_НОМЕР)  
AND FORALL СЛУ2  
(IF СЛУ1.ПРО_НОМ = СЛУ2.ПРО_НОМ  
THEN СЛУ1.СЛУ_ЗАРП = СЛУ2.СЛУ_ЗАРП)
```

# Реляционное исчисление кортежей

## (21)

- Правильно построенные формулы (18)
- Эта формула принимает значение *true* только для тех значений переменной СЛУ1, которые соответствуют служащим, участвующим в проектах с более чем одним участником, причем все участники проекта получают одну и ту же зарплату
  - Здесь мы имеем два связанных вхождения переменной СЛУ2 с совершенно разным смыслом
  - Грубо говоря, для текущего значения переменной СЛУ1 переменная СЛУ2 два раза «пробежит» свою область определения
    - первый раз при вычислении части формулы с квантором существования,
    - второй при вычислении части с квантором всеобщности
  - Кстати, к тому же результату приведет следующая формула с одним квантором всеобщности:  

```
FORALL СЛУ2 (IF (СЛУ1.ПРО_НОМ = СЛУ2.ПРО_НОМ AND  
                СЛУ1.СЛУ_НОМЕР ≠ СЛУ2.СЛУ_НОМЕР)  
                THEN СЛУ1.СЛУ_ЗАРП = СЛУ2.СЛУ_ЗАРП)
```

# Реляционное исчисление кортежей

(22)

- Легко заметить, что кванторы можно трактовать как булевские функции (функции, принимающие значения *true* или *false*) над множеством значений связанной кортежной переменной
- С тем же успехом можно ввести в реляционное исчисление числовые функции над множествами, такие, как
  - MIN (минимальное значение),
  - MAX (максимальное значение),
  - AVG (среднее значение) и т. д.
- В этом случае можно было бы написать, например,  $WFF$   
 $СЛУ1.СЛУ\_ЗАРП > MIN\ СЛУ2.СЛУ\_ЗАРП\ (СЛУ1.ПРО\_НОМ = СЛУ2.ПРО\_НОМ)$ ,  
в области истинности которой содержатся все кортежи отношения СЛУЖАЩИЕ, соответствующие тем служащим, которые получают заработную плату, превышающую минимальную зарплату служащих, участвующих в том же проекте
- Понятно, что для получения результирующего отношения можно интерпретировать формулу таким же образом, как в обсуждавшемся выше случае наличия кванторов

# Реляционное исчисление кортежей

## (23)

- WFF обеспечивают средства формулировки условия выборки из отношений базы данных
- Чтобы можно было использовать исчисление для реальной работы с базами данных, требуется еще один компонент, который определяет набор и имена атрибутов результирующего отношения
- Этот компонент называется целевым списком (*target list*)
- Целевой список строится из целевых элементов, каждый из которых может представляться одним из следующих способов:
  - *var.attr*, где *var* – имя свободной переменной соответствующей WFF, а *attr* – имя атрибута отношения, на котором определена переменная *var*;
  - *var*, что эквивалентно наличию подписка *var.attr1*, *var.attr2*, ..., *var.attrn*, где множество {*attr1*, *attr2*, ..., *attrn*} включает имена всех атрибутов определяющего отношения;
  - *new\_name = var.attr*; *new\_name* – новое имя соответствующего атрибута результирующего отношения

# Реляционное исчисление кортежей

(24)

- Последний вариант требуется в тех случаях, когда в WFF используется несколько свободных переменных с одинаковой областью определения
- Фактически применение целевого списка к области истинности WFF эквивалентно действию алгебраической операции проекции, а последний из приведенных вариантов представляет собой некоторую разновидность алгебраической операции переименования атрибута.
- Выражением реляционного исчисления кортежей называется конструкция вида `target_list WHERE WFF`
- Значением выражения является отношение, тело которого определяется WFF, а множество атрибутов и их имена – целевым списком

# Реляционное исчисление кортежей (25)

- В качестве простого примера покажем выражение реляционного исчисления кортежей, результат которого совпадает с результатом операции СЛУЖАЩИЕ DIVIDE BY НОМЕРА\_ПРОЕКТОВ:

```
СЛУ1, СЛУ2 RANGE IS СЛУЖАЩИЕ  
НОМЕР_ПРОЕКТА RANGE IS НОМЕРА_ПРОЕКТОВ
```

```
СЛУ1.СЛУ_НОМЕР, СЛУ1.СЛУ_ИМЯ, СЛУ1.СЛУ_ЗАРП  
WHERE FORALL НОМЕР_ПРОЕКТА EXISTS СЛУ2  
(СЛУ1.СЛУ_НОМЕР = СЛУ2.СЛУ_НОМЕР AND  
СЛУ1.ПРО_НОМ = НОМЕР_ПРОЕКТА.ПРО_НОМ)
```

- Результатом этого выражения является отношение, совпадающее с результатом операции СЛУЖАЩИЕ DIVIDE BY НОМЕРА\_ПРОЕКТОВ

СЛУ_НОМЕР	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП
4434	Иванов	22400.00
4435	Петров	29600.00

# Реляционное исчисление доменов (1)

- В исчислении доменов областью определения переменных являются не отношения, а домены
- В каждый момент времени переменная исчисления домена принимает некоторое значение из множества значений этого домена
- Применительно к базе данных СЛУЖАЩИЕ-ПРОЕКТЫ можно говорить, например, о доменных переменных
  - ИМЯ (значения – допустимые имена) или
  - НОСЛУ (значения – допустимые номера служащих)



# Реляционное исчисление доменов (2)

## Условия членства (1)

- Основным формальным отличием исчисления доменов от исчисления кортежей является наличие дополнительного множества предикатов, позволяющих выразить так называемые условия членства

- Если  $R$  – это  $n$ -арное отношение с заголовком

$$\{ \langle X_1, T_1 \rangle, \langle X_2, T_2 \rangle, \dots, \langle X_n, T_n \rangle \},$$

то условие членства имеет вид

$$R (X_{i1} : v_{i1}, X_{i2} : v_{i2}, \dots, X_{im} : v_{im})$$

$$(m \leq n, \{X_{ij}\} \subset \{X_k\}),$$

где  $v_{ij}$  – это

- либо литерально задаваемая константа домена (или типа)  $T_{ij}$ ,
- либо имя некоторой доменной переменной, определенной на домене (или типе)  $T_{ij}$ .

# Реляционное исчисление доменов (3)

## Условия членства (2)

- Условие членства принимает значение *true* в том и только в том случае, если в отношении  $R$  существует кортеж, содержащий указанные значения указанных атрибутов
- Если  $v_{ij}$  – константа,
  - то на атрибут  $X_{ij}$  накладывается жесткое условие, не зависящее от текущих значений доменных переменных;
- если же  $v_{ij}$  – имя доменной переменной,
  - то условие членства может принимать разные значения при разных значениях этой переменной
- Для большей ясности приведем пару примеров
- Для простоты будем считать, что определены доменные переменные, имена которых совпадают с именами атрибутов отношения СЛУЖАЩИЕ, а в случае, когда требуется несколько доменных переменных, определенных на одном домене, мы будем добавлять в конце имени цифры

# Реляционное исчисление доменов (4)

## Условия членства (3)

- **WFF исчисления доменов**  
СЛУЖАЩИЕ (СЛУ\_НОМ:2934,  
СЛУ\_ИМЯ:'Иванов',  
СЛУ\_ЗАРП:22400.00, ПРО\_НОМ:1)  
примет значение *true* в том и только в том случае, когда в теле отношения СЛУЖАЩИЕ содержится кортеж {<СЛУ\_НОМ, 2934>, <СЛУ\_ИМЯ, 'Иванов'>, <СЛУ\_ЗАРП, 22400.00>, <ПРО\_НОМ, 1>} (имена доменов опущены)
- Соответствующие значения доменных переменных образуют область истинности этой WFF

# Реляционное исчисление доменов (5)

## Условия членства (4)

- С другой стороны, WFF
- СЛУЖАЩИЕ (СЛУ\_НОМ:2934, СЛУ\_ИМЯ:'Иванов', СЛУ\_ЗАРП:22400.00, ПРО\_НОМ:ПРО\_НОМ)

будет принимать значение *true* для всех комбинаций явно заданных значений и допустимых значений переменной ПРО\_НОМ, которые соответствуют кортежам, входящим в тело отношения СЛУЖАЩИЕ

- При наличии нашего значения отношения СЛУЖАЩИЕ областью истинности этой WFF являются два следующих набора значений доменных переменных:  
<2934, 'Иванов', 22400.00, 1> и  
<2934, 'Иванов', 22400.00, 2>

СЛУ_НОМЕР	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	ПРО_НОМ
4434	Иванов	22400.00	1
4435	Петров	29600.00	1
4415	Сидоров	23000.00	1
4436	Федоров	20000.00	1
4440	Иванова	22000.00	1
4434	Иванов	22400.00	2
4435	Петров	29600.00	2
4441	Сидоренко	18000.00	2
4416	Федоренко	20000.00	2
4417	Иваненко	22000.00	2

# Реляционное исчисление доменов (6)

## Выражения исчисления доменов (1)

- Во всех остальных отношениях формулы и выражения исчисления доменов выглядят похожими на формулы и выражения исчисления кортежей
- В частности, формулы могут включать кванторы, и различаются свободные и связанные вхождения доменных переменных

# Реляционное исчисление доменов (7)

## Выражения исчисления доменов (2)

- Для примера выражения исчисления доменов сформулируем с использованием исчисления доменов запрос «Выдать номера и имена служащих, не получающих минимальную заработную плату»:  
СЛУ\_НОМ, СЛУ\_ИМЯ WHERE EXISTS СЛУ\_ЗАРП1  
(СЛУ\_ЖАЩИЕ (СЛУ\_ЗАРП:СЛУ\_ЗАРП1) AND  
СЛУ\_ЖАЩИЕ (СЛУ\_НОМ:СЛУ\_НОМ, СЛУ\_ИМЯ:СЛУ\_ИМЯ,  
СЛУ\_ЗАРП:СЛУ\_ЗАРП) AND  
СЛУ\_ЗАРП > СЛУ\_ЗАРП1)
- Реляционное исчисление доменов является основой большинства языков запросов, основанных на использовании форм
- В частности, на этом исчислении базировался известный язык Query-by-Example, который был первым (и наиболее интересным) языком в семействе языков, основанных на табличных формах

# Заключение (1)

- В этой теме рассматривалась манипуляционная составляющая реляционной модели данных
- Были представлены два варианта реляционной алгебры.
- С формальной точки зрения можно было бы обойтись одним из вариантов, поскольку их выразительные средства эквивалентны
- Но алгебра Кодда в большей степени базируется на теории множеств
- Базовыми операциями являются переименование атрибутов, объединение, пересечение, взятие разности, декартово произведение, проекция и ограничение
- Операция соединения общего вида, хотя и включается в алгебру, является вторичной и явно представляется через другие операции
- Фундаментальная же в реляционном подходе операция естественного соединения выражается через соединение общего вида и в алгебру не включается
- В терминах алгебры Кодда проще всего определяются алгебраические черты языка SQL, в частности общая семантика оператора SELECT

# Заключение (2)

- Базисом Алгебры  $A$  являются операции реляционного отрицания (дополнения), реляционной конъюнкции (или дизъюнкции) и проекции (удаления атрибута)
- Реляционные аналоги логических операций определяются в терминах отношений на основе обычных теоретико-множественных операций и позволяют выразить напрямую операции пересечения, декартова произведения, естественного соединения, объединения отношений
- Путем комбинирования базовых операций выражаются операции переименования атрибутов, соединения общего вида, взятия разности отношений
- Алгебра  $A$  позволяет лучше осознать логические основы реляционной модели, хотя, безусловно, является в меньшей степени ориентированной на практическое применение, чем алгебра Кодда



# Заключение (3)

- Реляционному исчислению мы отвели меньше места, поскольку не ставили перед собой задачу определить какой-либо полноценный логический язык запросов
- Цель состояла в том, чтобы показать возможность декларативной логической формулировки запросов
- В этом случае выполнение запроса происходит путем интерпретации логической формулы, а не вычисления алгебраического выражения
- Были рассмотрены два варианта реляционного исчисления,
  - первый из которых – реляционное исчисление кортежей – был определен сравнительно полно,
  - а для второго – реляционного исчисления доменов – были только отмечены и проиллюстрированы основные отличительные черты