

Решение 2-го задания 9-го варианта теста по компьютерной графике 2007 года.

Искомое преобразование можно представить в виде суперпозиции следующих преобразований:

1. Перенос фигуры так, чтобы вершина (2; 3) переместилась в начало координат.
2. Отражение относительно оси Oy .
3. Вращение вокруг начала координат на 180 градусов против часовой стрелки.
4. Перенос на 1 вправо и на 7 вверх.

Положим, что координаты вершин — векторы-столбцы (в однородных координатах).

Матрица преобразования 1:

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Матрица преобразования 2:

$$M_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Матрица преобразования 3:

$$M_3 = \begin{bmatrix} \cos \pi & -\sin \pi & 0 \\ \sin \pi & \cos \pi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Матрица преобразования 4:

$$M_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Искомая матрица M — произведение матриц M_1, \dots, M_4 .

$$M = M_4 M_3 M_2 M_1$$

$$M_2 M_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_3 M_2 M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 10 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Проверим, правильно ли нашли матрицу M . Точка $(2; 3)$ при искомом преобразовании переходит в точку $(1; 7)$. Точка $(4; 1)$ переходит в точку $(3; 9)$.

$$M \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$M \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix}$$