

ФАМИЛИЯ И.О.: \_\_\_\_\_  
ГРУППА: \_\_\_\_\_

ВАРИАНТ

**Задача 1.** Используя только приведенные ниже предикаты

- $C(x)$  — « $x$  — квадрат»;
- $S(x)$  — « $x$  — шар»;
- $B(x)$  — « $x$  — черный предмет»;
- $W(x)$  — « $x$  — белый предмет»;
- $L(x, y)$  — «предмет  $x$  лежит левее предмета  $y$ ».
- $U(x, y)$  — «предмет  $x$  лежит ниже предмета  $y$ ».

запишите формулу логики предикатов, выражающую следующее высказывание:  
«Никакой черный квадрат не лежит ни под одним черным шаром, слева от которого располагаются все белые шары».

**Задача 2.** Докажите общезначимость приведенной ниже формулы, построив успешный табличный вывод для соответствующих семантических таблиц.

$$\exists x (\forall x P(x) \rightarrow \neg(R(x) \& \exists x (P(x) \rightarrow \neg R(x))))).$$

**Задача 3.** Докажите общезначимость приведенной ниже формулы, используя метод резолюций.

$$\exists y ((\forall x P(x) \vee R(y)) \rightarrow \forall x (P(x) \vee R(y))).$$

**Задача 4.** Замкнутая формула  $\varphi$  является логическим следствием множества замкнутых формул  $\Gamma = \{\psi_1, \psi_2\}$ . Какое из утверждений верно?

1.  $\varphi \rightarrow (\psi_1 \rightarrow \psi_2)$  — общезначимая формула.
2.  $(\varphi \rightarrow \psi_1) \rightarrow \psi_2$  — общезначимая формула.
3.  $\psi_1 \rightarrow (\psi_2 \rightarrow \varphi)$  — общезначимая формула.
4.  $(\psi_1 \rightarrow \psi_2) \rightarrow \varphi$  — общезначимая формула.

**Задача 5.** Известно, что семантическая таблица  $\langle \{\varphi\}; \emptyset \rangle$  имеет успешный табличный вывод, каждая ветвь которого завершается закрытой таблицей. Какое из трех утверждений верно?

1.  $\varphi$  — общезначимая формула.
2.  $\varphi$  — выполнимая, но не общезначимая формула.
3.  $\varphi$  — невыполнимая формула.

**Задача 6.** Какие из двух формул  $\varphi = \forall x \exists y (P(x) \rightarrow P(y))$  и  $\psi = \exists y \forall x (P(x) \rightarrow P(y))$  являются общезначимыми?

1. Только формула  $\varphi$ .
2. Только формула  $\psi$ .
3. Ни одна из этих двух формул.
4. Обе формулы.

**Задача 7.** Какие из трех приведенных ниже формул представлены в сколемовской стандартной форме (символы  $x, y$  обозначают переменные, а  $c, e$  — константы)?

1.  $\forall x \exists y (P(x, f(x)) \vee P(y, y))$
2.  $\forall x (P(x, f(x)) \vee \forall y P(y, y))$
3.  $P(c, f(c)) \vee P(e, e)$ .

**Задача 8.** Известно, что дизъюнкт  $D_0$  является резольвентой дизъюнктов  $D_1$  и  $D_2$ . Какие из приведенных ниже утверждений верны для любых дизъюнктов  $D_0, D_1, D_2$ ?

1. Множество формул  $S = \{D_0, D_1, D_2\}$  противоречиво.
2. Множество формул  $S = \{D_0, \neg D_1, \neg D_2\}$  противоречиво.
3. Множество формул  $S = \{\neg D_0, D_1, D_2\}$  противоречиво.
4. Множество формул  $S = \{\neg D_0, \neg D_1, \neg D_2\}$  противоречиво.

**Задача 9.** Известно, что из системы дизъюнктов  $S$  резолютивно выводим пустой дизъюнкт. Какие из приведенных ниже утверждений верны?

1. Система дизъюнктов  $S$  не имеет эрбрановских моделей.
2. Система дизъюнктов  $S$  не имеет конечного противоречивого множество основных примеров.
3. Система дизъюнктов  $S$  непротиворечива.
4. Любая замкнутая формула является логическим следствием системы дизъюнктов  $S$ .

**Задача 10.** Верно, что существует такое предложение  $\varphi$ , логическим следствием которого

1. является любая замкнутая формула.
2. не является ни одна замкнутая формула.
3. является только конечное число замкнутых формул.

**Задача 11.** Известно, что замкнутая формула  $\varphi$  равносильна формуле  $\psi$ . Какие из приведенных ниже утверждений верны?

1. Всякое логическое следствие формулы  $\varphi$  является логическим следствием формулы  $\psi$ .
2. Всякая модель формулы  $\varphi$  является моделью формулы  $\psi$ .
3. Формулы  $\varphi$  и  $\psi$  имеют одинаковую предваренную нормальную форму.
4. Формула  $\varphi$  общезначима тогда и только тогда, когда общезначима формула  $\psi$ .

**Задача 12.** Предположим, что из системы дизъюнктов  $S$  можно резолютивно вывести дизъюнкт  $P \vee \neg P$ . Какие из приведенных ниже утверждений будут всегда верны?

1. В системе дизъюнктов  $S$  есть противоречивый дизъюнкт
2. Система дизъюнктов  $S$  непротиворечива
3. Система дизъюнктов  $S$  противоречива
4. Такой резольвенты вывести из системы дизъюнктов  $S$  невозможно

ФАМИЛИЯ И.О.: \_\_\_\_\_  
ГРУППА: \_\_\_\_\_

ВАРИАНТ

**Задача 1.** Используя только приведенные ниже предикаты

- $C(x)$  — « $x$  — квадрат»;
- $S(x)$  — « $x$  — шар»;
- $B(x)$  — « $x$  — черный предмет»;
- $W(x)$  — « $x$  — белый предмет»;
- $L(x, y)$  — «предмет  $x$  лежит левее предмета  $y$ ».
- $U(x, y)$  — «предмет  $x$  лежит ниже предмета  $y$ ».

запишите формулу логики предикатов, выражающую следующее высказывание:  
«Нет такого белого шара, слева от которого лежат только черные квадраты».

**Задача 2.** Докажите общезначимость приведенной ниже формулы, построив успешный табличный вывод для соответствующих семантических таблиц.

$$\forall x (P(x) \rightarrow \neg R(x)) \rightarrow \neg(\exists x P(x) \& \forall x R(x)).$$

**Задача 3.** Докажите общезначимость приведенной ниже формулы, используя метод резолюций.

$$(\exists x P(x) \vee \exists x R(x)) \rightarrow \exists x (P(x) \vee R(x)).$$

**Задача 4.** Известно, что множество замкнутых формул  $\{\varphi, \psi\}$  не имеет модели. Какие из четырех утверждений верны?

1.  $\varphi \rightarrow \psi$  — общезначимая формула.
2.  $\psi \rightarrow \varphi$  — общезначимая формула.
3.  $\varphi \rightarrow \neg\psi$  — общезначимая формула.
4.  $\psi \rightarrow \neg\varphi$  — общезначимая формула.

**Задача 5.** Верно, что существует такое конечное множество предложений  $\Gamma = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N\}$ , логическим следствием которого

1. является формула  $\neg\varphi_1$ .
2. являются всевозможные замкнутые формулы.
3. является бесконечное множество замкнутых формул.

**Задача 6.** Какие из трех формул  $P(x)$ ,  $P(y)$ ,  $\forall x P(x)$  являются равносильными?

1.  $P(x)$  и  $P(y)$ .
2.  $P(x)$  и  $\forall x P(x)$ .
3. Все три формулы попарно равносильны друг другу.
4. Никакие две формулы из этих трех не являются равносильными.

**Задача 7.** Какие из приведенных ниже утверждений справедливы для предваренной нормальной формы  $\varphi$  и соответствующей ей сколемовской стандартной формы  $\psi$ ?

1. Формулы  $\varphi$  и  $\psi$  равносильны.
2. Формула  $\varphi \rightarrow \psi$  общезначима.
3. Если формула  $\varphi$  противоречива, то и формула  $\psi$  противоречива.
4. Если формула  $\psi$  противоречива, то и формула  $\varphi$  противоречива.

**Задача 8.** Предположим, что из непустой системы дизъюнктов  $S$  нельзя резолютивно вывести ни одного дизъюнкта. Какие из приведенных ниже утверждений верны?

1. Система дизъюнктов  $S$  противоречива.
2. Система дизъюнктов  $S$  непротиворечива.
3. Такой системы дизъюнктов  $S$  не существует.

**Задача 9.** Какие из двух формул  $\varphi = \forall x \forall y (P(x) \rightarrow \neg P(y))$  и  $\psi = \exists x \exists y (P(x) \rightarrow \neg P(y))$  являются невыполнимыми?

1. Только формула  $\varphi$ .
2. Только формула  $\psi$ .
3. Ни одна из этих двух формул.
4. Обе формулы.

**Задача 10.** Известно, что семантическая таблица  $\langle \{\varphi\}; \emptyset \rangle$  имеет конечный табличный вывод, некоторые ветви которого не завершаются закрытой таблицей. Какое из трех утверждений верно для любой формулы  $\varphi$ ?

1.  $\varphi$  — общезначимая формула.
2.  $\varphi$  — выполнимая формула.
3.  $\varphi$  — невыполнимая формула.

**Задача 11.** Известно, что любая пара дизъюнктов из множества дизъюнктов  $S$  имеет модель. Какие из приведенных ниже утверждений будут всегда верны для любой системы дизъюнктов  $S$ , обладающей указанным свойством?

1. Система дизъюнктов  $S$  непротиворечива.
2. Никакие два дизъюнкта системы  $S$  не имеют резольвенты.
3. Из системы дизъюнктов  $S$  нельзя резолютивно вывести пустой дизъюнкт.

**Задача 12.** Известно, что дизъюнкт  $D_0$  является резольвентой дизъюнктов  $D_1$  и  $D_2$ . Какие из приведенных ниже утверждений верны?

1. Каждая эрбрановская модель для дизъюнкта  $D_0$  является моделью для системы дизъюнктов  $\{D_1, D_2\}$ .
2. Каждая эрбрановская модель для системы дизъюнктов  $\{D_1, D_2\}$  является моделью для дизъюнкта  $D_0$ .
3. Система дизъюнктов  $\{D_0, D_1, D_2\}$  непротиворечива.

ФАМИЛИЯ И.О.: \_\_\_\_\_  
ГРУППА: \_\_\_\_\_

ВАРИАНТ

**Задача 1.** Используя только приведенные ниже предикаты

- $C(x)$  — « $x$  — квадрат»;
- $S(x)$  — « $x$  — шар»;
- $B(x)$  — « $x$  — черный предмет»;
- $W(x)$  — « $x$  — белый предмет»;
- $L(x, y)$  — «предмет  $x$  лежит левее предмета  $y$ ».
- $U(x, y)$  — «предмет  $x$  лежит ниже предмета  $y$ ».

запишите формулу логики предикатов, выражающую следующее высказывание:

«Каков бы ни был черный шар, лежащий под всеми белыми квадратами, слева от него нет никаких шаров».

**Задача 2.** Докажите общезначимость приведенной ниже формулы, построив успешный табличный вывод для соответствующих семантических таблиц.

$$\exists z \neg(\forall z B(x) \& (A(z) \& \exists z (B(z) \rightarrow \neg A(z))))).$$

**Задача 3.** Докажите общезначимость приведенной ниже формулы, используя метод резолюций.

$$(\forall x P(x) \vee \forall y R(y)) \rightarrow \forall z \exists x(P(z) \vee R(x)).$$

**Задача 4.** Верно, что существует такое предложение  $\psi$ , логическим следствием которого

1. не является ни одна замкнутая формула.
2. является только конечное число замкнутых формул.
3. является любая замкнутая формула.

**Задача 5.** Известно, что дизъюнкт  $D_0$  является резольвентой дизъюнктов  $D_1$  и  $D_2$ . Какие из приведенных ниже утверждений верны для любых дизъюнктов  $D_0, D_1, D_2$ ?

1. Система дизъюнктов  $S = \{\neg D_0, \neg D_1, \neg D_2\}$  противоречива.
2. Система дизъюнктов  $S = \{D_0, \neg D_1, \neg D_2\}$  противоречива.
3. Система дизъюнктов  $S = \{D_0, D_1, D_2\}$  противоречива.
4. Система дизъюнктов  $S = \{\neg D_0, D_1, D_2\}$  противоречива.

**Задача 6.** Предположим, что из системы дизъюнктов  $S$  можно резолютивно вывести дизъюнкт  $P \vee \neg P$ . Какие из приведенных ниже утверждений будут всегда верны?

1. В системе дизъюнктов  $S$  есть противоречивый дизъюнкт.
2. Такой резольвенты вывести из системы дизъюнктов  $S$  невозможно.
3. Система дизъюнктов  $S$  непротиворечива.
4. Система дизъюнктов  $S$  противоречива.

**Задача 7.** Какие из трех приведенных ниже формул представлены в сколемовской стандартной форме (символы  $x, y$  обозначают переменные, а  $c, e$  — константы)?

1.  $\forall x \exists y (P(x, f(x)) \vee P(y, y))$
2.  $\forall x (P(x, f(x)) \vee \forall y P(y, y))$
3.  $P(c, f(c)) \vee P(e, e)$ .

**Задача 8.** Замкнутая формула  $\varphi$  является логическим следствием множества замкнутых формул  $\Gamma = \{\psi_1, \psi_2\}$ . Какое из утверждений верно?

1.  $\psi_1 \rightarrow (\psi_2 \rightarrow \varphi)$  — общезначимая формула.
2.  $(\varphi \rightarrow \psi_1) \rightarrow \psi_2$  — общезначимая формула.
3.  $\varphi \rightarrow (\psi_1 \rightarrow \psi_2)$  — общезначимая формула.
4.  $(\psi_1 \rightarrow \psi_2) \rightarrow \varphi$  — общезначимая формула.

**Задача 9.** Какие из двух формул  $\varphi = \forall x \exists y (P(x) \rightarrow P(y))$  и  $\psi = \exists y \forall x (P(x) \rightarrow P(y))$  являются общезначимыми?

1. Только формула  $\varphi$ .
2. Только формула  $\psi$ .
3. Ни одна из этих двух формул.
4. Обе формулы.

**Задача 10.** Известно, что из системы дизъюнктов  $S$  резолютивно выводим пустой дизъюнкт. Какие из приведенных ниже утверждений верны?

1. Любая замкнутая формула является логическим следствием системы дизъюнктов  $S$ .
2. Система дизъюнктов  $S$  не имеет конечного противоречивого множество основных примеров.
3. Система дизъюнктов  $S$  не имеет эрбрановских моделей.
4. Система дизъюнктов  $S$  непротиворечива.

**Задача 11.** Известно, что замкнутая формула  $A$  равносильна формуле  $B$ . Какие из приведенных ниже утверждений верны?

1. Всякая модель формулы  $A$  является моделью формулы  $B$ .
2. Формулы  $A$  и  $B$  имеют одинаковую предваренную нормальную форму.
3. Всякое логическое следствие формулы  $A$  является логическим следствием формулы  $B$ .
4. Формула  $A$  общезначима тогда и только тогда, когда общезначима формула  $B$ .

**Задача 12.** Известно, что семантическая таблица  $\langle\{\psi\}; \emptyset\rangle$  имеет успешный табличный вывод, каждая ветвь которого завершается закрытой таблицей. Какое из трех утверждений верно?

1.  $\psi$  — выполнимая, но не общезначимая формула.
2.  $\psi$  — невыполнимая формула.
3.  $\psi$  — общезначимая формула.

ФАМИЛИЯ И.О.: \_\_\_\_\_  
ГРУППА: \_\_\_\_\_

ВАРИАНТ

**Задача 1.** Используя только приведенные ниже предикаты

- $C(x)$  — « $x$  — квадрат»;
- $S(x)$  — « $x$  — шар»;
- $B(x)$  — « $x$  — черный предмет»;
- $W(x)$  — « $x$  — белый предмет»;
- $L(x, y)$  — «предмет  $x$  лежит левее предмета  $y$ ».
- $U(x, y)$  — «предмет  $x$  лежит ниже предмета  $y$ ».

запишите формулу логики предикатов, выражающую следующее высказывание:  
«Есть хотя бы один черный шар, слева от которого нет никаких белых квадратов».

**Задача 2.** Докажите общезначимость приведенной ниже формулы, построив успешный табличный вывод для соответствующих семантических таблиц.

$$\forall x (E(x) \rightarrow \neg D(x)) \rightarrow \neg \exists x (E(x) \& \forall x D(x)).$$

**Задача 3.** Докажите общезначимость приведенной ниже формулы, используя метод резолюций.

$$(\exists x P(x) \vee \exists x R(x)) \rightarrow \exists x (P(x) \vee R(x)).$$

**Задача 4.** Известно, что дизъюнкт  $D_0$  является резольвентой дизъюнктов  $D_1$  и  $D_2$ . Какие из приведенных ниже утверждений верны?

1. Система дизъюнктов  $\{D_0, D_1, D_2\}$  непротиворечива.
2. Каждая эрбрановская модель для дизъюнкта  $D_0$  является моделью для системы дизъюнктов  $\{D_1, D_2\}$ .
3. Каждая эрбрановская модель для системы дизъюнктов  $\{D_1, D_2\}$  является моделью для дизъюнкта  $D_0$ .

**Задача 5.** Известно, что любая пара дизъюнктов из множества дизъюнктов  $S$  имеет модель. Какие из приведенных ниже утверждений будут всегда верны для любой системы дизъюнктов  $S$ , обладающей указанным свойством?

1. Система дизъюнктов  $S$  непротиворечива.
2. Никакие два дизъюнкта системы  $S$  не имеют резольвенты.
3. Из системы дизъюнктов  $S$  нельзя резолютивно вывести пустой дизъюнкт.

**Задача 6.** Какие из двух формул  $\varphi = \forall x \forall y (P(x) \rightarrow \neg P(y))$  и  $\psi = \exists x \exists y (P(x) \rightarrow \neg P(y))$  являются невыполнимыми?

1. Только формула  $\varphi$ .
2. Только формула  $\psi$ .
3. Ни одна из этих двух формул.
4. Обе формулы.

**Задача 7.** Предположим, что из непустой системы дизъюнктов  $S$  нельзя резолютивно вывести ни одного дизъюнкта. Какие из приведенных ниже утверждений верны?

1. Система дизъюнктов  $S$  противоречива.
2. Система дизъюнктов  $S$  непротиворечива.
3. Такой системы дизъюнктов  $S$  не существует.

**Задача 8.** Какие из приведенных ниже утверждений справедливы для предваренной нормальной формы  $\varphi$  и соответствующей ей сколемовской стандартной формы  $\psi$ ?

1. Формула  $\varphi \rightarrow \psi$  общезначима.
2. Если формула  $\varphi$  противоречива, то и формула  $\psi$  противоречива.
3. Формулы  $\varphi$  и  $\psi$  равносильны.
4. Если формула  $\psi$  противоречива, то и формула  $\varphi$  противоречива.

**Задача 9.** Какие из трех формул  $P(x)$ ,  $P(y)$ ,  $\forall xP(x)$  являются равносильными?

1.  $P(x)$  и  $P(y)$ .
2.  $P(x)$  и  $\forall xP(x)$ .
3. Все три формулы попарно равносильны друг другу.
4. Никакие две формулы из этих трех не являются равносильными.

**Задача 10.** Известно, что семантическая таблица  $\langle \{\varphi\}; \emptyset \rangle$  имеет конечный табличный вывод, некоторые ветви которого не завершаются закрытой таблицей. Какое из трех утверждений верно для любой формулы  $\varphi$ ?

1.  $\varphi$  — общезначимая формула.
2.  $\varphi$  — выполнимая формула.
3.  $\varphi$  — невыполнимая формула.

**Задача 11.** Верно, что существует такое конечное множество предложений  $\Gamma = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N\}$ , логическим следствием которого

1. являются всевозможные замкнутые формулы.
2. является бесконечное множество замкнутых формул.
3. является формула  $\neg\varphi_1$ .

**Задача 12.** Известно, что множество замкнутых формул  $\{\varphi, \psi\}$  не имеет модели. Какое из утверждений в этом случае всегда верно?

1.  $\psi \rightarrow \varphi$  — общезначимая формула.
2.  $\varphi \rightarrow \neg\psi$  — общезначимая формула.
3.  $\varphi \rightarrow \psi$  — общезначимая формула.
4.  $\psi \rightarrow \neg\varphi$  — общезначимая формула.



ФАМИЛИЯ И.О.: \_\_\_\_\_  
ГРУППА: \_\_\_\_\_

ВАРИАНТ

**Задача 1.** Используя только приведенные ниже предикаты

- $C(x)$  — « $x$  — квадрат»;
- $S(x)$  — « $x$  — шар»;
- $B(x)$  — « $x$  — черный предмет»;
- $W(x)$  — « $x$  — белый предмет»;
- $L(x, y)$  — «предмет  $x$  лежит левее предмета  $y$ ».
- $U(x, y)$  — «предмет  $x$  лежит ниже предмета  $y$ ».

запишите формулу логики предикатов, выражающую следующее высказывание:  
«Хотя бы один шар, располагающийся справа от всех белых квадратов, не является белым».

**Задача 2.** Докажите общезначимость приведенной ниже формулы, построив успешный табличный вывод для соответствующих семантических таблиц.

$$\forall x (E(x) \rightarrow \neg D(x)) \rightarrow \neg(\exists x E(x) \& \forall x D(x)).$$

**Задача 3.** Докажите общезначимость приведенной ниже формулы, используя метод резолюций.

$$(\exists x P(x) \vee \forall x R(x)) \rightarrow \exists x (P(x) \vee R(x)).$$

**Задача 4.** Известно, что множество замкнутых формул  $\{\varphi_1, \varphi_2, \psi\}$  не имеет модели. Какие из утверждений в этом случае всегда верны?

1.  $\psi \rightarrow (\neg\varphi_1 \vee \neg\varphi_2)$  — общезначимая формула.
2.  $\varphi_1 \rightarrow (\neg\psi \vee \neg\varphi_2)$  — общезначимая формула.
3.  $\neg\psi \vee \neg\varphi_2 \vee \neg\varphi_1$  — общезначимая формула.
4.  $(\varphi_1 \& \varphi_2) \rightarrow \psi$  — общезначимая формула.

**Задача 5.** Известно, что дизъюнкт  $D_0$  является логическим следствием дизъюнктов  $D_1$  и  $D_2$ . Какие из приведенных ниже утверждений верны?

1. Система дизъюнктов  $\{D_0, D_1, D_2\}$  непротиворечива.
2. Дизъюнкт  $D_0$  резолютивно выводим из множества дизъюнктов  $\{D_1, D_2\}$ .
3. Система дизъюнктов  $\{D_0, D_1, D_2\}$  имеет хотя бы одну эрбрановскую модель.

**Задача 6.** Какие из приведенных ниже утверждений справедливы для предваренной нормальной формы  $\varphi$  и соответствующей ей сколемовской стандартной формы  $\psi$ ?

1. Какова бы ни была интерпретация  $I$ , формула  $\varphi$  выполнима в интерпретации  $I$  тогда и только тогда, когда формула  $\psi$  выполнима в интерпретации  $I$ .
2. Если формула  $\varphi$  общезначима, то и формула  $\psi$  общезначима.
3. Если формула  $\psi$  общезначима, то и формула  $\varphi$  общезначима.
4. Формулы  $\varphi$  и  $\psi$  равносильны.

**Задача 7.** Известно, что любое конечное подмножество  $S'$  бесконечной противоречивой системы дизъюнктов  $S$  имеет модель. Какие из приведенных ниже утверждений будут всегда верны для любой системы дизъюнктов  $S$ , обладающей указанным свойством?

1. Из системы дизъюнктов  $S$  резолютивно выводим пустой дизъюнкт.
2. Никакие два дизъюнкта системы  $S$  не имеют резольвенты.
3. Из системы дизъюнктов  $S$  нельзя резолютивно вывести пустой дизъюнкт.
4. Такой системы дизъюнктов  $S$  не существует.

**Задача 8.** Какие из двух формул  $\varphi = \forall x \exists y (P(x) \rightarrow P(y))$  и  $\psi = \exists x \forall y (\neg P(x) \rightarrow \neg P(y))$  являются общезначимыми?

1. Только формула  $\varphi$ .
2. Только формула  $\psi$ .
3. Ни одна из этих двух формул.
4. Обе формулы.

**Задача 9.** Известно, что некоторые формулы не являются логическими следствиями замкнутой формулы  $\varphi$ . Какие из приведенных ниже утверждений верны?

1. Формула  $\varphi$  имеет модель с конечной предметной областью.
2. Формула  $\varphi$  имеет модель, предметной областью которой являются простые числа.
3. Формула  $\varphi$  имеет модель, предметной областью которой являются рациональные числа.
4. Формула  $\varphi$  не имеет модели.

**Задача 10.** Какие из трех формул  $\forall y P(y, x)$ ,  $\forall y P(x, y)$ ,  $\forall x P(x, y)$  являются равносильными?

1.  $\forall y P(y, x)$  и  $\forall y P(x, y)$ .
2.  $\forall y P(y, x)$  и  $\forall x P(x, y)$ .
3. Все три формулы попарно равносильны друг другу.
4. Никакие две формулы из этих трех не являются равносильными.

**Задача 11.** Известно, что семантическая таблица  $\langle \{\varphi\}; \{\psi\} \rangle$  имеет конечный табличный вывод, некоторые ветви которого не завершаются закрытой таблицей. Какое из трех утверждений верно для любой пары формул  $\varphi, \psi$ ?

1.  $\varphi \rightarrow \psi$  — общезначимая формула.
2.  $\psi \rightarrow \varphi$  — общезначимая формула.
3.  $\varphi \rightarrow \psi$  — выполнимая формула.
4.  $\psi \rightarrow \varphi$  — выполнимая формула.

**Задача 12.** Верно, что существует такое конечное множество предложений  $\Gamma = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N\}$ , логическим следствием которого

1. не является ни одна формула.
2. являются всевозможные замкнутые формулы.
3. является бесконечное множество замкнутых формул.
4. является конечное множество формул.

ФАМИЛИЯ И.О.: \_\_\_\_\_  
ГРУППА: \_\_\_\_\_

ВАРИАНТ

**Задача 1.** Используя только приведенные ниже предикаты

- $C(x)$  — « $x$  — квадрат»;
- $S(x)$  — « $x$  — шар»;
- $B(x)$  — « $x$  — черный предмет»;
- $W(x)$  — « $x$  — белый предмет»;
- $L(x, y)$  — «предмет  $x$  лежит левее предмета  $y$ ».
- $U(x, y)$  — «предмет  $x$  лежит ниже предмета  $y$ ».

запишите формулу логики предикатов, выражающую следующее высказывание:

«Никакой черный квадрат не лежит ни под одним черным шаром, слева от которого располагаются все белые шары».

**Задача 2.** Докажите общезначимость приведенной ниже формулы, построив успешный табличный вывод для соответствующих семантических таблиц.

$$\exists x (\forall x P(x) \rightarrow \neg(R(x) \& \exists x (P(x) \rightarrow \neg R(x))))).$$

**Задача 3.** Докажите общезначимость приведенной ниже формулы, используя метод резолюций.

$$\exists y ((\forall x P(x) \vee R(y)) \rightarrow \forall x (P(x) \vee R(y))).$$

**Задача 4.** Известно, что замкнутая формула  $\varphi$  выполнима в каждой интерпретации, предметной областью которой является множество простых натуральных чисел. Какие из приведенных ниже утверждений верны?

1. Формула  $\varphi$  является логическим следствием любого предложения.
2. Логическим следствием формулы  $\varphi$  может быть только общезначимая формула.
3. Такой формулы  $\varphi$  не существует.
4. Формула  $\varphi$  равносильна формуле  $\forall x(P(x) \vee \neg P(x))$ .

**Задача 5.** Верно, что существует такое конечное множество предложений  $\Gamma = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N\}$ , логическим следствием которого

1. является бесконечное множество замкнутых формул.
2. являются всевозможные замкнутые формулы.
3. не является ни одна формула.
4. является конечное множество формул.

**Задача 6.** Какие из трех формул  $\exists y P(y, x)$ ,  $\exists y P(x, y)$ ,  $\exists x P(x, y)$  являются равносильными?

1.  $\forall y P(y, x)$  и  $\forall y P(x, y)$ .
2.  $\forall y P(y, x)$  и  $\forall x P(x, y)$ .
3. Все три формулы попарно равносильны друг другу.
4. Никакие две формулы из этих трех не являются равносильными.

**Задача 7.** Известно, что любое конечное подмножество  $S'$  бесконечной противоречивой системы дизъюнктов  $S$  имеет модель. Какие из приведенных ниже утверждений будут всегда верны для любой системы дизъюнктов  $S$ , обладающей указанным свойством?

1. Никакие два дизъюнкта системы  $S$  не имеют резольвенты.
2. Из системы дизъюнктов  $S$  резолютивно выводим пустой дизъюнкт.
3. Из системы дизъюнктов  $S$  нельзя резолютивно вывести пустой дизъюнкт.
4. Такой системы дизъюнктов  $S$  не существует.

**Задача 8.** Какие из двух формул  $\varphi = \forall x \exists y (P(x) \rightarrow P(y))$  и  $\psi = \exists x \forall y (\neg P(x) \rightarrow \neg P(y))$  являются общезначимыми?

1. Только формула  $\varphi$ .
2. Только формула  $\psi$ .
3. Ни одна из этих двух формул.
4. Обе формулы.

**Задача 9.** Какие из приведенных ниже утверждений справедливы для предваренной нормальной формы  $\varphi$  и соответствующей ей сколемовской стандартной формы  $\psi$ ?

1. Если формула  $\varphi$  общезначима, то и формула  $\psi$  общезначима.
2. Если формула  $\psi$  общезначима, то и формула  $\varphi$  общезначима.
3. Формулы  $\varphi$  и  $\psi$  равносильны.
4. Какова бы ни была интерпретация  $I$ , формула  $\varphi$  выполнима в интерпретации  $I$  тогда и только тогда, когда формула  $\psi$  выполнима в интерпретации  $I$ .

**Задача 10.** Известно, что дизъюнкт  $D_0$  является логическим следствием дизъюнктов  $D_1$  и  $D_2$ . Какие из приведенных ниже утверждений верны?

1. Дизъюнкт  $D_0$  резолютивно выводим из множества дизъюнктов  $\{D_1, D_2\}$ .
2. Система дизъюнктов  $\{D_0, D_1, D_2\}$  имеет хотя бы одну эрбрановскую модель.
3. Система дизъюнктов  $\{D_0, D_1, D_2\}$  непротиворечива.

**Задача 11.** Известно, что семантическая таблица  $\langle\{\varphi\}; \{\psi\}\rangle$  имеет конечный табличный вывод, некоторые ветви которого не завершаются закрытой таблицей. Какое из трех утверждений верно для любой пары формул  $\varphi, \psi$ ?

1.  $\varphi \rightarrow \psi$  — общезначимая формула.
2.  $\psi \rightarrow \varphi$  — общезначимая формула.
3.  $\varphi \rightarrow \psi$  — выполнимая формула.
4.  $\psi \rightarrow \varphi$  — выполнимая формула.

**Задача 12.** Известно, что множество замкнутых формул  $\{\varphi_1, \varphi_2, \psi\}$  не имеет модели. Какие утверждения в этом случае всегда верны?

1.  $\neg\varphi_1 \vee \neg\psi \vee \neg\varphi_2$  — общезначимая формула.
2.  $\psi \vee \neg\varphi_2 \vee \neg\varphi_1$  — общезначимая формула.
3.  $\neg\psi \vee \varphi_1 \vee \varphi_2$  — общезначимая формула.
4.  $(\neg\varphi_1 \& \neg\varphi_2) \rightarrow \psi$  — общезначимая формула.