Значение терма в интерпретации $I$ $\quad t(x_1,\dots,x_n)$
Значение формулы в $I$ $\quad \varphi(x_1,\dots,x_n)$

$t(x_1,\dots,x_n)[b_1,\dots,b_n] \in D_I \quad , b_i \in D_I$.

$\varphi(x_1,\dots,x_n)[b_1,\dots,b_n]$

$I \vDash \varphi(x_1,\dots,x_n)[b_1,\dots,b_n]$ $\qquad I \vDash \varphi \vee \psi \Leftrightarrow I \vDash \varphi$ или $I \vDash \psi$

$I \vDash P(t_1,\dots,t_m)[b_1,\dots,b_n]$ $\qquad I \vDash \varphi \to \psi \Leftrightarrow I \vDash \psi$ или $I \nvDash \varphi$.

$I \vDash \forall x \varphi(x, x_1,\dots,x_n)[b_1,\dots,b_n] \Leftrightarrow$ для любого $b \in D_I$ $\quad I \vDash \varphi(b, x_1,\dots,x_n)[b_1,\dots,b_n]$.

$\underline{N}$

$\Sigma_1 = (S^3, P^3)$

$I = (N \cup \{0\}, \bar{S}, \bar{P})$

$\bar{S}(x,y,z) = И \Leftrightarrow x+y=z$

$\bar{P}(x,y,z) = И \Leftrightarrow x \cdot y = z$.

1. $\varphi(x) = И$ в $I \Leftrightarrow x=0$

   $S(x,x,x)$

2. $x=1$

   $P(x,x,x)$

3. $\varphi(x) = И$ в $I \Leftrightarrow x=2$

   $\forall y \forall z (\varphi_2(y) \,\&\, \varphi_2(z) \to S(y,z,x))$

   $\varphi_2(x) = P(x,x,x) \,\&\, \neg S(x,x,x)$

   $\exists y (S(x,x,y) \,\&\, P(x,x,y))$

5. $\exists y\, S(y,y,x)$

---

<u>Д/З</u>: Занятие 1.

№1.1 (3)
№1.2 (3-6)
№1.3 (2,3)
№1.4 (1-(4,6)
2-(1,3))

27.09.10.
семинар №2

Формула $\varphi$:

1. выполнима

$\exists I \quad \exists d_1,\dots,d_n \in D_I$

$I \models \varphi(x_1,\dots,x_n)[d_1,\dots,d_n]$.

2. истинная в $I$.

$\forall d_1,\dots,d_n \in D_I$

$I \models \varphi(x_1,\dots,x_n)[d_1,\dots,d_n]$

$I$ - модель для $\varphi$.

3. общезначима

$\forall I \quad \forall d_1,\dots,d_n \in D_I$

$I \models \varphi(x_1,\dots,x_n)[d_1,\dots,d_n]$

$\forall I \quad I \models \varphi$ Обознач: $\models \varphi$.

4. невыполнима

$\forall I \quad \forall d_1,\dots,d_n \in D_I$

$I \not\models \varphi(x_1,\dots,x_n)[d_1,\dots,d_n]$.

№2.1.

1) $\varphi = \exists x P(x) \,\&\, \exists x \,\neg P(x)$

$\left.\begin{array}{l} I_1 = (D_{I_1} = \{0,1\}, P) \\ P(0) = u,\ P(1) = л \end{array}\right\}$ $I_1 \models \varphi$ выполнима

$\left.\begin{array}{l} I_2 = (D_{I_2} = \{0,1\}, P) \\ P(x) = F \end{array}\right\}$ $I_2 \not\models \varphi$ - не общезначима.

2) $\exists x P(x) \vee \exists x \neg P(x)$

$I_1: I_1 \models \varphi$ - выполнима

$D \neq 0$

$\forall a \in D \quad \left.\begin{array}{l} P(a) = u \\ P(a) = л \Rightarrow \neg(P(a)) = u \end{array}\right\} \Rightarrow \models \varphi$ - общезначима.

№ $\varphi = \forall x \exists y \forall z \, (P(x,y) \to P(y,z))$

$P(x,y) = И \quad \forall x,y \in D_I$.

$\mathfrak{A}(1,2)$

$P(x,y) = И \Leftrightarrow x > y$ выполнима

опровержима?

---

$\Gamma \vdash \varphi \qquad \Gamma = \{\varphi_1, \dots, \varphi_k\}$.

$\vdash \varphi_1 \& \dots \& \varphi_k \to \varphi$

$\vdash A_1 \& \dots \& A_5 \to Th$ — так не получится док-ть теорему.

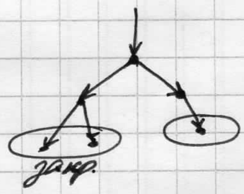
---

$\vdash \varphi$ ?

$\boxed{\text{Семантические таблицы.}}$

$T = \langle \Gamma \mid \Delta \rangle$

$T_\varphi = T_{0_{T_\varphi}} = \langle \varnothing \mid \varphi \rangle$




Виды семантических таблиц:

1. атомарная $\quad P(t_1, \dots, t_m)$
2. закрытая $\quad \Gamma \cap \Delta \neq \varnothing$.

Есть правила вывода - Заучивать не надо, их можно [illegible] на экзамене.

Порядок применения:

Плохие:

$\forall$(слева) и $\exists$(справа), т.е. прав., где подставляется терм (ф-лы 5 и последняя)

Правила 3,4,8 — в посл. очередь (они сложные)
(11)

№2.2 Хотим док-ть опровержимость.

1. $\varphi = \exists x P(x) \to \neg \forall x \neg P(x)$

$T_0 = \langle \varnothing \mid \varphi \rangle$ — От противного (делаем ф-лу ложной).

$\downarrow R\to$

$T_1 = \langle \exists x P(x) \mid \neg \forall x \neg P(x) \rangle$

$\downarrow R\neg$

$T_2 = \langle \forall x \neg P(x); \exists x P(x) \mid \varnothing \rangle$

$\downarrow L\exists$

$T_3 = \langle \forall x \neg P(x); P(c_1) \mid \varnothing \rangle$

$\downarrow L\forall$

$T_4 = \langle \forall x \neg P(x); P(c_1); \neg P(c_1) \mid \varnothing \rangle$

$\downarrow$

$T_5 = \langle \forall x \neg P(x); P(c_1) \mid P(c_1) \rangle \Rightarrow \Gamma \cap \Delta = \{P(c_1)\}$.

+пасс. справа

закр. семант. таблица ⇒ ⇒ явл. опровержимой.

2. $\varphi = \exists x \forall y\, R(x,y) \to \forall y \exists x\, R(x,y)$

$T_0 = \langle \varnothing \mid \exists x \forall y R(x,y) \to \forall y \exists x R(x,y) \rangle$
$\downarrow R{\to}$
$T_1 = \langle \exists x \forall y R(x,y) \mid \forall y \exists x R(x,y) \rangle$
$\downarrow L\exists$
$T_2 = \langle \forall y R(c_1,y) \mid \forall y \exists x R(x,y) \rangle$
$\downarrow L\forall$
$T_3 = \langle \forall y R(c_1,y) \mid \exists x R(x,c_2) \rangle$ т.к. нам надо придти к противоречию, подставляем те const, кот. у нас уже есть. (2 частн. случ. $\to c_1$ и $c_2$)
$\downarrow L\forall$
$T_4 = \langle R(c_1,c_2) \mid \exists x R(x,c_2) \rangle$
$\downarrow R\exists$
$T_5 = \langle \underline{R(c_1,c_2)} \mid \exists x R(x,c_2), \underline{R(c_1,c_2)} \rangle$

ищем таковый случай
$\downarrow$
заходим в тупик
$\downarrow$
такого случая нет! $\Rightarrow$ [illegible].

4. $\varphi = \forall x \exists y \forall z\, (P(x,y) \to P(y,z))$

$T_0 = \langle \varnothing \mid \forall x \exists y \forall z (P(x,y) \to P(y,z)) \rangle$
$\downarrow R\forall$
$T_1 = \langle \varnothing \mid \exists y \forall z (P(c_1,y) \to P(y,z)) \rangle$
$\downarrow R\exists$
$T_2 = \langle \varnothing \mid \forall z (P(c_1,c_1) \to P(c_1,z)), \underbrace{\exists y \forall z (P(c_1,y) \to P(y,z))}_{=\varphi_1} \rangle$
$\downarrow R\forall$
$T_3 = \langle \varnothing \mid P(c_1,c_1 \to P(c_1,c_2), \varphi_1 \rangle$
$\downarrow R{\to}$
$T_4 = \langle P(c_1,c_1) \mid P(c_1,c_2), \varphi_1 \rangle$
$\downarrow R\exists$
$T_5 = \langle P(c_1,c_1) \mid P(c_1,c_2), \forall z (P(c_1,c_2) \to P(c_2,z)) \rangle$
$\downarrow R\forall$
$T_6 = \langle P(c_1,c_1) \mid P(c_1,c_2), P(c_1,c_2) \to P(c_2,c_3), \varphi_1 \rangle$
$\downarrow R{\to}$
$T_7 = \langle P(c_1,c_1), \underline{P(c_1,c_2)} \mid \underline{P(c_1,c_2)}, P(c_2,c_3), \varphi_1 \rangle$

$\downarrow$
[illegible]!

№2.2.

$\varphi = \exists x (P(x) \vee R(x)) \to (\exists x P(x) \vee \exists x R(x))$

$T_0 = \langle \varnothing, \varphi \rangle$
$\downarrow R{\to}$
$T_1 = \langle \exists x (P(x) \vee R(x)) \mid \exists x P(x) \vee \exists x R(x) \rangle$
$\downarrow R\vee$
$T_2 = \langle \exists x (P(x) \vee R(x)) \mid \exists x P(x), \exists x R(x) \rangle$
$\downarrow L\exists$
$T_3 = \langle P(c_1) \vee R(c_1) \mid \exists x P(x), \exists x R(x) \rangle$
$\downarrow L\vee$

$T_4' = \langle P(c_1) \mid \exists x P(x), \exists x R(x) \rangle$ ; $T_4'' = \langle R(c_1) \mid \exists x P(x), \exists x R(x) \rangle$

$\downarrow R\exists$

$T_5' = \langle \underline{P(c_1)} \mid \exists x P(x), \underline{P(c_1)}, \exists x R(x) \rangle$ | $T_5'' = \langle \underline{R(c_1)} \mid \exists x P(x), \exists x R(x), \underline{R(c_1)} \rangle$

получ. закр. таблица ☺ закр. табл. ☺

## №2.3.

$\varphi = \forall x \, (P(x) \vee Q(x)) \to (\forall x P(x) \vee \forall x Q(x))$.

$T_0 = \langle \varnothing, \varphi \rangle$

$\downarrow R\to$

$T_1 = \langle \forall x \, (P(x) \vee Q(x)) \mid \forall x P(x) \vee \forall x Q(x) \rangle$

$\downarrow R\vee$

$T_2 = \langle \forall x \, (P(x) \vee Q(x)) \mid \forall x P(x), \forall x Q(x) \rangle$

$\downarrow R\forall$

$T_3 = \langle \forall x \, (P(x) \vee Q(x)) \mid P(c_1), \forall x Q(x) \rangle$

$\downarrow R\forall$

$T_4 = \langle \underbrace{\forall x \, (P(x) \vee Q(x))}_{=\varphi_1} \mid P(c_1), Q(c_2) \rangle$

$\downarrow L\forall$

$T_5 = \langle P(c_1) \vee Q(c_1), \varphi_1 \mid P(c_1), Q(c_2) \rangle$

$\downarrow L\vee$

$T_6' = \langle \underline{P(c_1)}, \varphi_1 \mid \underline{P(c_1)}, Q(c_2) \rangle$ | $T_6'' = \langle Q(c_1), \varphi_1 \mid P(c_1), Q(c_2) \rangle$

$\downarrow$

$T_7'' = \langle Q(c_1), \varphi_1, P(c_2) \mid P(c_1), Q(c_2) \rangle \to$ и так до $\infty$. !!

$D_I = \{c_1, c_2\}$

$\overline{P}(c_2) = \overline{Q}(c_1) = И$

$\overline{P}(c_1) = \overline{Q}(c_2) = Л$

$I \not\models \varphi$.

! Док-во не общезначимости ф-лы — это пример интерпретации, где она ложна.

## №2.4

$\exists \varphi$?

1. $\forall I \quad |D_I| \geq 3 \Rightarrow I \models \varphi$.
2. $\exists I' \quad I' \not\models \varphi$.

Ответ: Этой ф-лы $\nexists$.

Д/з: Подумать, почему!

Д/з: Задачник.

№2.2 (3,5-7,9-12)
№2.3(2)
№2.4
№2.5. + подумать

11.10.10.
Семинар №3.

$\vDash \varphi \rightsquigarrow \neg\varphi = \varphi_1$

$\varphi_1 \rightsquigarrow$ ПП

ПНФ $Q_1 x_1 \dots Q_n x_n M(x_1,\dots,x_n)$

$Q_i \in \{\forall, \exists\}$

$M(x_1,\dots,x_n) = D_1 \& \dots \& D_n$

1) Переименование:

$\stackrel{\forall}{\exists} x\psi(x) = \stackrel{\forall}{\exists} y\psi(y)$ — y несовпад. со своб. вхожд. друг.

2) Удаление $\to$:

$A \to B \equiv \neg A \vee B$

3) Продвижение $\neg$:

$\neg(A \stackrel{\&}{\vee} B) \equiv \neg A \stackrel{\vee}{\&} B$

$\neg \stackrel{\forall}{\exists} xA \equiv \stackrel{\exists}{\forall} x \neg A$

$\neg\neg A = A$

4) Вынесение кванторов:

$\stackrel{\forall}{\exists} x \psi_1(x) \stackrel{\&}{\vee} \psi_2 = \stackrel{\forall}{\exists} x(\psi_1(x) \stackrel{\&}{\vee} \psi_2)$

в $\psi_2$ нет x?

5) Приведение к КНФ:

$A \& (B \vee C) = (A \& B) \vee (A \& C)$
$A \vee (B \& C) = (A \vee B) \& (A \vee C)$

№3.1. (1,3,6)

1) $\exists x \forall y P(x,y) \& \forall x \exists y P(y,x)$

$\exists x_1 \forall y_1 P(x_1,y_1) \& \forall x_2 \exists y_2 P(y_2,x_2)$

3) $\neg\forall y(\exists x P(x,y) \to \forall u(R(y,u) \to \neg\forall z(P(z,u) \vee \neg R(z,y))))$

$\neg\forall y(\neg\exists x P(x,y) \vee \forall u(\neg R(y,u) \vee \neg\forall z(P(z,u) \vee \neg R(z,y))))$

$\exists y \neg(\forall x \neg P(x,y) \vee \forall u(\neg R(y,u) \vee \exists z(\neg P(z,u) \& R(z,y))))$

$\exists y(\exists x P(x,y) \& \exists u(R(y,u) \& \forall z \neg(\neg P(z,u) \& R(z,y))))$

$\exists y \exists x \exists u \forall z(\exists x P(x,y) \& R(y,u) \& (P(z,u) \vee \neg R(z,y))))$

6) $\exists x\ (\forall x\ P(x,x) \vee \exists x\, \neg R(x)) \to \exists x\, (R(x) \to \exists y\, P(f(x),y))$.

$\neg \exists x_1 (\underline{\forall x_2\ P(x_2,x_2)} \vee \exists x_3\, \neg R(x_3)) \vee \exists x_4\, (R(x_4) \to \exists y\, P(f(x_4),y))$.

здесь нет $x_1$

$\neg \exists x_1 (\forall x_2\ P(x_2,x_2) \vee \exists x_3\, \neg R(x_3)) \vee \exists x_4\, (\neg R(x_4) \vee \exists y\, P(f(x_4),y))$.

$\forall x_1 (\neg \forall x_2\, P(x_2,x_2)\ \&\ \neg \exists x_3\, \neg R(x_3)) \vee \exists x_4\, (\neg R(x_4) \vee \exists y\, P(f(x_4),y))$.

$\forall x_1 (\exists x_2\, \neg P(x_2,x_2)\ \&\ \forall x_3\, R(x_3)) \vee \exists x_4\, (\neg R(x_4) \vee \exists y\, P(f(x_4),y))$.

$\forall x_1 \exists x_2 \forall x_3 \exists \overset{\exists y}{x_4} (\neg P(x_2,x_2)\ \&\ R(x_3) \vee \neg R(x_4) \vee P(f(x_4),y))$.

$\forall x_1 \exists x_2 \forall x_3 \exists x_4 \exists y\, ((\neg P(x_2,x_2) \vee \neg R(x_4) \vee P(f(x_4),y))\ \&\ (R(x_3) \vee \neg R(x_4) \vee P(f(x_4),y)))$.

**ССФ (Сколемовские стандартные формы)**

$\forall x_1 \ldots \forall x_m (D_1\ \&\ \ldots\ \&\ D_n)$

<u>Сколемизация</u>

$\forall x_1 \ldots \forall x_k\, \exists x_{k+1}\, \varphi(x_1, \ldots, x_k, x_{k+1})$

$\forall x_1 \ldots \forall x_k\, \varphi(x_1, \ldots, x_k, f(x_1, \ldots, x_k))$.

<u>№32. (1, 2, 4, 6)</u>.

1) $\forall x \exists y \forall z \exists u\, R(x,y,z,u)$ (не $f(x,z)$, т.к. до этого у нас было только $\forall x$.)

$\forall x \forall z\, R(x, f(x), z, g(x,z))$.

2) $\neg \forall x\, (\exists y\, R(x,y) \to \forall z\, P(z,x))$

$\exists x\, \neg(\neg \exists y\, R(x,y) \vee \forall z\, P(z,x))$

$\exists x\, (\exists y\, R(x,y)\ \&\ \neg \forall z\, P(z,x))$

$\exists x\, (\exists y\, R(x,y)\ \&\ \exists z\, \neg P(z,x))$

$\exists x \exists y \exists z\, (R(x,y)\ \&\ \neg P(z,x))$

$R(a,b)\ \&\ \neg P(c,a)$

4) $\exists x \exists y\, (P(x,y) \to R(x)) \to \forall x\, (\neg \exists y\, P(x,y) \vee R(x))$

$\exists x_1 \exists y_1 (\neg P(x_1,y_1) \vee R(x_1)) \to \forall x_2 (\forall y_2\, \neg P(x_2,y_2) \vee R(x_2))$

$\neg \exists x_1 \exists y_1 (\neg P(x_1,y_1) \vee R(x_1)) \vee \forall x_2 \forall y_2 (\neg P(x_2,y_2) \vee R(x_2))$

$\forall x_1 \forall y_1 (P(x_1,y_1)\ \&\ \neg R(x_1)) \vee \forall x_2 \forall y_2 (\neg P(x_2,y_2) \vee R(x_2))$

$\forall x_1 \forall y_1 \forall x_2 \forall y_2 (P(x_1,y_1)\ \&\ \neg R(x_1) \vee \neg P(x_2,y_2) \vee R(x_2))$

$\forall x_1 \forall y_1 \forall x_2 \forall y_2 ((P(x_1,y_1) \vee \neg P(x_2,y_2) \vee R(x_2))\ \&\ (\neg R(x_1) \vee \neg P(x_2,y_2) \vee R(x_2)))$

6) $\exists x(\forall x P(x,x) \vee \exists x \neg R(x)) \to \exists x(R(x) \to \exists y P(f(x),y))$

$\neg\exists x_1(\forall x_2 P(x_2,x_2) \vee \exists x_3 \neg R(x_3)) \vee \exists x_4(\neg R(x_4) \vee \exists y P(f(x_4),y))$

$\forall x_1(\exists x_2 \neg P(x_2,x_2) \,\&\, \forall x_3 R(x_3)) \vee \exists x_4 \exists y(\neg R(x_4) \vee P(f(x_4),y))$

$\forall x_1 \exists x_2 \forall x_3 (\neg P(x_2,x_2) \,\&\, R(x_3)) \vee \exists x_4 \exists y(\neg R(x_4) \vee P(f(x_4),y))$

$\forall x_1 \exists x_2 \forall x_3 \exists x_4 \exists y(\neg P(x_2,x_2) \,\&\, R(x_3) \vee \neg R(x_4) \vee P(f(x_4),y))$

$\forall x_1 \forall x_3 \exists x_4 \exists y(\neg P(f(x_1),f(x_1)) \,\&\, R(x_3) \vee \neg R(x_4) \vee P(f(x_4),y))$

$\forall x_1 \forall x_3 (\neg P(f(x_1),f(x_1)) \,\&\, R(x_3) \vee \neg R(g(x_1,x_3)) \vee P(f(g(x_1,x_3)), g(x_1,x_3)))$

ч.т.д. — привести к КНФ

Или можно так:

$\underbrace{\exists x_4 \exists y}\, \forall x_1 \exists x_2 \forall x_3 (\ldots)$

$\forall x_1 \exists x_2 \forall x_3(\neg P(x_2,x_2) \,\&\, R(x_3) \vee \neg R(a) \vee P(f(a),b))$

$\forall x_1 \forall x_3(\neg P(f(x_1),f(x_1)) \,\&\, R(x_3) \vee \neg R(a) \vee P(f(a),b))$

$\forall x_1 \forall x_3((\neg P(f(x_1),f(x_1)) \vee \neg R(a) \vee P(f(a),b)) \,\&\, (R(x_3) \vee \neg R(a) \vee P(f(a),b)))$

---

$\theta_1 = \{x/f(x),\ y/g(x,z),\ u/v,\ v/f(c)\}$

$\theta_2 = \{x/f(y),\ y/c,\ z/g(y,v),\ v/u\}$

$\theta_1\theta_2 = \{x/f(y),\ y/g(f(y),g(u,v)),\ u/u,\ v/f(c),\ z/g(y,v)\}$

$\theta\eta = \lambda,\ \lambda(x) = (\theta(x))\eta$

№3.4 (3,1,2,5)

3) $R(Z, f(X,b,Z)) \overset{\theta}{=} R(h(X), f(g(a),Y,Z))$

$$\begin{cases} Z = h(X) \\ f(X,b,Z) = f(g(a),Y,Z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Z = h(X) \\ X = g(a) \\ b = Y \\ Z = Z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Z = h(g(a)) \\ X = g(a) \\ Y = b \end{cases}$$

$\theta = \{X/g(a),\ Y/b,\ Z/h(g(a))\}$

1) $P(c,X,f(X)) \overset{\theta}{=} P(c,Y,Y)$

$$\begin{cases} c = c \\ X = Y \\ f(X) = Y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Y = X \\ Y = f(Y) \end{cases}$$

не им. реш-я в свободной алгебре

Ещё бывает $f(\ldots) = g(\ldots)$ — тоже не им. реш-я.

2) $P(f(X,Y), Z, h(Z,Y))$

$\overset{\theta}{=} P(f(Y,X), g(Y), V)$

$$\begin{cases} f(X,Y) = f(Y,X) \\ Z = g(Y) \\ h(Z,Y) = V \end{cases} \iff \begin{cases} X = Y \\ Z = g(Y) \\ V = h(g(Y),Y) \end{cases}$$

$$\theta = \{X/Y,\ Z/g(Y),\ V/h(g(Y),Y)\}$$

5) $P(X_1, X_2, X_3, X_4)$

$\overset{\theta}{=} P(f(c,c), f(X_1,X_1), f(X_2,X_2), f(X_3,X_3))$

возраст. экспоненциально объём инф-ии.
Как хранить в компе? (чтобы линейно)
глубину хранить?

$$\begin{cases} X_1 = f(c,c) \\ X_2 = f(X_1,X_1) \\ X_3 = f(X_2,X_2) \\ X_4 = f(X_3,X_3) \end{cases}$$

$X_1 = f(c,c)$

$X_2 = f(f(c,c), f(c,c))$

$X_3 = f(f(f(c,c),f(c,c)), f(f(c,c),f(c,c)))$

$X_4 = f(f(f(f(c,c),f(c,c)), f(f(c,c),f(c,c))), f(f(f(c,c),f(c,c)), f(f(c,c),f(c,c))))$.

$$\theta = \{X_1/f(c,c),\ X_2/f(f(c,c),f(c,c)),\ X_3/\ldots,\ X_4/\ldots\}.$$

---

Д/З: доделать чётные номера и т.д.

25.10.10.
Семинар №4.

$\vdash \varphi$ ?

$\varphi_0 = \neg\varphi$

$\varphi_1 = \text{ПНФ}\,\varphi_0$ — предварённая нормальная форма

$\varphi_2 = \text{ССФ}\,\varphi_1$

$S_\varphi = \{D_1, \ldots, D_m\}$

1. Правило резолюции

$D_1 = D_1' \vee L_1$ $\qquad L_1, L_2$ — атомы

$D_2 = D_2' \vee \neg L_2$ $\qquad \Theta = \text{НОУ}(L_1, L_2)$ — ? общий ~~наименьший~~ унификатор

Резольвента $D = D_1'\Theta \vee D_2'\Theta$.

2. Правило склейки

$D_1 = D_1' \vee L_1 \vee L_2$ $\qquad L_1, L_2$ — литеры

$D = D_1'\Theta \vee L_1\Theta$ $\qquad \Theta = \text{НОУ}(L_1, L_2)$

$D$ выводим из $S$

$D_1, D_2, \ldots, D_n$, где

1) $D_i \in S$
получен. по правилу резолюции $D_j, D_k$, $j, k < i$
получен. по правилу склейки $D_j$, $j < i$

2) $D_n = D$

$\square$ — пустой дизъюнкт (обозн. заведомо ложн. ф-лу)

$S$ — невыполн. $\Leftrightarrow$ из $S$ резолют. выводим $\square$.

№4.2.(3)

$S = \{D_1, D_2, D_3, D_4\}$ $\qquad \varphi = \neg(\forall \ldots D_1 \& D_2 \& D_3 \& D_4)$

$D_1 = P(y, f(x))$

$D_2 = \neg Q(y) \vee \neg Q(z) \vee \neg P(y, f(z)) \vee Q(v)$

$D_3 = Q(b)$

$D_4 = \neg Q(a)$

Переменные внутри дизъюнкта локальны.

переименовываем

$D_1 = P(y_1, f(x_1))$

$D_2 = \underbrace{\neg Q(y_2)}_{L_1} \vee \underbrace{\neg Q(z_2)}_{L_2} \vee \underbrace{\neg P(y_2, f(z_2)) \vee Q(v_2)}_{D_1'}$

$D_3 = Q(b)$

$D_4 = \neg Q(a)$

правило склейки

Составляем,

$D_5 \ \dfrac{D_2}{\{z_2/y_2\}} \ \neg P(y_1, f(y_2)) \vee Q(v_2) \vee \neg Q(y_2)$

$D_6 \ \dfrac{D_1, D_5}{\{y_1/y_2,\ x_1/y_2\}} \ Q(v_2) \vee \neg Q(y_2)$

$D_7 \ \dfrac{D_6, D_3}{\{y_2/b\}} \ Q(v_2)$

$D_8 \ \dfrac{D_7, D_4}{\{v_2/a\}} \ \square$

ч.т.д.

1) $D_1 = P(x_1, f(x_1))$

$D_2 = R(y_2, z_2) \vee \neg P(y_2, f(a))$

$D_3 = \neg R(c, x_3)$

$D_4 = R(x_4, y_4) \vee R(z_4, f(z_4)) \vee \neg P(z_4, y_4)$

$D_5 = P(x_5, x_5)$

$D_6 \ \dfrac{D_4}{\{x_4/z_4,\ y_4/f(z_4)\}} \ R(z_4, f(z_4)) \vee \neg P(z_4, z_4)$

$D_7 \ \dfrac{D_6, D_5}{\{z_4/x_5\}} \ R(x_5, f(x_5))$

$D_8 \ \dfrac{D_7, D_3}{\{x_5/c,\ x_3/f(c)\}} \ \square$

ч.т.д.

## №4.3(1).

$\varphi = \exists x P(x) \to \neg\forall x \neg P(x)$

$\varphi_0 = \neg\varphi = \neg(\exists x P(x) \to \neg\forall x \neg P(x))$

$\varphi_1 = \cancel{\exists x_1} \forall x_2 (P(x_1) \& \neg P(x_2))$ – ПНФ

$c_1$ (к ССФ)

$\varphi_2 = \forall x_2 (P(c_1) \& \neg P(x_2))$ – ССФ.

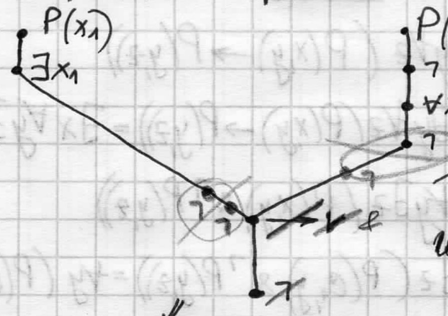
Получаем дизъюнкты: $S_\varphi = \{P(c_1), \neg P(x_2)\}$

$D_1 = P(c_1)$

$D_2 = \neg P(x_2)$

$D_3 \ \frac{D_1, D_2}{\{x_2/c_1\}} \ \square$.

Например, метод привед-я к ПНФ:




$\exists x_1 P(x_1) \& \forall x_2 \neg P(x_2)$

переименов-е снизу вверх по веткам.

Идём с преобраз-ями снизу вверх.

## №4.3(2).

$\varphi = \exists x_1 \forall y_1 R(x_1, y_1) \to \forall y_2 \exists x_2 R(x_2, y_2)$

$\varphi_0 = \neg(\exists x_1 \forall y_1 R(x_1, y_1) \to \forall y_2 \exists x_2 R(x_2, y_2)) = \exists x_1 \forall y_1 R(x_1, y_1) \& \exists y_2 \forall x_2 \neg R(x_2, y_2) =$

$= \exists x_1 \exists y_2 \forall y_1 \forall x_2 (R(x_1, y_1) \& \neg R(x_2, y_2)) = \varphi_1$ – ПНФ.

$\varphi_2 = \forall y_1 \forall x_2 (R(c_1, y_1) \& \neg R(x_2, c_2))$ – ССФ.

$S_\varphi = \{R(c_1, y_1), \neg R(x_2, c_2)\}$.

$D_1 = R(c_1, y_1)$

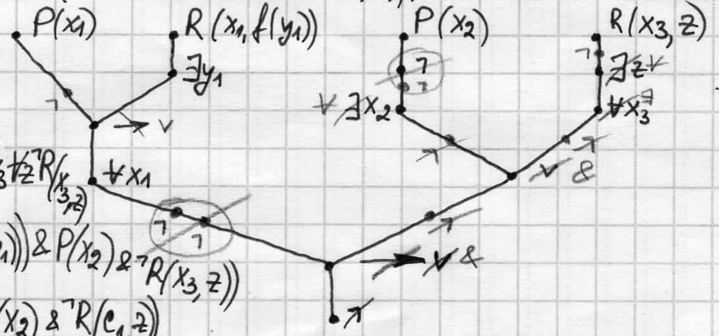
$D_2 = \neg R(x_2, c_2)$

$D_3 \ \frac{D_1, D_2}{\{x_2/c_1,\ y_1/c_2\}} \ \square$.

## №4.3(3).

$\varphi = \forall x (P(x) \to \exists y R(x, f(y))) \to (\exists x \neg P(x) \vee \forall x \exists z R(x, z))$.

$\varphi_0 = \neg\varphi$ Дерево:




$\forall x_1(\neg P(x_1) \vee \exists y_1 R(x_1, f(y_1))) \& \forall x_2 P(x_2) \& \exists x_3 \forall z \neg R(x_3, z)$

$\varphi_1 = \exists x_3 \forall x_1 \exists y_1 \forall x_2 \forall z (\neg P(x_1) \vee R(x_1, f(y_1))) \& P(x_2) \& \neg R(x_3, z))$

$\varphi_2 = \forall x_1 \forall x_2 \forall z (\neg P(x_1) \vee R(x_1, f(g(x_1))) \& P(x_2) \& \neg R(c_1, z))$

$D_1 = \neg P(x_1) \vee R(x_1, f(g(x_1)))$

$D_2 = P(x_2)$

$D_3 = \neg R(c_1, z)$

$D_4 \ \frac{D_1, D_2}{\{x_2/x_1\}} \ R(x, f(g(x_1)))$

$D_5 \ \frac{D_4, D_3}{\{x_1/c_1,\ z/f(g(c_1))\}} \ \square$.

№4.3(4)

$\varphi = \forall x \exists y \forall z \,(P(x,y) \to P(y,z))$

$\varphi_0 = \neg \forall x \exists y \forall z (P(x,y) \to P(y,z)) = \exists x \forall y \exists z \neg(\neg P(x,y) \vee P(y,z)) = \exists x \forall y \exists z (P(x,y) \,\&\, \neg P(y,z))$

$\varphi_1 = \exists x \forall y \exists z \,(P(x,y) \,\&\, \neg P(y,z))$

$\varphi_2 = \forall y \exists z (P(c_1,y) \,\&\, \neg P(y,z)) = \forall y \,(P(c_1,y) \,\&\, \neg P(y,f(y)))$.

$D_1 = P(c_1, y)$

$D_2 = \neg P(y, f(y))$

Переименов.: $D_1 = P(c_1, y_1)$

$D_2 = \neg P(y_2, f(y_2))$

$D_3 \dfrac{D_1, D_2}{\{y_2/c_1,\ y_1/f(c_1)\}}$ $\square$.

---

Д/з: 34
№4.2(2)
№4.3(5,6)
№4.4.

Пятница, 29.10.10: 3 вопр-коллок:

1) Выскл-е ⇒ логика предикатов.
2) Семантич. табл.
3) Резолют. вывод.

+ Теор. вопр. в виде теста: (м.б. неск. вар ответа правильных, м.б. ни одного)

- опр-я
- теоремы (формулир)
+ понимать, что они значат.