

Вариант

Задача 0 (6 баллов). Множество целых чисел называется *свободным от сумм*, если сумма любых двух чисел из этого множества не принадлежит указанному множеству. Построить логическую программу, которая для заданного конечного множества целых чисел, представленного списком L , вычисляет максимальное по числу элементов подмножество X , свободное от сумм. Запрос к программе должен иметь вид $? G(L, X)$.

Задача 1 (3 балла). Используя константные, функциональные и предикатные символы алфавита (см. Приложение 1), построить замкнутую формулу логики предикатов, соответствующую следующему утверждению.

«Никакая монотонно убывающая последовательность действительных чисел не имеет двух различных предельных точек.»

Задача 2 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод семантических таблиц, является ли эта формула общезначимой.

$$\exists z(\exists y \neg A(z, y) \rightarrow \forall x B(x)) \rightarrow \forall y(B(y) \vee \exists x A(x, h(x)))$$

Задача 3 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод резолюций, является ли эта формула общезначимой.

$$\exists x((\forall y P(x, y) \vee \exists x R(x)) \rightarrow (\exists x P(x, x) \vee R(x)))$$

Задача 4 (3 балла). Для заданного запроса $G = ? P(X, Y), \text{not}(P(X, X))$ к заданной логической программе \mathcal{P} построить на основе стандартной стратегии вычислений (с использованием операторов отсечения и отрицания) дерево SLD-резолютивных вычислений и определить множество вычисленных ответов. Примечание: заглавными буквами начинаются имена переменных и предикатов, а строчными буквами — имена констант и функций.

$$\begin{aligned} \mathcal{P} : \quad & P(g(Y), c) \leftarrow Q(Y), !, \text{not}(R(f(Y))); \\ & P(g(Y), X) \leftarrow R(X), Q(Y); \\ & R(f(X)) \leftarrow Q(X), !, P(X, g(X)); \\ & R(X) \leftarrow ; \\ & Q(b) \leftarrow ; \end{aligned}$$

Задача 5 (2 балла). Какова формулировка теоремы корректности табличного вывода для классической логики предикатов? Корректно ли правило табличного вывода $\frac{\langle \Gamma, \forall x \varphi(x) \mid \Delta \rangle}{\langle \Gamma \mid \exists x \neg \varphi(x), \Delta \rangle}$?

Задача 6 (2 балла). Как формулируется теорема компактности Мальцева? Следует ли из теоремы компактности теорема Эрбрана?

Задача 7 (2 балла). Какой ответ на запрос G к хорновской логической программе \mathcal{P} называется правильным? Сколько правильных ответов может иметь запрос $G = ?A$, обращенный к хорновской логической программе \mathcal{P} , в том случае, если A — основной атом?

Задача 8 (2 балла). Что означает алгоритмическая универсальность хорновского логического программирования? Верно ли, что для любой логической программы с операторами отсечения и отрицания существует такая хорновская логическая программа (без отсечений и отрицаний), которая вычисляет точно такое же множество ответов?

Задача 9 (2 балла). Как определяется отношение выполнимости $I, w \models \Box \varphi$ в модальной логике? Верно ли, что для любой модели Крипке I и для любого состояния w если $I, w \not\models \Box \neg p$, то $I, w \models \Diamond p$?

Задача 10 (3 балла). Пусть Γ — некоторое множество замкнутых формул логики предикатов. Верно ли, что Γ является непротиворечивым множеством тогда и только тогда всякая дизъюнкция вида $\neg\varphi_1 \vee \neg\varphi_2 \vee \dots \vee \neg\varphi_n$, где $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ — формулы из Γ , не является общезначимой. Варианты ответов:

1. Верно, потому что ...
2. Неверно, потому что ...
3. Зависит от множества Γ , и подтверждением тому служат два следующих примера ...

Задача 11 (3 балла). Предположим, что в правило резолюции было внесено следующее изменение: резольвентой дизъюнктов $D_1 = D'_1 \vee L_1$ и $D_2 = D'_2 \vee \neg L_2$ объявляется всякий дизъюнкт $D_0 = (D'_1 \vee D'_2)\eta$, где η — некоторый унификатор (необязательно наиболее общий) литер L_1 и L_2 . Какие из приведенных ниже утверждений будут справедливы и почему?

1. После такого изменения и теорема корректности резолютивного вывода и теорема полноты резолютивного вывода уже будут неверны, потому что...
2. После такого изменения теорема корректности резолютивного вывода остается верной, а теорема полноты резолютивного вывода уже будет неверна, потому что...
3. После такого изменения теорема полноты резолютивного вывода остается верной, а теорема корректности резолютивного вывода уже будет неверна, потому что...
4. После такого изменения и теорема корректности резолютивного вывода и теорема полноты резолютивного вывода остаются верными, потому что...

Задача 12 (3 балла). Предположим, что ни один основной атом не является логическим следствием хорновской логической программы \mathcal{P} . Какие из приведенных ниже утверждений справедливы и почему?

1. Интерпретация $I = \emptyset$ является моделью программы \mathcal{P} , потому что....
2. Программа \mathcal{P} не имеет ни одной модели, потому что...
3. Любая эрбрановская интерпретация I является моделью программы \mathcal{P} , потому что...
4. Исходное условие неосуществимо, то есть не существует ни одной такой хорновской логической программы \mathcal{P} , для которой выполнялось бы указанное предположение, потому что ...
5. Ни одно из указанных утверждений не верно, потому что...

Задача 13 (3 балла). Известно, что формула PLTL φ имеет длину n , а конечная модель (LTS) M имеет m состояний. Тогда система Хинтикки для формулы φ и LTS M представляет собой ориентированный граф, в котором содержится самое большее

1. $O(n^m)$ вершин, потому что....
2. $O(m^n)$ вершин, потому что....
3. $n2^{O(m)}$ вершин, потому что....
4. $m2^{O(n)}$ вершин, потому что....
5. $2^{O(nm)}$ вершин, потому что....