

## Вариант

**Задача 0 (6 баллов).** Слово — это конечный непустой список букв фиксированного конечного алфавита. Текст — это конечный непустой список слов. Построить логическую программу, которая для заданного текста  $L$  вычисляет кратчайшее по длине слово  $X$ , содержащееся в тексте  $L$ , которое имеет с каждым словом текста  $L$  хотя бы одну общую букву. Запрос к программе должен иметь вид  $? G(L, X)$ .

**Задача 1 (3 балла).** Используя константные, функциональные и предикатные символы алфавита (см. Приложение 1), построить замкнутую формулу логики предикатов, соответствующую следующему утверждению.

«Ни одна последовательность положительных действительных чисел не имеет ни одной отрицательной предельной точки»

**Задача 2 (3 балла).** Для заданной формулы  $\varphi$  выяснить, применяя метод семантических таблиц, является ли эта формула общезначимой.

$$\varphi = \exists y(\forall x P(y, f(x)) \rightarrow \forall x R(x)) \rightarrow \forall x(\neg \exists y P(y, f(x)) \vee R(x))$$

**Задача 3 (3 балла).** Для заданной формулы  $\varphi$  выяснить, применяя метод резолюций, является ли эта формула общезначимой.

$$\varphi = \exists x \exists y (P(x, y) \rightarrow R(x)) \rightarrow \forall x (\neg \exists y P(x, y) \vee R(x))$$

**Задача 4 (3 балла).** Для заданного запроса  $G = ? A(Y, X), \text{not}(A(X, Y))$  к заданной логической программе  $\mathcal{P}$  построить на основе стандартной стратегии вычислений (с использованием операторов отсечения и отрицания) дерево SLD-резолютивных вычислений и определить множество вычисленных ответов. Примечание: заглавными буквами начинаются имена переменных и предикатов, а строчными буквами — имена констант и функций.

$$\begin{aligned} \mathcal{P}: \quad & A(X, c) \leftarrow E(X), \text{!}, \text{not}(B(X)); \\ & A(X, Y) \leftarrow D(X), B(g(Y)); \\ & B(g(X)) \leftarrow \text{!}, D(X); \\ & B(X) \leftarrow B(g(X)); \\ & E(b) \leftarrow ; \\ & D(c) \leftarrow ; \end{aligned}$$

**Задача 5 (2 балла).** Какая формула  $\varphi$  называется логическим следствием множества предложений  $\Gamma$ ? Приведите пример замкнутой формулы  $\varphi$ , которая не является логическим следствием множества замкнутых формул  $\Gamma = \{\exists x P(x), \forall x \neg P(x)\}$ ?

**Задача 6 (2 балла).** Какая интерпретация называется эрбрановской интерпретацией для заданной сигнатуры  $\sigma$ ? Сколько существует различных эрбрановских интерпретаций в сигнатуре  $\sigma$ , состоящей только из одного одноместного предикатного символа  $P$  и из одной предметной константы  $c$ ?

**Задача 7 (2 балла).** Приведите определение SLD-резолютивного вычисления запроса  $G$ , обращенного к хорновской логической программе  $\mathcal{P}$ . Верно ли, что если  $\mathcal{P} \models \forall x R(x)$ , то запрос  $G = ? R(c), R(f(y))$ , обращенный к хорновской логической программе  $\mathcal{P}$  имеет хотя бы одно успешное SLD-резолютивное вычисление?

**Задача 8 (2 балла).** Что называется стратегией вычисления логических программ? Зависит ли ответ на запрос  $G = ? \text{not}(P(x))$  от того, какая именно стратегия вычисления применяется?

**Задача 9 (2 балла).** Как определяется частичная корректность программы  $\pi$  относительно предусловия  $\varphi$  и постусловия  $\psi$  в интерпретации  $I$ ?

Является ли программа **while**  $X > 0$  **do**  $X++$  **od** частично корректной относительно предусловия  $\varphi = (X > 0)$  и постусловия  $\psi = (X < 0)$  в стандартной интерпретации арифметики целых чисел?

**Задача 10 (3 балла).** Известно, что некоторая модель для формулы  $\varphi$  не является моделью для формулы  $\psi$ . Какие из приведенных ниже утверждений всегда верны для любых замкнутых формул  $\varphi$  и  $\psi$ ?

1. Формула  $\varphi$  является логическим следствием формулы  $\psi$ , потому что...
2. Формула  $\psi$  является логическим следствием формулы  $\varphi$ , потому что...
3. Не существует успешного табличного вывода из таблицы  $T' = \langle \{\psi\}, \{\varphi\} \rangle$ , потому что...
4. Не существует успешного табличного вывода из таблицы  $T = \langle \{\varphi\}, \{\psi\} \rangle$ , потому что...
5. Все приведенные выше утверждения в общем случае неверны, потому что...

**Задача 11 (3 балла).** Пусть задано некоторое непустое множество дизъюнктов  $S_0$ . Пусть  $S_1$  — это множество всех формул, резолютивно выводимых из множества дизъюнктов  $S_0$ . Какие из приведенных ниже утверждений всегда справедливы и почему?

1. Если каждый дизъюнкт множества  $S_0$  выполним, то и каждый дизъюнкт множества  $S_1$  выполним, потому что....
2. Если каждый дизъюнкт множества  $S_1$  выполним, то множество дизъюнктов  $S_0$  имеет модель, потому что....
3. Если множество дизъюнктов  $S_0$  имеет модель, то множество дизъюнктов  $S_1$  имеет модель, потому что....
4. Все приведенные выше утверждения всегда верны, потому что...

**Задача 12 (3 балла).** Пусть  $\mathcal{P}$  — это хорновская логическая программа. Пусть также известно, что ни один запрос к программе  $\mathcal{P}$  не имеет успешных SLD-резолютивных вычислений. Какие из приведенных ниже утверждений будут при этом всегда верны и почему?

1. Система дизъюнктов  $S$ , соответствующих утверждениям программы  $\mathcal{P}$ , является противоречивой, потому что...
2. В программе  $\mathcal{P}$  нет ни одного факта, потому что...
3. Программа  $\mathcal{P}$  состоит только из фактов, потому что...
4. Такой хорновской логической программы  $\mathcal{P}$  не существует, потому что...
5. Все приведенные выше утверждения, вообще говоря, неверны, потому что...

**Задача 13 (3 балла).** Какие из приведенных ниже утверждений справедливы и почему?

1. Любая арифметическая функция, вычисляемая на машине Тьюринга, может быть вычислена подходящей хорновской логической программой с использованием стандартной стратегии вычисления, потому что...
2. Любая арифметическая функция, вычисляемая на машине Тьюринга, может быть вычислена подходящей логической программой, но лишь с использованием нестандартной стратегии вычисления, потому что...
3. Любая арифметическая функция, вычисляемая на машине Тьюринга, может быть вычислена подходящей логической программой с использованием стандартной стратегии вычисления, но лишь при добавлении операторов **is** и **not**, потому что...
4. Существуют арифметическая функция, вычисляемая на машине Тьюринга, для вычисления которой нет логической программы даже в случае использования операторов **is** и **not**, потому что...