Вариант

Задача 0 (6 баллов). Слово — это конечный непустой список букв фиксированного конечного алфавита. Словарь — это конечный непустой список попарно различных слов. Построить логическую программу, которая для заданного словаря L разбивает множество слов L на два таких непересекающихся словаря X и $Y = L \setminus X$, что никакие два слова $w_1 \in X$ и $w_2 \in Y$ не имеют ни одной общей буквы. Запрос к программе должен иметь вид $?\ G(L, X, Y)$.

Задача 1 (3 балла). Используя константные, функциональные и предикатные символы алфавита (см. Приложение 1), построить замкнутую формулу логики предикатов, соответствующую следующему утверждению.

«Всякая неограниченная сверху последовательность действительных чисел не имеет предела.»

Задача 2 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод семантических таблиц, является ли эта формула общезначимой.

$$\varphi \ = \ \exists y(\exists x P(y,x) \ \to \ \forall x R(x)) \to \forall x(\neg\forall y P(y, f(x)) \vee R(x))$$

Задача 3 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод резолюций, является ли эта формула общезначимой.

$$\varphi \ = \ \forall x(P(x,x) \ \to \ \forall x(R(x) \ \to \ \exists x(\exists x P(x,x) \ \& \ R(x))))$$

Задача 4 (3 балла). Для заданного запроса $G = ?\ A(Y,Y), \mathbf{not}(A(X,Y))$ к заданной логической программе $\mathcal{P}$ построить на основе стандартной стратегии вычислений (с использованием операторов отсечения и отрицания) дерево SLD-резолютивных вычислений и определить множество вычисленных ответов. Примечание: заглавными буквами начинаются имена переменных и предикатов, а строчными буквами — имена констант и функций.

$$\begin{array}{llll}
\mathcal{P}: & A(c,Y) & \leftarrow & B(g(Y)),\ E(Y); \\
 & A(X,b) & \leftarrow & E(X),\ \mathbf{!},\ \mathbf{not}(B(X)); \\
 & B(c) & \leftarrow & \mathbf{!}; \\
 & B(g(X)) & \leftarrow & B(X); \\
 & E(b) & \leftarrow & ;
\end{array}$$

Задача 5 (2 балла). Сформулируйте теорему компактности Мальцева. Следует ли из этой теоремы утверждение: «Если бесконечное множество предложений Γ не имеет модели, то хотя бы одно предложение множества Γ является противоречивым»?

Задача 6 (2 балла). Какие формулы логики предикатов называются равносильными? Докажите, что два предложения φ и ψ являются равносильными тогда и только тогда, когда множество логических следствий формулы φ совпадает с множеством логических следствий формулы ψ?

Задача 7 (2 балла). Какой ответ на запрос G к хорновской логической программе $\mathcal{P}$ называется вычисленным? Существуют ли такие правильные ответы на запрос G к хорновской логической программе $\mathcal{P}$, которые не могут быть вычислены?

Задача 8 (2 балла). Что такое допущение замкнутости мира? Верно ли, что $\varphi \vee \psi \models_{CWA} \neg\varphi$?

Задача 9 (2 балла). Как определяется отношение выполнимости $I, s_0 \models \varphi \mathbf{U} \psi$ в темпоральной логике PLTL? Являются ли формулы $\varphi\mathbf{U}(\psi_1 \& \psi_2)$ и $\varphi\mathbf{U}\psi_1 \ \& \ \varphi\mathbf{U}\psi_2$ равносильными?

Задача 10 (3 балла). Известно, что для семантической таблицы $T = \langle\{\varphi\}, \{\psi\}\rangle$ нельзя построить ни одного успешного табличного вывода. Какие из приведенных ниже утверждений всегда верны для любых замкнутых формул φ и ψ ?

1. Таблица $T = \langle\{\varphi\}, \{\psi\}\rangle$ не является выполнимой, потому что...
2. Для таблицы $T' = \langle\{\psi\}, \{\varphi\}\rangle$ также не существует ни одного успешного табличного вывода, потому что...
3. Формула φ не является логическим следствием формулы ψ, потому что...
4. Формула ψ не является логическим следствием формулы φ, потому что...
5. Все приведенные выше утверждения в общем случае неверны, потому что...

Задача 11 (3 балла). Предположим, что в правило резолюции было внесено следующее изменение: резольвентой дизъюнктов $D_1 = D_1' \vee L_1$ и $D_2 = D_2' \vee \neg L_2$ объявляется всякий дизъюнкт $D_0 = (D_1' \vee D_2')\eta$, где η — некоторый унификатор (необязательно наиболее общий) литер L_1 и L_2. Какие из приведенных ниже утверждений будут справедливы и почему?

1. После такого изменения и теорема корректности резолютивного вывода и теорема полноты резолютивного вывода уже будут неверны, потому что...
2. После такого изменения теорема корректности резолютивного вывода остается верной, а теорема полноты резолютивного вывода уже будет неверна, потому что...
3. После такого изменения теорема полноты резолютивного вывода остается верной, а теорема корректности резолютивного вывода уже будет неверна, потому что...
4. После такого изменения и теорема корректности резолютивного вывода и теорема полноты резолютивного вывода остаются верными, потому что...

Задача 12 (3 балла). Известно, что запрос $?\, P(x)$ к программе $\mathcal{P}$ имеет успешное SLD-резолютивное опровержение, в результате которого в качестве ответа вычисляется подстановка $\{x/f(y)\}$. Какие из приведенных ниже утверждений будут всегда справедливы, независимо от программы $\mathcal{P}$ и атома $P(x)$ и модели I? Ответ обосновать.

1. $P \models \forall x\ P(x)$, потому что...
2. $P \models \exists x\ P(x)$, потому что...
3. $P \models \forall y\ P(f(y))$, потому что...
4. $P \models \exists y\ P(f(y))$, потому что...
5. Ни одно из приведенных выше утверждений в общем случае не верно.

Задача 13 (3 балла). Известно, что запрос $?\, P(x)$ к логической программе $\mathcal{P}$ не имеет успешных вычислений. Каким может быть ответ на запрос $?\mathbf{not}(P(c))$ к логической программе $\mathcal{P}$? Выберите из предложенных вариантов ответа на этот вопрос правильные и обоснуйте их.

1. Ответ на запрос $?\ \mathbf{not}(P(c))$ всегда будет положительный независимо от программы $\mathcal{P}$, потому что....
2. Ответ на запрос $?\ \mathbf{not}(P(c))$ всегда будет отрицательный независимо от программы $\mathcal{P}$, потому что....
3. Ответ на запрос $?\ \mathbf{not}(P(c))$ может быть как положительным, так и отрицательным, в зависимости от программы $\mathcal{P}$, потому что.....
4. На запрос $?\ \mathbf{not}(P(c))$ может быть вообще не получено никакого ответа, потому что....