Вариант

Задача 0 (6 баллов). Построить логическую программу, которая для заданного конечного множества натуральных чисел, представленного списком L, вычисляет максимальное по числу элементов подмножество чисел X, кратных одному и тому же числу из этого же подмножества X. Запрос к программе должен иметь вид ? $G(L, X)$.

Задача 1 (3 балла). Используя константные, функциональные и предикатные символы алфавита (см. Приложение 1), построить замкнутую формулу логики предикатов, соответствующую следующему утверждению.

«Не всякая предельная точка произвольной сходящейся последовательности действительных чисел является пределом этой последовательности».

Задача 2 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод семантических таблиц, является ли эта формула общезначимой.

$$\varphi \;=\; \forall x(\neg\exists y P(x,y) \vee R(x)) \to \exists x \exists y (P(x,y) \;\to\; R(x))$$

Задача 3 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод резолюций, является ли эта формула общезначимой.

$$\exists z(\exists y \neg A(z,y) \;\to\; \forall x B(x)) \;\to\; \forall y(B(y) \;\vee\; \exists x A(x, h(x)))$$

Задача 4 (3 балла). Для заданного запроса $G = ?\; P(Y,X), \mathbf{not}(P(X,X))$ к заданной логической программе $\mathcal{P}$ построить на основе стандартной стратегии вычислений (с использованием операторов отсечения и отрицания) дерево SLD-резолютивных вычислений и определить множество вычисленных ответов. Примечание: заглавными буквами начинаются имена переменных и предикатов, а строчными буквами — имена констант и функций.

$$\begin{array}{lll} \mathcal{P}: & P(g(Y),c) & \leftarrow & Q(Y),\ \mathbf{!},\ \mathbf{not}(R(f(Y))); \\ & P(g(Y),X) & \leftarrow & R(X),\ Q(Y); \\ & R(f(X)) & \leftarrow & Q(X),\ \mathbf{!},\ P(X,g(X)); \\ & R(X) & \leftarrow & ; \\ & Q(b) & \leftarrow & ; \end{array}$$

Задача 5 (2 балла). Какова формулировка теоремы полноты табличного вывода для классической логики предикатов? Что можно сказать о выполнимости формулы φ, если известно, что обе семантические таблицы $\langle\{\varphi\},\varnothing\rangle$ и $\langle\varnothing,\{\varphi\}\rangle$ не имеют успешного табличного вывода?

Задача 6 (2 балла). Сформулировать определение эрбрановской интерпретации заданной сигнатуры σ. Ссколько имеется различных интерпретаций сигнатуры σ, в которой $Const = \{c_1, c_2\}, Func = \varnothing, Pred = \{P^{(2)}\}$?

Задача 7 (2 балла). Сформулируйте определение SLD-резолютивного вычисления заданного запроса G, обращенного к хорновской логической программе $\mathcal{P}$. Существуют ли такие хорновские логические программы, которые не имеют ни одного успешного SLD-резолютивного вычисления ни для каких запросов?

Задача 8 (2 балла). Сформулируйте теорему *сильной* полноты для хороновских логических программ? Сохраняет ли эта теорема справедливость для логических программ, содержащих оператор **not**?

Задача 9 (2 балла). Как в интуиционистской логике определяется отношение выполнимости $I, w \models \varphi \to \psi$ для импликативной формулы? Укажите, какие из формул $p \vee \neg p$ и $p \to p$ являются общезначимыми формулами интуиционистской логики?

Задача 10 (3 балла). Предположим, что даны два такие множества замкнутых формул Γ_1 и Γ_2, для которых не существует ни одного предложения φ, удовлетворяющего одновременно соотношениям $\Gamma_1 \models \varphi$ и $\Gamma_2 \models \varphi$. Выберите те утверждения, которые в этом случае всегда справедливы и обоснуйте сделанный выбор.

1. $\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = \varnothing$, потому что ...
2. $\Gamma_1 = \varnothing$ или $\Gamma_2 = \varnothing$, потому что ...
3. Оба множества Γ_1 и Γ_2 непротиворечивы, потому что ...
4. Такой пары множеств Γ_1 и Γ_2, удовлетворяющей предположению, не существует, потому что ...
5. Ни одно из приведенных выше утверждений в общем случае не верно, потому что...

Задача 11 (3 балла). Предположим, что формула φ имеет предваренную нормальную форму, а ψ — это соответствующая ей формула в сколемовской стандартной форме, полученная в результате применения процедуры сколемизации к формуле φ. Какие из приведенных ниже утверждений будут всегда справедливы и почему?

1. Формула $\varphi \to \psi$ является общезначимой, потому что...
2. Формула $\varphi \to \psi$ является выполнимой, потому что...
3. Формула $\psi \to \varphi$ является общезначимой, потому что...
4. Формула $\psi \to \varphi$ является выполнимой, потому что...
5. Ни одно из приведенных выше утверждений в общем случае не верно, потому что...

Задача 12 (3 балла). Предположим, что запрос $G_1 = ?C_1$, обращенный к хорновской логической программе $\mathcal{P}$, имеет вычисленный ответ θ_1, а запрос $G_2 = ?C_2$, обращенный к той же самой хорновской логической программе $\mathcal{P}$, имеет вычисленный ответ θ_2. Какие из приведенных ниже утверждений справедливы и почему?

1. Запрос $G = ?C_1, C_2$, обращенный к программе $\mathcal{P}$, обязательно имеет правильный ответ $\eta = \theta_2\theta_1$, потому что....
2. Запрос $G = ?C_1, C_2$, обращенный к программе $\mathcal{P}$, обязательно имеет правильный ответ $\eta = \theta_1\theta_2$, потому что....
3. Возможно, что запрос $G = ?C_1, C_2$, обращенный к программе $\mathcal{P}$, вообще не имеет правильных ответов, и пример таков....
4. Ни одно из приведенных выше утверждений в общем случае не верно, потому что...

Задача 13 (3 балла). Пусть $\mathcal{I}$ — множество всех формул, являющихся инвариантом цикла
while $P(x)$ **do** π **od**.
Какие из приведенных ниже утверждений справедливы и почему?

1. Множество формул $\mathcal{I}$ всегда непусто, потому что....
2. Множество формул $\mathcal{I}$ всегда содержит предикат $P(x)$, потому что....
3. Множество формул $\mathcal{I}$ содержит все выполнимые формулы, потому что....
4. Множество формул $\mathcal{I}$ содержит все общезначимые формулы, потому что....
5. Ни одно из приведенных выше утверждений в общем случае не верно, потому что...