Вариант

Задача 0 (6 баллов). Точка на плоскости задается списком из двух действительных чисел. Всякая тройка точек, не лежащих на одной прямой, образует треугольник. Построить логическую программу, которая для заданного бесповторного списка L точек на плоскости вычисляет список X всех троек точек из списка L, образующих треугольники. Запрос к программе должен иметь вид $?G(L, X)$.

Задача 1 (3 балла). Используя константные, функциональные и предикатные символы алфавита (см. Приложение 1), построить замкнутую формулу логики предикатов, соответствующую следующему утверждению.

«Ни одну сходящуюся последовательность действительных чисел нельзя представить в виде суммы двух сходящихся последовательностей действительных чисел»

Задача 2 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод семантических таблиц, является ли эта формула общезначимой.

$$\varphi \ = \ \exists y(\forall x P(y, f(x)) \ \rightarrow \ \forall x R(x)) \rightarrow \forall x(\neg\exists y P(y, f(x)) \vee R(x))$$

Задача 3 (3 балла). Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод резолюций, является ли эта формула общезначимой.

$$\varphi \ = \ \forall x(\neg\exists y P(x, y) \vee R(x)) \rightarrow \exists x \exists y(P(x, y) \ \rightarrow \ R(x))$$

Задача 4 (3 балла). Для заданного запроса $G =? \ A(Y, X), \mathbf{not}(A(X, Y))$ к заданной логической программе $\mathcal{P}$ построить на основе стандартной стратегии вычислений (с использованием операторов отсечения и отрицания) дерево SLD-резолютивных вычислений и определить множество вычисленных ответов. Примечание: заглавными буквами начинаются имена переменных и предикатов, а строчными буквами — имена констант и функций.

$$\begin{array}{lll} \mathcal{P}: & A(X, c) & \leftarrow & E(X), \ \mathbf{!}, \ \mathbf{not}(B(X)); \\ & A(X, Y) & \leftarrow & D(X), \ B(g(Y)); \\ & B(g(X)) & \leftarrow & \mathbf{!}, \ D(X); \\ & B(X) & \leftarrow & B(g(X)); \\ & E(b) & \leftarrow & ; \\ & D(c) & \leftarrow & ; \end{array}$$

Задача 5 (2 балла). Какая формула φ называется логическим следствием множества предложений Γ? Приведите пример замкнутой формулы φ, которая <u>не является</u> логическим следствием множества замкнутых формул $\Gamma = \{\exists x P(x), \ \forall x \neg P(x)\}$?

Задача 6 (2 балла). Что называется эрбрановским универсумом заданной сигнатуры σ? Сколько различных элементов содержит эрбрановский универсум сигнатуры σ, состоящей из одного одноместного предикатного символа P, одного одноместного функционального символа f и из одной предметной константы c ?

Задача 7 (2 балла). Приведите определение SLD-резольвенты запроса G и программного утверждения D. Выпишите все SLD-резольвенты запроса $? \ P(X, c), P(c, f(X))$ и программного утверждения $P(X, X) \leftarrow R(X)$.

Задача 8 (2 балла). Что называется стратегией вычисления логических программ? Зависит ли ответ на запрос $G =? \ \mathbf{not}(P(x))$ от того, какая именно стратегия вычисления применяется?

Задача 9 (2 балла). Как определяется интерпретация интуиционистской логики высказываний? Является ли формула $p \rightarrow \neg\neg p$ общезначимой в интуиционистской логике высказываний?

Задача 10 (3 балла). Известно, что некоторая модель для формулы φ не является моделью для формулы ψ. Какие из приведенных ниже утверждений всегда верны для любых замкнутых формул φ и ψ ?

1. Формула φ является логическим следствием формулы ψ, потому что...
2. Формула ψ является логическим следствием формулы φ, потому что...
3. Не существует успешного табличного вывода из таблицы $T' = \langle\{\psi\},\{\varphi\}\rangle$, потому что...
4. Не существует успешного табличного вывода из таблицы $T = \langle\{\varphi\},\{\psi\}\rangle$, потому что...
5. Все приведенные выше утверждения в общем случае неверны, потому что...

Задача 11 (3 балла). Выберите и мотивируйте правильные продолжения следующего утверждения. «Формула φ логики предикатов первого порядка выполнима тогда и только тогда, когда...»

1. В любом дереве табличного вывода для исходной таблицы $T = \langle\{\varphi\},\emptyset\rangle$ каждая ветвь завершается аксиомой, потому что ....
2. В любом дереве табличного вывода для исходной таблицы $T = \langle\{\varphi\},\emptyset\rangle$ хотя бы одна ветвь завершается аксиомой, потому что ....
3. Хотя бы в одном дереве табличного вывода для исходной таблицы $T = \langle\{\varphi\},\emptyset\rangle$ каждая ветвь завершается аксиомой, потому что ....
4. Хотя бы в одном дереве табличного вывода для исходной таблицы $T = \langle\{\varphi\},\emptyset\rangle$ хотя бы одна ветвь завершается аксиомой, потому что ....
5. Ни одно из приведенных выше продолжений утверждения не верно, потому что....

Задача 12 (3 балла). Известно, что запрос $?\,P(x)$ к программе $\mathcal{P}$ имеет успешное SLD-резолютивное опровержение, в результате которого в качестве ответа вычисляется подстановка $\{x/f(y)\}$. Какие из приведенных ниже утверждений будут всегда справедливы, независимо от программы $\mathcal{P}$ и атома $P(x)$ и модели I? Ответ обосновать.

1. $P \models \forall x\ P(x)$, потому что...
2. $P \models \exists x\ P(x)$, потому что...
3. $P \models \forall y\ P(f(y))$, потому что...
4. $P \models \exists y\ P(f(y))$, потому что...
5. Ни одно из приведенных выше утверждений в общем случае не верно.

Задача 13 (3 балла). Какие из приведенных ниже утверждений справедливы и почему?

1. Любая арифметическая функция, вычислимая на машине Тьюринга, может быть вычислена подходящей хорновской логической программы с использованием стандартной стратегии вычисления, потому что...
2. Любая арифметическая функция, вычислимая на машине Тьюринга, может быть вычислена подходящей логической программой, но лишь с использованием нестандартной стратегии вычисления, потому что...
3. Любая арифметическая функция, вычислимая на машине Тьюринга, может быть вычислена подходящей логической программы с использованием стандартной стратегии вычисления, но лишь при добавлении операторов **is** и **not**, потому что...
4. Существуют арифметическая функция, вычислимая на машине Тьюринга, для вычисления которой нет логической программы даже в случае использования операторов **is** и **not**, потому что...