История и методология прикладной математики

проф. Ильинский Анатолий Серафимович

реферат по теме дипл. работы
1-2-3 стр.
обзор лит-ры
подпись научн. руководителя

зачет: посещ. + реферат

Методич. материалы:
wingnt.cmc.msu.ru/
/Dept Math Phys/Russian/Frames.html

<u>Лит-ра:</u>

✓ 1) Русанов В.В., Росляков Г.С.
„История и методология матем."
Изд. ф-та ВМК, 2004 г.

2) Стройк Д.Я. „Краткий очерк истории матем.", 1978 г. изд. „Наука"

3) Малаховский В.С.
„Избранные главы истории матем."
Калининград, 2002 г.

03.09

Становление понятия „числа"

„Мн-во целых чисел" – устан. и исслед. древними греками

из эконом. или астроном. потребностей
м.б. – из гаданий, предсказаний

В XIX в. обнаружены племена, у к сист. чисел состояла из 3-4-х чисел.

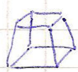
Дроби появились значительно позднее. Видимо, вначале появ. понятие „1/2" или „половина".

1/2 – не связано с числом „2",
а это от „половина"

а уже 1/3, 1/4 связаны с числами „3", „4"

3000 лет до н. э. – 1-ый письмен. источник
~ тогда и система счисления

Обнаружены 2 папируса:
1) пап. Ринда (2000 л. до н. э.) –
84 задачи по общ. матем.,
с целыми и дробными числами,
лин. ур-я с 1 неизв.
2) пап. „московский" (1600 л. до н. э.) –
25 задач, беск. геом. прогрессии,
вычисл. разл. объемов (напр.,
усечен. пирамиды $V = \frac{h}{3}(a^2 + ab + b^2)$)



История египетской матем.

2000 г. до н. э. – сложивш. сист. счисл.

1) В экономике – подсчет налогов
2) строительство (уже постр. пирамиды)

Египтяне 1-ые придумали эталон длины – „локоть" – станд. палка
исп. не только египтяне (напр., греки)

Сист. счисл. – иероглифическая

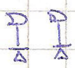
| – „1"
|| – „2"

|||
||| – „9"
|||

∩ – „10"
∩|| – „12"

 – „100"

 – „1000"

 ∩∩||| – „2023"

У римлян – еще и наличие „5"

Полное отсутствие указаний, как производились вычисления, какие были способы решения задач.

У египтян не было никаких изменений в сист. исчисл.
Но эта сист. не удобна для вычисл., т.к. не явл. позиционной.

Очень важн. раздел егип. науки – это астроном. предсказание. („тайные знание")

Календарь – 360 дней
к 2000 г. до н. э. – 365 дней ← сотический период
за 3600 лет юлианского календаря –
– 3601 год египетского календаря

Разлив Нила ~~предшествовал~~ соотв. восходу звезды Сириус.

Только после введения христианства (3 в. н. э.) стали исп. в Египте юлиан. календарь.

(Религия - праздники должны двигаться по временам года, поэтому исп. календарь с 365 дн. в году)

Преимущественно считали с помощью целых чисел, но были и дроби

$\frac{1}{n}$ - аликвотные (египетская) дроби

$\overline{P}$ - "$\frac{1}{1000}$" $\overline{\cap}$ - "$\frac{1}{100}$"

$\frac{3}{11} = \frac{1}{6} + \frac{1}{11} + \frac{1}{66}$ - т.к. в числителе была единица ($\exists$ таблицы)

Месопотамия

В соврем. – южн. часть Ирака

~4000 л. до н.э. – возникла цивилизация с отдельн. поселениями

с/х + торговля

Это шумерское гос-во

~3000 л. до н.э. – создали письменность (клинописная)

На табличках из глины клиньшками выбивали текст, а потом табл. обжигали.

Большинство – матем. расчеты
В основном – хоз-во
Рано появились деньги => понятие „%"

Денежн. единица – „мина" ≈ 500г.

Завоеваны семитами => гос-во Аккад
Здесь другой язык => цивилизация стала двуязычной

Письмен. – шумерский } ~500 лет
Говорили – аккадский }

Мера веса – „шекель" = 180 зерен ~ 5 г
8.43г

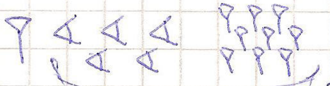
60 шекелей = 1 мина

Еще одна единица – „талант"

1 талант = 60 мин

𒁹 – „1" 𒐝 – „9"

𒌋 – „10"



"59" – max число

"60" = $1 \cdot 60 + 59$

Деньги

шекель – "1"

мина – "60"

талант – "3600"

Эта неполная позицион. система, не было нуля.

 $= 1 \cdot 60^2 + 2$

"0", или "пробка" – пропуск соотв. разряда

Никогда не встречалось: – 2 пробки подряд
– пробка в конце

Применялась вплоть до Средних веков

$\frac{1}{60}$ – гексогональная дробь

Это первая позицион. система

Развито реш. элемент. ур-ий:

$ax + b = 0$

$x^2 = a$

$x^3 = a$

$x^2 = ax$

Считали проценты ~ геом. прогрессия

Календарь – лунный
1 год = 12 лунных месяцев

5) Основатели астрологии.

В начале 1-ого тысячелетия до н.э.
Месопотамию завоевала Ассирия.
Но вся письм. и культура - шумеры и аккады.

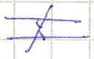
Библиотека - собраны древние клинописные таблицы. (+ каталог)
Сохр. до раскопок XIX века.
Сейчас почти полностью восстан.

Впервые начали измерять углы.

Установили периоды появления солнечн. затмений - сарос

Фалес в 1585 году предсказал полное солнечн. затмение в Средн. Азии (из-за него не сост. какая-то битва)

Фалес - финикиец. Занимался торговлей, потом обучением.
Фалес много инф. получил и в Египте, и в Месопотамии.
Ему приписыв. изобрет. циркуля и линейки.

Фалес - создатель греческ. математики.
Предложил док-вать основн. теоремы.
Геом. док-ва.
1-ые док-ва основаны на движении (наложение)
Т-мы:  и т.д.

10.09

Греческая математика

В 612 г. до н.э. мидяне разрушили Ниневию (столица Ассирийской империи).

Развив. торговля по всему Средиземноморью.

Появл. нез греч. гос-во, к состояло из отдельн. полисов.
Возникли колонии греч. гос-в.

Греки освоили все знания, к были доступны

Центры греч. культуры:
1) Иония (представитель - Фалес из Милета) 624-547
Фалес: а) док-во р-ва вертик. углов
б) диаметр делит круг пополам
г) т-ма р-ва Δ по основанию и прилеж. углам
д) т-ма р-ва углов при основ. равнобедр. Δ
г) стал строить с помощью циркуля и линейки

550 г. появил. Персия (царь Кир)
Сильн. гос-во с сильн. армией
522 г. - Дарий пришел к власти

Один из 1ых учеников Фалеса - Пифагор

Пифагор род. на Самосе, в богатой семье.
34 года: в Египте и Вавилоне
Род. ~580 г., умер в 496 г.
Представ. школы Южн. Италии
В Кротоне созд. секту, в к изучали матем. (арифм. + геом.), астрономию и музыку.
Ученики: математики; акузматики (могли только заучивать)

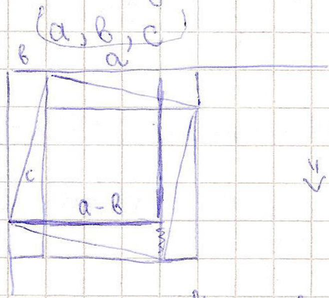
Погиб в Метапонте, в результ. непорядков.

Создана теорет. матем.

Пифагор: - сумма углов $\triangle = 180^\circ$
(и его школа)
- $a^2 + b^2 = c^2$ $\triangle$
- пл. может быть покрыта равност. $\triangle$, квадратами, прав. шестиуг.
- покрытие пр-ва кубами
- тела Платона: куб, октаэдр, додекаэдр
- заним. целыми числами и их отношениями (n, $\frac{n}{m}$); считали, что с помощью этого можно
(!) выразить $\forall$ число (но диагональ $\square$)

Появ. матем. целых чисел и непрер. величин (площадей, длин и т.д.)

Рассм. док-во т-мы Пифагора:



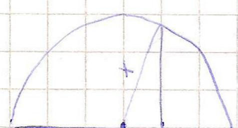
$$a^2 = (a-b)^2 + ab + ab - b^2$$
$$\Downarrow$$
$$a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$$

$$(a-b)^2 + 2ab = c^2$$
$$\Downarrow$$
$$c^2 = a^2 + b^2$$

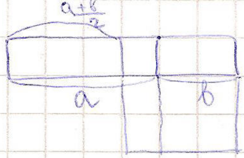
Все док-ва строились, исходя из геом. представлений.

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$$

$$ab = x^2$$



$$ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$ – док-ем



Это геом. алгебра.
Развив. до V в. н. э.

3 классич. задачи: (после гибели пифагора)
1) трисекция угла
2) Делосская задача (удвоение куба) $V_2 = 2 \cdot V_1$ $x^3 = 2a^3$
3) опр. площади круга

420 г., Гиппий
Предлож. нек кривую, ч нельзя постр. с помощью циркуля и линейки, - квадратиса
(реш. задача ①)

В Афинах, Гиппократ Хиосский,
~450 г. до н. э
док-л: если постр. x: $\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{2a}$, то

$$x^3 = 2a^3$$

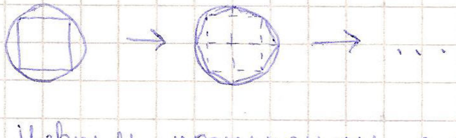
Архит Тарентский (соврем. платона) (428-365)
(„научн. внук" пифагора)
Решил ② задачу с помощью слож. поверхн.
(конус, тор и еще что-то)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = \frac{x^2}{4} & \text{конус} \\ x^2 + y^2 = ax & \text{цилиндр} \\ x^2 + y^2 + z^2 = a\sqrt{x^2+y^2} & \text{- круг. тор} \end{cases}$$

$\Downarrow$

найдем нужн. x (тогда ур-ий не было)

~450 г. до н.э., Антифон

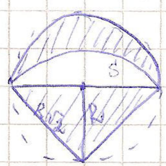


найдем примерно площадь круга

Невозм. построить с помощью циркуля и линейки квадрат, равновеликий кругу ⇒

$\Rightarrow \pi$ – трансцend. число
(сравнит. недавно).

Сущ. ли криволин. площади (сост. из дуг окр.), к можно выразить числом?
„Луночки Гиппократа"

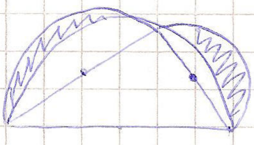


$\frac{1}{2}\pi R^2$

$\frac{1}{2}\pi(R\sqrt{2})^2 - \Delta$

$S = \frac{1}{2} + \Delta$

~



$S_{шар.} = S_{\Delta}$

1-ая книга Гиппократа „Начала"

Классиф. чисел:
- четн. и нечетн.
- дел. на 4 (чет. чет.)
- дел. на 3 (нечет. нечет.)

Школа Пифагора:
- простые числа $p = 1 \cdot p$
- совершенные числа ($6 = 1+2+3$
  $28 = 1+2+4+7+14$)
- дружествен. числа (284, 220)
  Σ делители $284 = 220$
  Σ делит. $220 = 284$
  (Эйлер нашел 60 друж. чисел)

Евклид – бескон. простых чисел

$490-429$, Перикл – успешно развив. греч. матем.

386 г. – Академия (созд. Платон)
„Незнающий геометрии не входит"

Музыка: гаммы (гармонии) – в математике

частота звука в соотн.: $1 \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{8}$

(?) Гармонич. числа:

:: 4 ⋮⋮ 9 > квадратн. числа

треуг. числа: 1, 3, 6, 10

пятиуг. числа (не получ. широк. распр.)

Греч. период: 490 – 300 гг. до н. э.

Появл. дост. много рукописей, грам. людей

Появ. понятия „анализ" и „синтез"

Появ. сист. док-в „от противного",
„метод исчерпания" (~ предельн. перехода)

17.09 ...

Гиппарх

24.09

≈200 г. – 100 г. до н. э.

134 г. – появл. нов. звезды обнаружил =>
=> каталог звезд

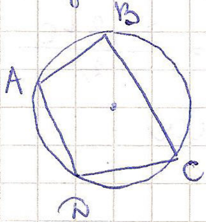
открыл явление прецессии

Тихарис – 150 лет до этого
Гиппарх сравнивал положение звезд =>
=> двигаются не звезды, а ось вращ. перемещ. по конусу ≈ 23°.

Нужны тригоном. таблицы
Гиппарх составил с шагом $0.5° = 30'$ – 150 г.

↓

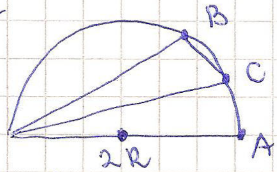
Пользов. теоремой Птолемея:



$$AB \cdot DC + BC \cdot AD = AC \cdot BD$$

ABCD – ∀ четырехугольник, впис. в круг

~



$\cup AB$, $\cup AC$ – известны
найти хорду BC

Эквив. т. сложения

$$2R \cdot BC = AC \cdot \sqrt{(2R)^2 - AB^2} - AB \cdot \sqrt{(2R)^2 - AC^2}$$

$\Downarrow$

BC

R = 60 ед.

Изв. 72°, 60° – хорды соотв. этим дугам => 12° => 6° => 3° => 1.5° =>
=> 0.75°

$$\frac{\text{хорда}\left(\frac{3}{4}\right)^\circ}{\cancel{\text{хорда}}\left(\frac{3}{4}\right)^\circ} > \frac{\text{хорда } 1^\circ}{1^\circ} > \frac{\text{хорда } 1.5^\circ}{1.5^\circ}$$

$\Downarrow$

$$\frac{4}{3} \cdot \text{хорда}\left(\frac{3}{4}\right)^\circ > \text{хорда } 1^\circ > \frac{2}{3} \cdot \text{хорда } 1.5^\circ$$

$\Downarrow$

$\approx$ хорда 1° $\Rightarrow$ 0.5°

вычислил с достат. степенью точности

150 г. н. э. – Птолемей
книга „Великое построение"
туда входили тригон. таблицы

Герон – 1 в. н. э. – прототип паровой машины

труд „Метрика" – объемы, площади

$$S^2 = p(p-a)(p-b)(p-c), \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

ф-ла Герона

Диофант

жил ≈ 250 г. н. э.

книги: „Арифметика" в 13 томах,
дошло 6
- „~~О многоугольных числах~~" „Арифметика" - 6 глав

Рассм. неопред. ур-я: реш. в целых числах, число неизв. > числа уравн.

ур-е Пифагора: $x^2 + y^2 = z^2$

$(2p)^2 = z^2 - y^2 = (z-y)(z+y)$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} p = n \cdot m \\ z = n^2 + m^2 \\ y = n^2 - m^2 \end{cases} \qquad n > m$$

~

$f(x, y) = 0$ $(*)$ - ф-ия с рац. коэф.

если $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$: $f(\varphi, \psi) = 0$, то это алгебр. ур-е рационализуется.

Диофант для ур-ий 2-ого порядка док-л т-му о числе корней такого уравнения.

Если $(*)$ имеет рац. реш., то ~~оно имеет ∞ много рац. решений~~. оно (реш.) допуск. рационализацию и можно найти все решения.

$ax^2 + 1 = y^2$ - ур-е Ферма - соотв. этой т-ме
a - изв. целое число

$a = 4729494$ - число (Архимед) в задаче о быках

реш.: x - целое число, 206 десятичных знаков

Диафант ввел отриц. числа – „глупые" числа

Построил алгебру рац. чисел, но реш. искал на мн-ве Q^+

~

„Ноль" появ. в V веке на санскрите =>

=> появ. записи „10", „100"

Это „индийский счет" – десятичн. система

Активно исп. в торговле

Муса Аль Харизми – арабский матем.

≈ 800 – 860 г.

Рассм. все способы реш. квадратн. ур-я

его алгебра – словесная.

$$\begin{cases} ax^2 = bx \\ ax^2 = c \\ ax^2 + bx = 0 \\ ax^2 + c = 0 \end{cases}$$

$a, b, c > 0$, рац.

=> реш. – рац. и полож.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Методы „сопоставл." и „противопост."

Абу-ль-Вефа Мохамед 940 – 998 г.

разработал операции с дробями вида:

$$\frac{\alpha}{60} + \frac{\beta}{60^2} + \ldots$$

составил таблицы sin с шагом 10' и с точностью $1/60^4$

sin : исп. полухорду 

sin = „полутетива"

$$\left.\begin{aligned}\sin\alpha &= 2\cdot\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\alpha}{2}\\ \sin^2\alpha+\cos^2\alpha &= 1\end{aligned}\right\}$$ но не было алгебр. символики

~

Омар Хайям 1048 – 1131 г.

для него создали обсерваторию

Занимался астроном. вычисл., предвыч. полож. планет, предсказаниями.

$365\frac{8}{33}$ – тропич. год ⇒ погрешность в 1 день – за 5000 лет

нов. календарь: 21 марта – день равноденствия

Создал систематич. тригонометрию

Насир ат Туси 1201 – 1274 г.

до 1256 г. жил у главы иранских эисмелитов.

Закончил формиров. самостоят. дисциплины – тригонометрию.

01.10

Насир ад Дин ат Туси

62 рукописи изв. сейчас

„Арифметика для доски и пыли"

„О ... четырехугольнике"

умел $\not{z}$: $\lfloor \sqrt[n]{r} \rfloor$

рассм. целое a : $a^n < r < (a+1)^n$

$(a+h)^n = r$

$\downarrow$

$a^n + nha^{n-1} + \ldots + h^n = r$

$\downarrow$

$h = \dfrac{r - a^n}{na^{n-1}}$ – первое прибл.

$$\begin{cases} (a_k + h)^n = r, \quad a_0 = a \\ h_{k+1} = \dfrac{r - a_k^n}{n a_k^{n-1}} \\ a_k = a_{k-1} + h_k \end{cases}$$

потом использов.

Амир Тимур

созд. последн. степную империю

его внук: Улугбек
- созд. обсерваторию,
- составил нов. оч. точные таблицы положения небесн. тел

Аль - Каши

руков. матем. школой в ↑ обсерватории

умер в 1437 году

„Ключ арифметики" – десятичн. система
60-ичная система
дроби

ф-ла Аль-Каши:

$$\sum_{k=1}^{n} k^4 = \frac{1}{30}\left(6n^5 - 15n^4 + 10n^3 - n\right) =$$
$$= 1 + 2^4 + 3^4 + \ldots + n^4$$

основатель метода итераций

$\sin 1^\circ$: $\sin 3^\circ$ - вычисл.

$4\sin^3\alpha + \sin 3\alpha = 3\sin\alpha$ ← результат применения т. Птолемея

$$x = 60 \cdot \sin 1^\circ$$
$$\Downarrow$$
$$\begin{cases} x^3 + Q = Px \\ Q = 15 \cdot 60^2 \cdot \sin 3^\circ \\ P = 2700 \end{cases}$$
$$\Downarrow$$
$$x_{k+1} = \frac{x_k^3 + Q}{P} = \varphi(x_k)$$ решали приближ.

$$x_0 = 0$$
$$\Downarrow$$

$\sin 1^\circ$ - с 17 знаками (в 10-чн. системе)

точность 10^{-13}

таблицы тригон. ф-ий с точностью до 30''.

~

1120 г. - перевели Евклида с арабского

1190 г. - созд. Болонский Университет

1224 г. - созд. Неаполит. Университет

Леонардо Пизанский (Фибоначчи)

Италия

числа Фибоначчи: $a_{k+1} = a_k + a_{k-1}$

$a_0 = 0, \ a_1 = 1$

1203 г. – „Книга абака" – энциклопедия математики

$x^3 + 2x^2 + 10x = 20$ впервые показал:

не имеет рац. решений ($\frac{m}{n}$)

не имеет реш. вида $\sqrt{a + \sqrt{b}}$ (биквадратич. иррацион.)

нашел корень с точностью 60^{-6}

риторика
грамматика
диалектика
арифметика
геометр.
астрономия
музыка

} низш. ступень универс. образов. (общая часть)

медиц. факультет
теологич. ф-т
юридич. ф-т

} высш. ступень

⇓ магистр

~ с 1450 г. – эпоха Возрождения

1453 г. – Турция захват. Константинополь

появилась печатная книга

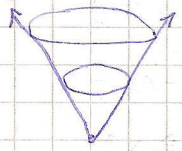
1492 г. – Колумб открыл Америку

15 - 16-^{17}века - появл. мат. знаки

+, -	1489 г.
log	1624 г., Кеплер
•, :	1684 г.
a^n	1676 г., Ньютон

<u>Конец XV в.:</u> $\boxed{08.10}$

1) постан. задачи построения перспективы (для архитектуры важно - Брунеле~~с~~ски~~й~~)



проекцион. пл. - <u>все</u> прямые пересек., || прямые - на ∞

2) Региомонтан (Иоганн Мюллер)
„5 книг о Δ-ах всех видов"
- тригонометрие
таблицы тригон. ф-ий с шагом 1' и 8 знаками

3) Ян Видман
„Быстрый и красивый способ счета для ∀ вида торговли"
~учебник по бух. учету
знаки +, -

XVI век:

Ферро объявил, что умеет решать $\forall$ кубические уравнения.

$\Downarrow$

Диспут: Ферро $\longleftrightarrow$ Тарталья

Тарталья:

$\nexists\ x^3 + px = q$, $p, q > 0$

реш. > 0

$x = \sqrt[3]{t} - \sqrt[3]{u}$

$\Downarrow$

$x^3 = t - u - 3\sqrt[3]{t}\sqrt[3]{u}\left(\sqrt[3]{t} - \sqrt[3]{u}\right)$

если $3\sqrt[3]{t}\sqrt[3]{u} = p$, то $t - u = q$

$$\Downarrow \begin{cases} 3\sqrt[3]{t}\sqrt[3]{u} = p \\ t - u = q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} tu = \left(\frac{p}{3}\right)^3 \\ t - u = q \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \nexists \begin{cases} t = \frac{q}{2} + \sqrt{\Delta} \\ u = -\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta} \end{cases} \qquad \Delta = \frac{p^2}{4} + \left(\frac{p}{3}\right)^3$$

ф-ла Кардана (получил Тарталья)

Феррари – 1540 г. – ур-е 4 степени сводил к ур-ю 3 степени и решал по алгоритму

Можно ли реш. ур-е $\forall$ степени тем же способом?

Тогда была не разрешима.

В XIX в. – 2 класса: а) для γ $\exists$ корни
(Абель, Галуа) б) для γ $\nexists$ корни

Кубич. ур-е может иметь не более 3-х действит. корней

1796 г. - Гаусс - основн. т-ма алгебры (n корней ур-я n-ой степени)

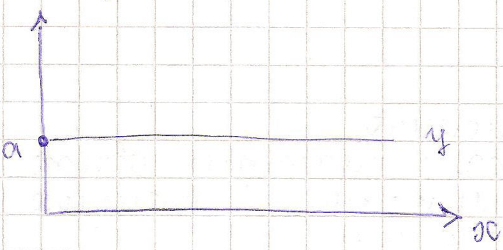
Стэйвин - „Десятина" - конец XVI в.

⇓ систематич. употребл. десят. дробей и десятичн. системы

Нужно ускорение в вычисл.:

$a^n a^m = a^{n+m}$

Логарифмич. таблицы (Непперевские)



$a = 10^7$

$x = Nep \log y = 10^7 \left(\ln \frac{10^7}{y}\right)$

Непперовский логарифм

$v_x = c$ - x движется

$\frac{dy}{dx} = -ay$ - y движется $\Rightarrow y = a \cdot e^{-\frac{a}{x}}$

В 1619 г. - Неппер „Удивит. таблицы логарифмов и быстрые способы счета"

Таблицы Бригга - десятичн. логарифмы вычисл. для цел. чисел от 2 до 30000

Франсуа Виетт:

решил кубич. ур-е для неприводим. случая

Ф-ла кратных дуг:

$\cos(m\varphi) = \cos^m(\varphi) + C_m^2 \cos^{m-2}(\varphi) \cdot \sin^2(\varphi) + \ldots$

Ввел понятие бескон. произведения =>

$\frac{2}{\pi} = \cos\frac{\pi}{4} \cdot \cos\frac{\pi}{8} \cdot \ldots \cdot \cos\frac{\pi}{2^n} \cdot \ldots$

Виетт – основатель формульной алгебры

$3mx^2 - nx + x^3 = z^3$

Виетт писал: B3 in A quad. – D plano in A +
+ A cubo aquatur Z slido

Начало XVII в.:

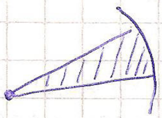
Начала развив. соврем. матем. – основы анализа

Сначала – интегр. исчисление

Кеплер:

„Новая Астрономия"
– 1 закон Кеплера: планеты движ. вокруг Солнца по эллипсам, в фокусах у находится Солнцы
звезда

2 закон в „Кратк. Коперник. астрономии"



S сектора равны за равные промежутки времени

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{1}{2}\rho^2(\varphi)\,d\varphi = \sum_{i=1}^{n} \rho_i^2 \,\Delta\varphi_i$$

3 закон: кубы периодов обращ. планет относятся, как квадраты осей

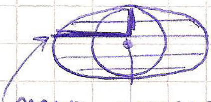
„~~О вычисл. объемов~~

1615 г., „Нов. стереометрия винных бочек ..."
вычисление объемов

Он вычислил объемы 92 тел вращения
Критерий оптимиз. – тратится наим. кол-во дерево

Кавальери:

Метод неделимых:
неделимые – линии || оси x



круг рад. b
эллипс – $a \times b$

это отнош. $\frac{a}{b}$ $\Rightarrow \frac{S}{\pi b^2} = \frac{a}{b} \Rightarrow S = \pi a b$

„О вычисл. площадей с помощью неделимых"

$\int_0^a x^2 dx = \frac{a^3}{3}$ – фактически получил это

„Геометрия, исп. ..."

XVII век:

Пьер Ферма:

- созд. аналитич. геометрию
- ...теорию вероятности
- ...теорию чисел

Ввел понятие переменной:
кривая – $y = f(x)$

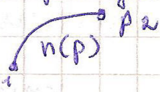
Ф-ла: $p = 2^{2^k} + 1$, $k = 1, 2, \ldots$
(теория чисел) p – простое

Но не при $\forall k$ получ. простые числа
(Ферма в этом случае ошибся)

Это простые числа Ферма (если p – прост.)
$\Downarrow$
св-во: такой правильн. p-угольник можно построить с помощью циркуля и линейки

Принцип Ферма:

2 точки в среде с перем. показателем, то при движ. от p_1 до p_2 свет соверш. по дуге



и

$$\int_{p_1}^{p_2} n\,ds = y \to \underline{\underline{\min}}$$

Великая т-ма Ферма:

$$\begin{cases} m^p + n^p = q^p \\ \text{при } p > 2 \ \nexists \text{ реш. ур-я в целых числах} \end{cases}$$

Ферма док-л для $p = 4$

Другие док-ли для $p = 8, 12$

В XX в. док-на $\forall$ цел. чисел (Эндрю Уайльс)

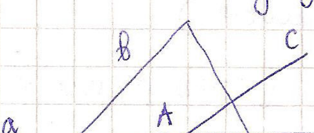
Ферма заним. циклоидой.

$\boxed{15.10}$

Декарт Рене

1596 г. – 1650

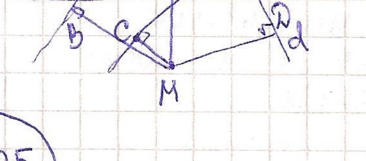
1637 г. – „Геометрия"



y – ордината

Кривая полностью опр. заданием ординат

Решает задачу:



заданы прямые

найти т. M : ρ(M, прям.) удовлетв. нек соотнош.

напр. $MA \cdot MB \cdot MC \cdot MD = \frac{1}{2}$

Задача опр. касательной к $\forall$ кривой.

Раздел. ур-я на алгебр. и трансцендентн.
Алгебр. ур-я классиф. по порядку.

<u>Ут.</u> Если $P_n(x) = a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0$, то
α - корень, т.е. $P_n(\alpha) = 0$

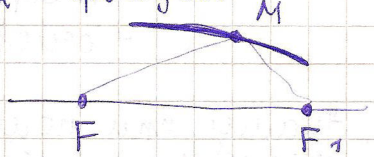
$$P_n(x) = (x-\alpha) Q_{n-1}(x)$$

<u>Утв.</u> $\{a_n, \ldots, a_0\}$
число корней $P_n(x)$ не превышает
числа перемен знаков п-ти $a_n, \ldots, a_0$.
(Рассм. только <u>полож.</u> корни)

Овалы Декарта:

$\alpha FM + \beta F_1 M = c$ $\quad$ F, F_1 - фокусы

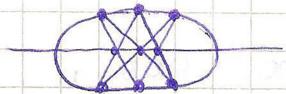
т. M образуют овалы Декарта



<u>Паскаль</u> Блез
1623 - 1662

Улитка Паскаля - изобрет. его отца

В 16 лет док-л т-му о кривых 2 пор.:



$\forall$ 6 точек на эллипсе $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ тё точки пересечения
лежат на 1 прямой

Δ Паскаля:

1	1	1	1
1	2	3	4
1	3	6	10
1	4		

$$C_n^m = C_{n-1}^{m-1} + C_n^{m-1}$$

док-л по ММИ

Исследовал рулетту-циклоиду:

Ньютон

25 дек. 1642 г. – 1727
(по стар. стилю)

1665 – 1667 – „чумной отпуск"
в Англии пришла чума

1687 г. – „Мат. начала натуральной философии"
- постулаты механики
- теория 2х тел
- теория возмущений
- теория луны
- теория приливов
- основы теории пределов

„Анализ при помощи ур-ий с бесконечным числом членов" – 1669 г. (рукопись, известна)
1711 г. (издана)

$(a+b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \ldots$
бином Ньютона

1704 г. – „Рассуждение о квадратурах кривых"

Рассм. 72 варианта кривых 3 пор., разделил на 7 групп (в завис. от асимптот)

это алгебраич. геометрия

Метод флюксий ≈ мат. анализ 1737 г.

$\dot{x}$ – флюксия

n точек : $x_1 \dots x_n$

$\Downarrow$ постр. многочлен $(n-1)$ ст. $f(x_k) = P_{n-1}(x_k)$

$k = 1, \dots, n$

$$L_n(x) = f(x_1) + f(x_1, x_2)(x - x_1) + \dots +$$
$$+ f(x_1, \dots, x_n)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})$$

$f(x_1 \dots x_k)$ – разделенная разность

$\uparrow$ интерполяц. ф-ла многочлена Ньютона

$$x = \varphi(x) \iff f(x) = 0$$
$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

квадратичн. порядок сход.

$$\frac{e_n}{e_{n+1}} = C \cdot e_n^2$$

<u>Лейбниц</u>

„Нов. метод для max и min, а также касательных ..."

Обознач. ввел : dx, dy, d^2x, d^2y

$$f'(x) = \frac{dy}{dx}$$